

# سوالات موضوعی نهایی

## "ریاضی ۳"

( ۱۴ دوره سوال نهایی ریاضی ۳ )

پایه دوازدهم رشته علوم تجربی

( با پاسخ تشریحی )

آخرین آپدیت: دی ۱۴۰۱

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پيله ور – میکائیل صدقی

[www.math-pilevar.ir](http://www.math-pilevar.ir)

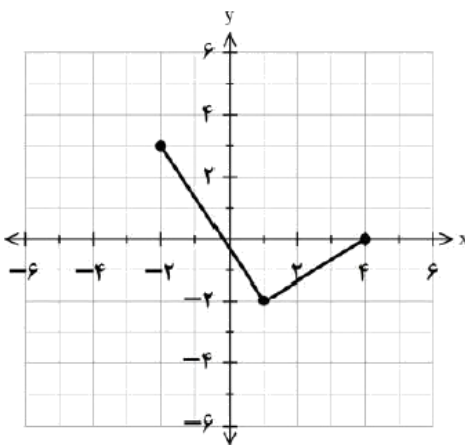
[www.artamath.blogfa.com](http://www.artamath.blogfa.com)

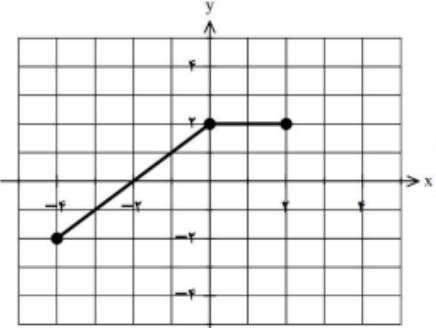
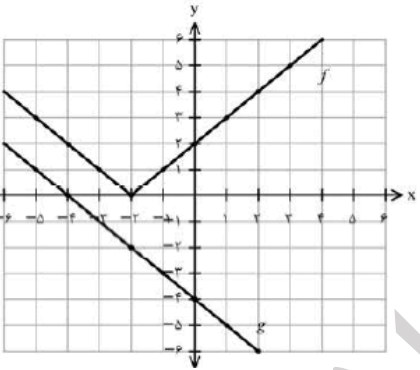
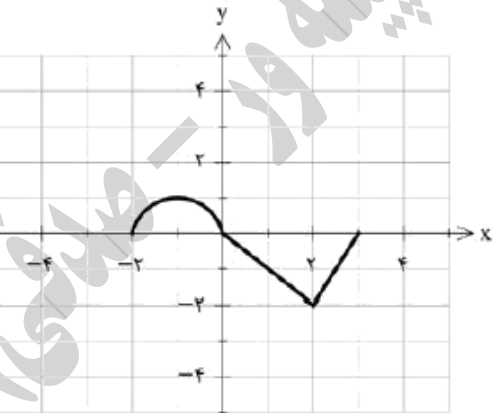
## فصل اول : تابع

### درس اول : توابع چند جمله ای - توابع صعودی و نزولی

ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف : تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک تابع چند جمله ای از درجه سوم است. ب : نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0, 1)$ پایین تر از ، نمودار تابع $y = x^3$ است.	۰/۵	دی ۱۴۰۱
۲	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تابع $f(x) = \sqrt{2}x - x^2$ یک تابع درجه دوم است. ب) تابع $f(x) = x^3$ ، تابعی اکیداً صعودی است.	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۳	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. تابع $y = \sqrt{2}x^3 - \frac{2}{4}x$ یک چندجمله ای از درجه ۳ است.	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰
۴	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. نمودار تابع $f(x) = x^3$ در بازه $(0, 1)$ ، ..... از نمودار تابع $g(x) = x^2$ قرار دارد. ( بالاتر - پایین تر )	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰
۵	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف : دامنه توابع چند جمله ای برابر $R$ است. ب : تابع با ضابطه های $f(x) = \sqrt{x}$ در دامنه اش اکیدا نزولی است.	۰/۷۵	شهریور ۱۴۰۰
۶	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. دامنه تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.	۰/۲۵	دی ۹۹
۷	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. در بازه $(0, 1)$ نمودار تابع $y = x^3$ ..... نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.	۰/۵	دی ۹۹
۸	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف : تابع ثابت در یک بازه هم صعودی هم نزولی است. ب: تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در بازه $(-1, 1)$ اکیدا صعودی است.	۰/۲۵ ۰/۲۵	خرداد ۹۹
۹	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف : برد تابع $y = \tan x$ برابر ..... است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹

۱۰	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف: تابع $y =  x $ در تمام دامنه اش صعودی است.	۰/۲۵	خرداد ۹۹ خ
۱۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف: تابع $y = 2x^5 - 4x^3 + \sqrt{3}x^2$ یک تابع چند جمله ای نیست.	۰/۲۵	خرداد ۹۹ خ
۱۲	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف: برد تابع $y = \tan x$ برابر بازه $[-1, 1]$ است	۰/۲۵	شهریور ۹۹
۱۳	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف: تابع اکیدا یکنوا، همواره ..... هستند.	۰/۲۵	شهریور ۹۹
۱۴	در جای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز قرار دهید. الف: تابع $y = (x + 3)^3$ در دامنه خود ..... (صعودی-نزولی) است.	۰/۲۵	خرداد ۹۸
۱۵	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف: تابع $y = -x^3 + 2$ در دامنه تعریفش صعودی است.	۰/۲۵	شهریور ۹۸
۱۶	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف: تابعی که در یک بازه هم صعودی هم نزولی محسوب می شود ، تابع ..... نامیده می شود.	۰/۲۵	دی ۹۸ و خرداد ۹۹ خارج
<b>درس دوم: ترکیب توابع</b>			
۱۷	اگر $f(x) = 7 - 4x^2$ و $g(x) = \sqrt{x + 3}$ باشد: الف: دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب: مقدار $(g \circ f)(1)$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵	دی ۱۴۰۱
۱۸	اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[-1, 3]$ و برد آن $(0, 2]$ باشد دامنه و برد تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ را بیابید.	۰/۷۵	دی ۱۴۰۱

شهریور ۱۴۰۱	۲	<p>نمودار تابع <math>f</math> به صورت روبه‌رو است:</p>  <p>الف) نمودار تابع <math>g(x) = 2f(x-1)</math> را رسم کنید.</p> <p>ب) دامنه تابع <math>g</math> را به دست آورید.</p>	۱۹															
شهریور ۱۴۰۱	۰/۷۵	<p>اگر <math>f = \{(0, -1), (5, 9), (3, 7), (-2, 4)\}</math> و <math>g = \{(1, 2), (3, -1), (9, 0), (-1, 4), (7, 7)\}</math>، تابع <math>g \circ f</math> را در صورت وجود بنویسید.</p>	۲۰															
خرداد ۱۴۰۱	۰/۵	<p>برد تابع <math>f</math> بازه <math>[-3, 1]</math> است. برد تابع <math>y = -2f(3x-1) + 3</math> کدامیک از موارد زیر است؟</p> <p>الف) <math>[-8, 0]</math> ب) <math>[-12, 0]</math> پ) <math>[1, 9]</math> ت) <math>[-10, 2]</math></p>	۲۱															
شهریور ۱۴۰۱	۰/۷۵	<p>اگر ورودی ماشین مقابل ۳ باشد، مقدار خروجی آن چقدر است؟</p> <p>خروجی <math>\rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} \rightarrow 2x - 2 \rightarrow x</math> ورودی</p>	۲۲															
دی ۱۴۰۰	۰/۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>اگر <math>f(7) = 5</math> و <math>g(4) = 7</math>، آنگاه <math>(f \circ g)(4) = 5</math></p>	۲۳															
شهریور ۱۴۰۰	۰/۷۵	<p>نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = x^2 - 2x + 1</math> را ابتدا دو واحد به سمت پایین سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله آخر نسبت به محور <math>x</math> ها قرینه می‌کنیم. ضابطه ی نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.</p>	۲۴															
شهریور ۱۴۰۰	۱/۵	<p>با توجه به جدول زیر، مقادیر خواسته شده را به دست آورید.</p> <p>الف: <math>g \circ f(1)</math></p> <p>ب: <math>(f \circ (f + g))(0)</math></p> <table border="1" data-bbox="259 1690 625 1869"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-۱</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>۰</td> <td>-۱</td> <td>۲</td> <td>-۵</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>-۲</td> </tr> </table>	$x$	-۱	۰	۱	۲	$f(x)$	۰	-۱	۲	-۵	$g(x)$	۲	۳	۴	-۲	۲۵
$x$	-۱	۰	۱	۲														
$f(x)$	۰	-۱	۲	-۵														
$g(x)$	۲	۳	۴	-۲														

<p>۱۴۰۰ خرداد</p>	<p>۰/۷۵</p>	<p>با توجه به نمودار تابع <math>y = f(x)</math>، نمودار تابع <math>y = f(-x) + 2</math> را رسم کنید.</p> 	<p>۲۶</p>
<p>۱/۲۵</p>		<p>اگر <math>f(x) = \sqrt{x-1}</math> و <math>g(x) = 2x^2 - 1</math> باشد، الف: دامنه تابع <math>f \circ g</math> را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب: مقدار <math>g \circ f(2)</math> را تعیین کنید.</p>	<p>۲۷</p>
<p>۹۹ دی</p>	<p>۱/۵</p>	<p>با توجه به نمودارهای تابع <math>f, g</math> به سوالات زیر پاسخ دهید. الف: مقدار <math>f \circ g(-1)</math> را محاسبه کنید. ب: اگر <math>g(3t - 1) = 0</math> باشد مقدار <math>t</math> را بدست آورید. پ: با محدود کردن دامنه <math>f</math>، بازه ای را مشخص کنید که تابع <math>f</math> یک به یک شود.</p> 	<p>۲۸</p>
<p>۹۹ خرداد</p>	<p>۰/۷۵</p>	<p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> در شکل زیر رسم شده است. الف: نمودار تابع <math>y = 3f(\frac{1}{3}x)</math> را رسم کنید. ب: دامنه تابع <math>y = 3f(\frac{1}{3}x)</math> را تعیین کنید.</p> 	<p>۲۹</p>
<p>۹۹ خرداد و خراج</p>	<p>۱</p>	<p>اگر <math>f(x) = 3x - 4</math> و <math>f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14</math> باشد، <math>g(x)</math> را بدست آورید.</p>	<p>۳۰</p>

۲	۳۱	اگر $f(x) = \sqrt{4-2x}$ و $g(x) = x^2 + 2x - 1$ باشد، الف: دامنه تابع $gof$ را با استفاده از تعريف به دست آوريد. ب: مقدار $gof(2) - \frac{f}{g}(0)$ تعيين كنيد.
۰/۲۵	۳۲	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف: اگر برد تابع $f$ برابر $[-1, 4]$ باشد آنگاه برد تابع $y = 2f(x)$ برابر با..... است. ب: اگر $f(7) = 5$ و $g(4) = 7$ باشد، آنگاه $(f \circ g)(4) = \dots\dots\dots$
۰/۲۵	۳۳	اگر $f(x) = x^2 - 5$ و $g(x) = \sqrt{x+6}$ باشد، دامنه $f \circ g$ را بدست آوريد.
۰/۲۵	۳۴	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف: دامنه تابع با ضابطه $y = -kf(\frac{x}{k})$ همان دامنه تابع $y = -kf(x)$ می باشد.
۰/۲۵	۳۵	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف: اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin x$ باشند، آنگاه $gof(x) = \sqrt{\sin x}$ خواهد بود.
۰/۲۵	۳۶	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف: دامنه تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.
۲	۳۷	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد. الف: دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعريف به دست آوريد. ب: ضابطه $f \circ g$ را بنويسيد.
۰/۵	۳۸	نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = \frac{1}{3}f(2x)$ را رسم كنيد.
	۳۹	دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگيريد. دامنه ی تابع $gof$ را با استفاده از تعريف به دست آوريد.

۹۸ خرداد	۰/۵	<p>با استفاده از نمودار تابع <math>y = f(x)</math> ، نمودار <math>y = \frac{1}{4}f(4x)</math> را رسم کنید.</p> <p style="text-align: center;"><math>y=f(x)</math></p>	۴۰
۹۸ شهریور	۱/۲۵	<p>اگر <math>f(x) = \sqrt{x-1}</math> و <math>g(x) = 2x^2 - 1</math> باشد ، دامنه ی تابع <math>f \circ g(x)</math> را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p>	۴۱
۹۸ شهریور	۱	<p>اگر <math>f(x) = \frac{1}{8}x - 3</math> و <math>g(x) = x^3</math> باشد، مقدار <math>g^{-1} \circ f^{-1}(5)</math> را بدست آورید.</p>	۴۲
۹۸ شهریور	۰/۵	<p>نمودار <math>y = f(x)</math> به صورت زیر است. با استفاده از آن نمودار <math>y = -2f(\frac{1}{4}x)</math> را رسم کنید.</p>	۴۳
۹۸ دی	۰/۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف: برد تابع <math>y = kf(x)</math> با ضابطه <math>y = f(x)</math> همان برد تابع <math>y = f(x)</math> است.</p>	۴۴
۹۸ دی	۱/۵	<p>اگر <math>f(x) = x^2 - 5</math> و <math>g(x) = \sqrt{x+6}</math> باشد، الف: دامنه تابع <math>f \circ g</math> را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب: با محدود کردن دامنه تابع <math>f</math> تابعی وارون پذیر بسازید.</p>	۴۵
<b>درس سوم : تابع وارون</b>			
۱۴۰۱ دی	۰/۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. هر تابع یکنوا ، یک به یک است.</p>	۴۶
۱۴۰۱ دی	۰/۲۵	<p>در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید . الف : اگر <math>f(x) = 2x^3 - 1</math> باشد ، حاصل <math>f^{-1}(15)</math> برابر ..... است.</p>	۴۷

شهریور ۱۴۰۱	۰/۵	در جاهای خالی عبارات مناسب قرار دهید. الف) ضابطه تابع وارون $y = x^3$ ، برابر ..... است.	۴۸
خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) اگر $f = \{(2,3), (3,5)\}$ باشد، حاصل $f^{-1}(3)$ برابر ..... است.	۴۹
دی ۱۴۰۰	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. دو تابع $f(x) = -\frac{7}{3}x - 3$ و $g(x) = -\frac{2x+7}{6}$ وارون یکدیگرند.	۵۰
دی ۱۴۰۰	۲	الف) با توجه به نمودار توابع $f$ و $g$ ، مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید. ۱) $(g \circ f)(-1)$ ۲) $(g^{-1} \circ f^{-1})(2)$ ب) نمودار تابع $f(x-2) - 3$ را رسم کنید.	۵۱
شهریور ۱۴۰۰	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دو تابع با ضابطه های $f(x) = x^3$ و $g(x) = \sqrt[3]{x}$ وارون یکدیگرند.	۵۲
دی ۹۹		ضابطه وارون تابع $g(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$ را به دست آورید.	۵۳
خرداد ۹۹	۱/۲۵	الف: وارون تابع $y = \sqrt{x+2}$ را بدست آورید. ب: با محدود کردن دامنه تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ یک تابع یک به یک به دست آورید.	۵۴
خارج ۹۹	۱/۲۵	نشان دهید توابع $f(x) = \frac{-8x+3}{2}$ و $g(x) = \frac{3-2x}{8}$ وارون یکدیگرند.	۵۵
شهریور ۹۹	۱	ضابطه وارون تابع $f(x) = -\frac{7}{3}x - 3$ را بدست آورید.	۵۶

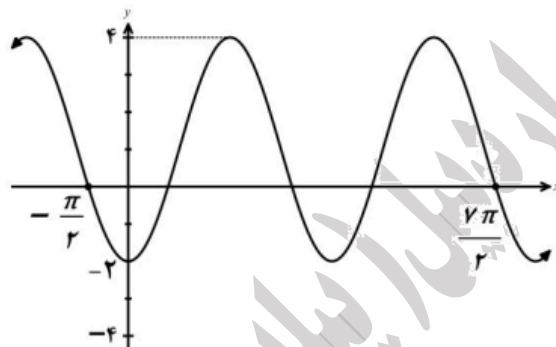


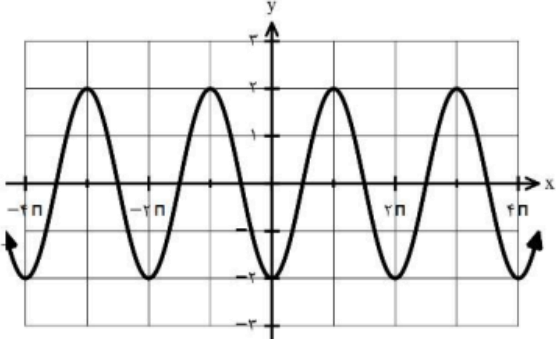
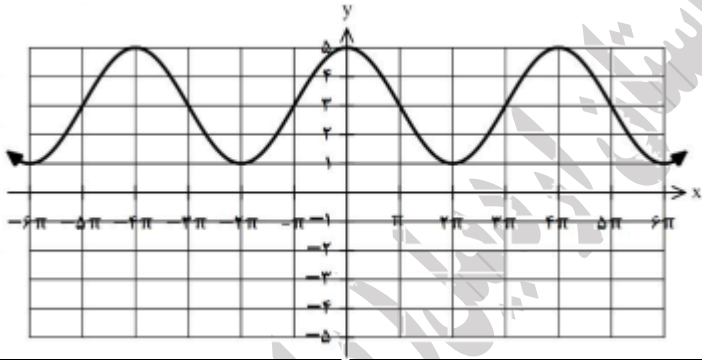
دی ۹۸	۱	نشان دهید توابع $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = \frac{x+4}{3}$ وارون یکدیگرند.	۵۷
-------	---	--	----

## فصل دوم : مثلثات

### درس اول : تناوب و تانژانت

دی ۱۴۰۱	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. مقدار عددی عبارت $\sin^2 15^\circ - \cos^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ است.	۵۸
دی ۱۴۰۱	۱/۷۵	نمودار تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر $a$ ، $b$ و $c$ را بدست آورید.	۵۹
شهریور ۱۴۰۱	۱/۵	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 3 \cos(\pi x) + 2$ را به دست آورید.	۶۰
خرداد ۱۴۰۱	۱	معادله یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب اصلی آن ۲ است.	۶۱

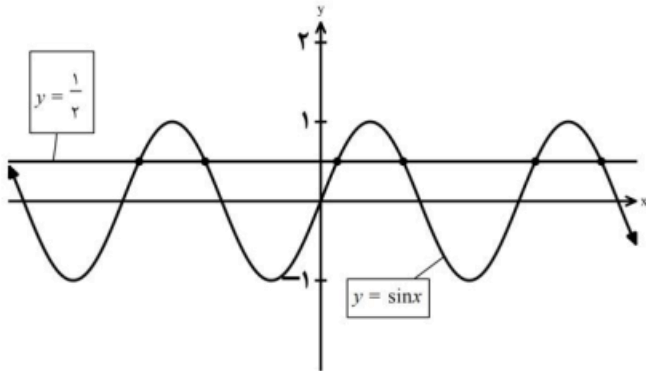


دی ۱۴۰۰	۱/۵	<p>نمودار زیر برای تابعی با ضابطه <math>f(x) = a\cos bx + c</math> است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید.</p> 	۶۲
شهریور ۱۴۰۰	۱	<p>معادله یک تابع سینوسی <math>y = a\sin(bx) + c</math> را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن <math>-۱</math> و دوره تناوب آن <math>۸\pi</math> است.</p>	۶۳
خرداد ۱۴۰۰	۱	<p>نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه <math>y = a\cos bx + c</math> است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را مشخص کنید.</p> 	۶۴
دی ۹۹	۱/۷۵	<p>الف : دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را بدست آورید.(راه حل نوشته شود).</p> $y = ۸\cos\left(\frac{x}{۳}\right)$ <p>ب : مقدار عددی <math>\sin ۱۵</math> را محاسبه کنید.</p>	۶۵
خرداد ۹۹	۰/۲۵	<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف: برد تابع <math>y = \tan x</math> برابر ..... است.</p>	۶۶
خرداد ۹۹	۰/۷۵	<p>دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را بدست آورید.</p> $y = \sqrt{۳} + \cos\frac{\pi}{۳}x$	۶۷
خرداد ۹۹	۰/۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف: مقدار مینیمم تابع <math>y = ۳\sin(۲x) - ۲</math> برابر <math>-۵</math> است.</p>	۶۸

۱۴ دوره سوالات موضوعی نهایی ریاضی ۳ - رشته علوم تجربی - ( رقیه پيله ور - ميكائيل صدقي )

خرداد ۹۹ خارج از کشور	۰/۲۵	۶۹ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف: دوره تناوب اصلی $y = \tan \alpha$ برابر ..... می باشد.
	۱	۷۰ اگر در یک تابع مثلثاتی دوره تناوب $4\pi$ و مقدار ماکزیمم ۱- و مقدار مینیمم ۷- باشد، تابع سینوسی آن را بنویسید.
	۰/۲۵	۷۱ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف: تابع تنازنت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد..... است.
	۱/۲۵	۷۲ دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را بدست آورید. $y = 3 \sin(2x) - 2$
شهریور ۹۹	۰/۲۵	۷۳ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. برد تابع $y = \tan x$ برابر بازه $[-1, 1]$ است.
	۱/۲۵	۷۴ دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را بدست آورید. (راه حل نوشته شود). $y = \pi \sin(-x) + 1$
خرداد ۹۸	۰/۲۵	۷۵ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. دوره تناوب تابع $y = \tan x$ برابر $2\pi$ است.
خرداد ۹۸	۰/۵	۷۶ دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 - 2 \sin\left(\frac{-\pi}{3} x\right)$ را بدست آورید.
دی ۹۸	۰/۲۵	۷۷ در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. دوره تناوب تابع $y = \tan x$ برابر..... است.
دی ۹۸	۱/۲۵	۷۸ دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را بدست آورید. (راه حل نوشته شود). $y = -\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2$

### درس دوم : معادلات مثلثاتی

دی ۱۴۰۱	۱	<p>نمودار تابع با ضابطه <math>y = \sin x</math> و خط به معادله <math>y = \frac{1}{2}</math> در دستگاه مختصات زیر؛ رسم شده است. طول نقاط برخورد آنها را بیابید.</p> 	۷۹
شهریور ۱۴۰۱	۱/۵	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0$	۸۰
خرداد ۱۴۰۱	۱	<p>معادله مثلثاتی <math>\sin 2x = \sin x</math> را حل کنید.</p>	۸۱
دی ۱۴۰۰	۱/۵	<p>معادله مثلثاتی <math>\cos 2x - \sin x + 1 = 1</math> را حل کنید.</p>	۸۲
شهریور ۱۴۰۰	۱	<p>مثلثی با مساحت <math>8\sqrt{2}</math> سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه ی دو ضلع این مثلث به ترتیب ۴ و ۸ سانتی متر باشند، آن گاه چند مثلث با این خاصیت ها می توان ساخت؟</p>	۸۳
	۱	<p>حاصل عبارت <math>4 \sin x \cos x \cos 2x</math> را به ازای <math>x = 7/5^\circ</math> محاسبه نمایید.</p>	۸۴
خرداد ۱۴۰۰	۱	<p>معادله مثلثاتی <math>\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}</math> را حل کنید.</p>	۸۵
دی ۹۹	۱/۲۵	<p>معادله مثلثاتی <math>\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}</math> را حل کنید.</p>	۸۶

۹۹ خرداد	۱	معادله مثلثاتی $\cos x(2\cos x - 9) = 5$ را حل کنید.	۸۷
۹۹ خرداد	۱	معادله مثلثاتی مقابل را حل کنید. $2\sin^3 x - \sqrt{2} = 0$	۸۸
۹۹ خرداد	۰/۵	اگر $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ و $\alpha$ زاویه حاده باشد، $\cos(2\alpha)$ را بدست آورید.	۸۹
۹۹ خرداد خارج	۱/۵	الف: جواب معادله $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ را بدست آورید. ب: مقدار $\sin 15^\circ$ را بدست آورید.	۹۰
۹۹ شهریور	۱/۵	معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.	۹۱
۹۹ شهریور	۱	مقدار $\sin 15^\circ$ را بیابید.	۹۲
۹۸ خرداد	۱/۲۵	معادله مثلثاتی $\cos 2\alpha - \sin \alpha + 1 = 1$ را حل کرده، جواب های کلی آن را بنویسید.	۹۳
۹۸ شهریور	۰/۷۵ ۱	الف: مقدار $\sin 22/5^\circ$ را بدست آورید. ب: معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کرده و جواب های کلی آن را بنویسید.	۹۴
۹۸ دی	۱/۵	معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۹۵

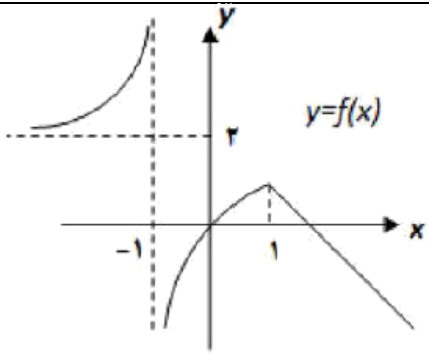
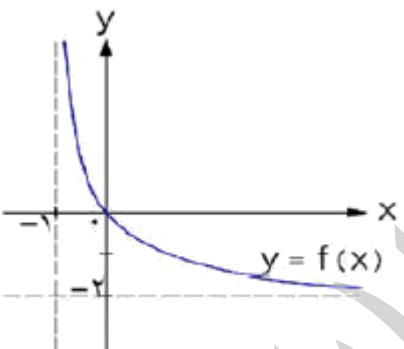
## فصل ۳: حد بی نهایت و حد در بی نهایت

دی ۱۴۰۱	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت ریاضی مناسب پر کنید. حاصل حد تابع $f(x) = \frac{2x^2}{3x^2-1}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ میل می کند برابر ..... است.	۹۶
دی ۱۴۰۱	۰/۷۵	نمودار تابع $f$ به شکل مقابل است حد های زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	۹۷
دی ۱۴۰۱	۱	حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$	۹۸
شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) بازه $(2,5)$ ، یک همسایگی ۴ است.	۹۹
شهریور ۱۴۰۱	۱/۷۵	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$ ب) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{1}{\cos x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{5x+4}$	۱۰۰
خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. باقیمانده تقسیم عبارت $2x^2 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر ..... است.	۱۰۱

<p>۱۴۰۱ خرداد</p>	<p>۱</p>	<p>نمودار تابع به صورت شکل مقابل است . حدود خواسته شده را محاسبه کنید .</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =</math>                  ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =</math>                  پ) <math>\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =</math>                  ت) <math>\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) =</math></p>	<p>۱۰۲</p>
<p>۱۴۰۱ خرداد</p>	<p>۰/۷۵</p>	<p>حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید .</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 7x + 3}$	<p>۱۰۳</p>
<p>۱۴۰۰ دی</p>	<p>۰/۲۵</p>	<p>در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید.                  چند جمله ای <math>p(x) = 2x^3 + x^2 + 1</math> بر دو جمله ای ..... بخش پذیر است. <math>((x + 1), (x - 1))</math></p>	<p>۱۰۴</p>
<p>۱۴۰۰ دی</p>	<p>۱/۷۵</p>	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}</math>                  ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{\sin^2 x}</math></p>	<p>۱۰۵</p>
<p>۱۴۰۰ شهریور</p>	<p>۲</p>	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}</math>                  ب) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x</math>                  پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}</math></p>	<p>۱۰۶</p>
<p>۱۴۰۰ خرداد</p>	<p>۲</p>	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}</math>                  ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[x]}{ 3x+1 }</math>                  پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x} - 5}</math></p>	<p>۱۰۷</p>

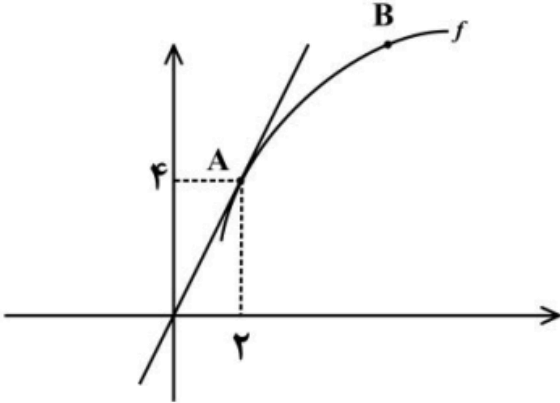
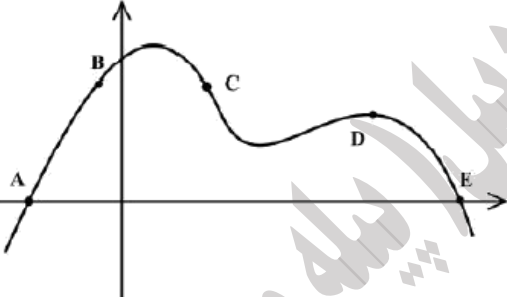
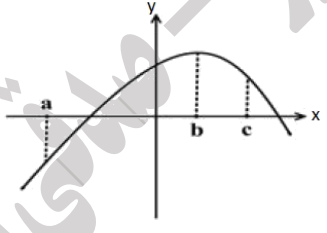
دی ۹۹	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. در تقسیم چند جمله ای $p(x)$ بر $x - a$ ، باقیمانده برابر $p(a)$ است.	۱۰۸
دی ۹۹	۱/۷۵	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف : $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$ ب : $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]-3}{x-3}$	۱۰۹
خرداد ۹۹	۱/۷۵	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف ) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}}$ ب ) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x]-3}{x-3}$	۱۱۰
خرداد ۹۹ خارج	۱/۲۵	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف: باقی مانده تقسیم $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر ..... است.	۱۱۱
	۱/۷۵	حد های زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3}$ ت) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{3x-1}$	۱۱۲
خرداد ۹۹ خارج - نوبت عصر	۲	حد توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{3}} \frac{[x]}{ 3x+1 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x-5}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (9 + \frac{7}{x^2})$	۱۱۳
شهریور ۹۹	۲	حد توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{3}} \frac{[x]-3}{ 2x-1 }$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^2 - 11x^2 - 3}$	۱۱۴

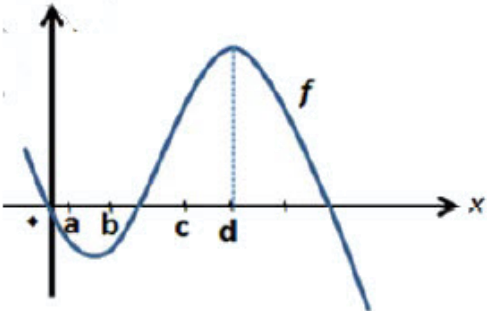
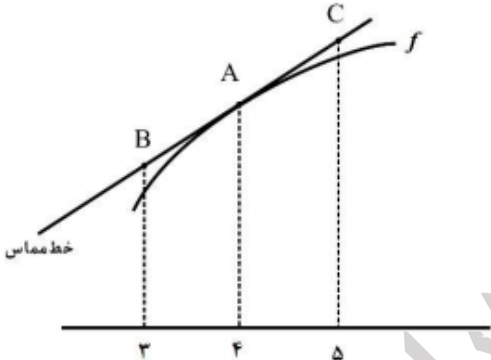
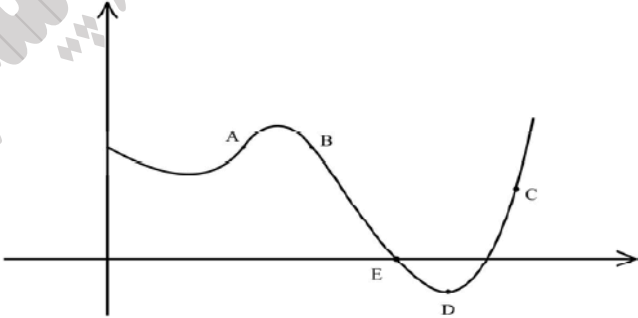


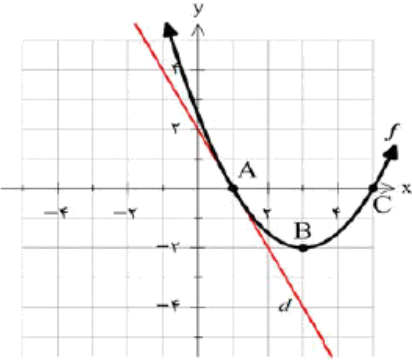
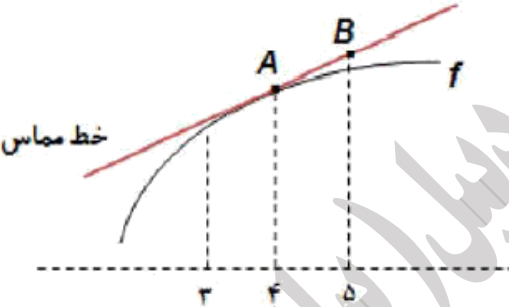
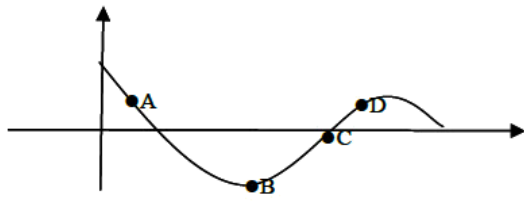
شهریور ۹۹	۱	<p>با توجه به نمودار <math>y = f(x)</math>:</p> <p>الف: حدود خواسته شده را بنویسید.</p> <p>۱) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)</math></p> <p>۲) <math>\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)</math></p> 	۱۱۵
خرداد ۹۸	۱/۵ ۰/۵	<p>الف: حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -} \frac{[x]}{\sin x}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)}</math></p> <p>ب: با استفاده از نمودار تابع <math>y = f(x)</math>، حدهای خواسته شده را بنویسید.</p>  <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =</math></p>	۱۱۶
شهریور ۹۸	۰/۲۵	<p>حد تابع <math>f(x) = \frac{-3x^4 + 5x^2}{2x^2 + 9}</math> وقتی <math>x \rightarrow -\infty</math> میل می کند برابر ..... می باشد.</p>	۱۱۷
شهریور ۹۸	۱/۷۵	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}</math></p>	۱۱۸
دی ۹۸	۱/۷۵	<p>حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{ x - 3 }</math></p>	۱۱۹

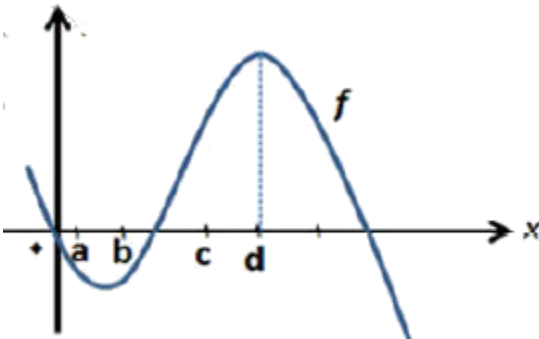
## فصل ۴ : مشتق

### درس اول : آشنایی با مفهوم مشتق

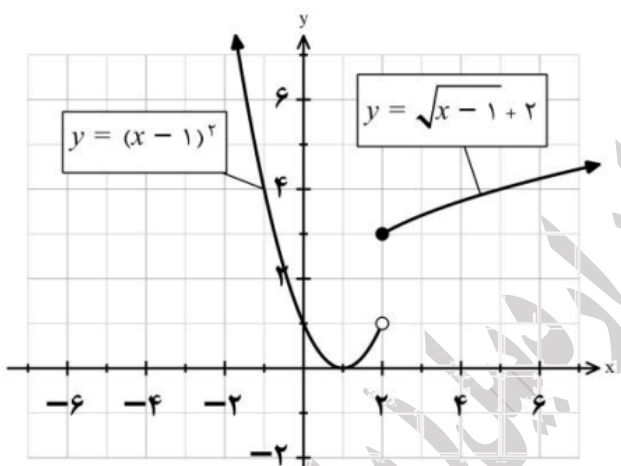
دی ۱۴۰۱	۰/۷۵		<p>۱۲۰ نمودار تابع <math>f</math> به صورت زیر رسم شده است . اگر خط <math>d</math> در نقطه <math>A</math> بر نمودار تابع <math>f</math> بر نمودار تابع <math>f</math> مماس باشد :</p> <p>الف : حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}</math> را بیابید.</p> <p>ب : شیب خط های مماس در نقاط <math>A</math> و <math>B</math> را مقایسه کنید.</p>	۱۲۰
شهریور ۱۴۰۱	۰/۵		<p>۱۲۱ از بین نقاط مشخص شده <math>A</math> و <math>B</math> و <math>C</math> و <math>D</math> و <math>E</math> روی نمودار مقابل ، در کدام نقطه :</p> <p>الف) مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است ؟</p> <p>ب) مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است ؟</p>	۱۲۱
خرداد ۱۴۰۱	۰/۵		<p>۱۲۲ با توجه به نمودار تابع <math>f</math> ، اگر شیب خط مماس در نقاط <math>a</math> و <math>b</math> و <math>c</math> به ترتیب با <math>m_a</math> و <math>m_b</math> و <math>m_c</math> نمایش داده شود.</p> <p>کدامیک از گزینه های زیر صحیح است ؟</p> <p>الف) <math>m_c &gt; m_b &gt; m_a</math> (ب) <math>m_b &gt; m_a &gt; m_c</math></p> <p>پ) <math>m_a &gt; m_b &gt; m_c</math> (ت) <math>m_c = m_b = m_a</math></p>	۱۲۲

شهریور ۱۴۰۰	۱	<p>با در نظر گرفتن نمودار تابع <math>f</math> در شکل زیر، نقاط به طول های <math>a, b, c, d</math> را با مشتق های داده شده در جدول نظیر کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="938 275 1221 514"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>f'(x)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۰/۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۰/۵</td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$f'(x)$		۰		۰/۵		۲		-۰/۵	۱۲۳
$x$	$f'(x)$												
	۰												
	۰/۵												
	۲												
	-۰/۵												
خرداد ۱۴۰۰	۱	<p>برای تابع <math>f</math> در شکل روبرو داریم <math>f'(۴) = ۱/۵</math> و <math>f(۴) = ۲۴</math> با توجه به شکل، مختصات نقاط <math>B</math> و <math>C</math> را بیابید.</p> 	۱۲۴										
دی ۹۹	۱	<p>نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید. (یک نقطه اضافی است).</p> <table border="1" data-bbox="358 1234 553 1528"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>-۳</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۱</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۱</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> 	شیب	نقطه	-۳		-۱		۰		۱		۱۲۵
شیب	نقطه												
-۳													
-۱													
۰													
۱													

<p>۹۹ خرداد</p>	<p>۱</p>	<p>در نمودار مقابل خط <math>d</math> در نقطه <math>x = 1</math> بر نمودار <math>f</math> مماس شده است:</p> <p>الف: مشتق تابع <math>f</math> را در نقطه <math>x = 1</math> محاسبه کنید.                      ب: شیب نمودار را در نقاط <math>C</math> و <math>B</math> مقایسه کنید.</p> 	<p>۱۲۶</p>								
<p>۹۹ خرداد خارج</p>	<p>۱</p>	<p>اگر <math>f(x) = 3x^2 - 2x + 1</math> باشد، <math>f'(2)</math> را بدست آورید و معادله خط مماس بر منحنی تابع <math>f</math> را در نقطه ای به طول ۲ واقع بر آن بنویسید.</p>	<p>۱۲۷</p>								
<p>۹۹ شهریور</p>	<p>۱</p>	<p>برای تابع <math>f</math> در شکل رو به رو داریم: <math>f(4) = \frac{4}{3}</math> و <math>f'(4) = 25</math> با توجه به شکل، مختصات نقاط <math>A</math> و <math>B</math> را بیابید.</p> 	<p>۱۲۸</p>								
<p>۹۸ شهریور</p>	<p>۱</p>	<p>نقاط داده شده روی منحنی را با شیب های ارائه شده در جدول نظیر کنید.</p> <table border="1" data-bbox="276 1354 633 1470"> <tr> <td>شیب</td> <td>۱</td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td>-۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> 	شیب	۱	$\frac{1}{2}$	-۲	نقطه				<p>۱۲۹</p>
شیب	۱	$\frac{1}{2}$	-۲								
نقطه											

دی ۹۸	۱	<p>با در نظر گرفتن نمودار <math>f</math> در شکل ، نقاط به طول های <math>a, b, c, d</math> را با مشتق های داده شده در جدول نظیر کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="909 273 1201 525"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>f'(x)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۰/۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۰/۵</td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$f'(x)$		۰		۰/۵		۲		-۰/۵	۱۳۰
$x$	$f'(x)$												
	۰												
	۰/۵												
	۲												
	-۰/۵												

### درس دوم : مشتق پذیری و پیوستگی

دی ۱۴۰۱	۱/۵	<p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 &amp; x \geq 2 \\ (x-1)^2 &amp; x &lt; 2 \end{cases}</math> به صورت مقابل است:</p>  <p>الف : آیا تابع <math>f</math> در نقطه <math>x = 2</math> مشتق پذیر است؟          ب : آیا تابع در بازه <math>(-\infty, 2)</math> مشتق پذیر است ؟          چرا ؟          پ : مشتق راست تابع <math>f</math> در نقطه <math>x = 2</math> را به دست آورید.</p>	۱۳۱
---------	-----	---	-----

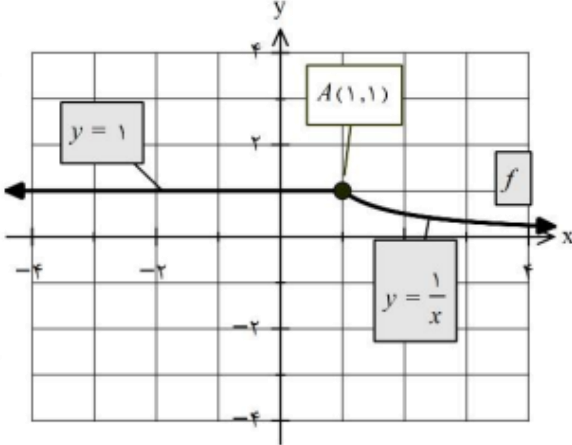
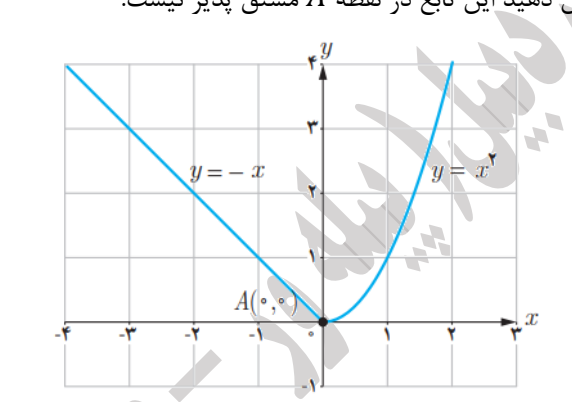
دی ۱۴۰۱	۱/۵	<p>مشتق توابع زیر را بدست آورید.</p> <p>الف : <math>f(x) = x(x-1)(x+1)</math>      ب : <math>g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^3</math></p>	۱۳۲
---------	-----	--	-----

شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.          تابع <math>y = [x]</math> در صفر مشتق پذیر است .</p>	۱۳۳
-------------	------	--	-----

شهریور ۱۴۰۱	۱/۵	<p>معادله نیم مماس راست تابع <math>f(x) =  x^2 - 1 </math> را در نقطه‌ای به طول <math>x = 1</math> واقع بر منحنی بنویسید .</p>	۱۳۴
-------------	-----	--	-----

۱۴ دوره سوالات موضوعی نهایی ریاضی ۳ - رشته علوم تجربی - ( رقیه پيله ور - میکائيل صدقی )

شهریور ۱۴۰۱	۱/۷۵	مشتق توابع زیر را به دست آورید . ( ساده کردن مشتق الزامی نیست ) الف) $f(x) = \frac{-2x+3}{x+4}$ ب) $g(x) = (\sqrt{3x+1})(x^2 + 2x)$	۱۳۵
خرداد ۱۴۰۱	۱	اگر توابع $f$ و $g$ مشتق پذیر باشند و $f(2) = 3$ و $f'(2) = 5$ و $g(2) = 8$ و $g'(2) = -6$ حاصل $(fg)'(2)$ را به دست آورید .	۱۳۶
خرداد ۱۴۰۱	۱/۵	اگر $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 0 \\ x^2 + 3x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد ، مقدار $a$ را محاسبه کنید .	۱۳۷
خرداد ۱۴۰۱	۰/۷۵	مشتق تابع زیر را به دست آورید . ( ساده کردن مشتق الزامی نیست ) $f(x) = \sqrt{\frac{9x-2}{x+1}}$	۱۳۸
دی ۱۴۰۰	۱/۵	مشتق پذیری تابع مقابل را در نقطه $x = -1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq -1 \\ 2x + 6 & x < -1 \end{cases}$	۱۳۹
دی ۱۴۰۰	۱/۷۵	مشتق توابع زیر را به دست آورید. ( ساده کردن الزامی نیست. ) الف: $f(x) = (x^2 + 2x - 1)^5$ ب: $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 1)$	۱۴۰
دی ۱۴۰۰	۰/۷۵	اگر توابع $f$ و $g$ مشتق پذیر باشند و $f(1) = 3$ و $f'(1) = 5$ و $g(1) = 3$ و $g'(1) = 5$ در این صورت $(3f + 2g)'(1)$ را به دست آورید.	۱۴۱
شهریور ۱۴۰۰	۱	اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.	۱۴۲
شهریور ۱۴۰۰	۱/۵	مشتق تابع های زیر را بدست آورید . ( ساده کردن مشتق الزامی نیست ) الف : $f(x) = (x^2 + 2x + 1)^5$ ب : $g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+2}}$	۱۴۳

۱۴۰۰ خرداد	۱	<p>با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع <math>f</math> در نقطه <math>A</math>، نشان دهید که تابع <math>f</math> در نقطه <math>A</math> مشتق پذیر نیست.</p> 	۱۴۴
۱۴۰۰ خرداد	۱/۵	<p>مشتق تابع های زیر را بدست آورید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست )</p> <p>الف : <math>f(x) = \frac{9x-2}{\sqrt{x}}</math>      ب : <math>g(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^2</math></p>	۱۴۵
۹۹ دی	۱/۵	<p>مشتق تابع های زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف : <math>f(x) = \left(\frac{x^2}{2x-1}\right)^5</math>      ب : <math>g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 1)</math></p>	۱۴۶
۹۹ دی		<p>با محاسبه مشتق چپ و راست تابع داده شده در نقطه <math>A</math>، نشان دهید این تابع در نقطه <math>A</math> مشتق پذیر نیست.</p> 	۱۴۷
۹۹ شهریور	۱/۵	<p>تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 &amp; x \geq 0 \\ 2x + 1 &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math> داده شده است.</p> <p>الف : نشان دهید که <math>f'(0)</math> وجود ندارد.</p> <p>ب : ضابطه تابع مشتق را بنویسید.</p> <p>پ: نمودار تابع <math>f'</math> را رسم کنید.</p>	۱۴۸
۹۹ شهریور	۱/۷۵	<p>مشتق تابع های زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف : <math>f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x}}</math>      ب : <math>g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)(x^2 + 5x)^y</math></p>	۱۴۹

۱۴ دوره سوالات موضوعی نهایی ریاضی ۳ - رشته علوم تجربی - ( رقیه پيله ور - میکائيل صدقی )

خرداد ۹۹ خارج	۰/۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف: تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در نقطه $x = 0$ مماس قائم دارد. ب: اگر تابع $f$ پیوسته باشد لزوماً مشتق پذیر است.	۱۵۰
	۲/۲۵	مشتق تابع های زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 1}$ ب: $g(x) = (x^2 + 1)^3 (\Delta x - 1)$	۱۵۱
خرداد ۹۹ خارج	۱/۷۵	مشتق تابع های زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $f(x) = \left(\frac{-3x-1}{x^2+5}\right)^{\Delta}$ ب: $f(x) = \sqrt{\Delta x + 3}$	۱۵۲
	۱/۲۵	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱۵۳
خرداد ۹۹	۱/۲۵	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) =  x^2 - 4 $ را در نقطه $x = -2$ بررسی کنید.	۱۵۴
خرداد ۹۹	۱/۷۵	مشتق تابع های زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $f(x) = \left(\frac{-3x+1}{x^2+5}\right)^{\Delta}$ ب: $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right) (\sqrt{3x+2})$	۱۵۵
دی ۹۸	۱/۷۵	مشتق تابع های زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $f(x) = (x^2 + 1)^3 (\Delta x - 1)$ ب: $g(x) = \frac{3x-2}{\sqrt{x}}$	۱۵۶
دی ۹۸	۱/۲۵	$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.	۱۵۷
شهریور ۹۸	۱/۵	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱۵۸
	۱/۵	مشتق تابع $y = \frac{1}{x} (2\sqrt{x} - 1)^4$ را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).	۱۵۹
خرداد ۹۸	۱	مشتق تابع $f(x) = x^3 - 2$ را با استفاده از تعریف مشتق در نقطه ای به طول $\Delta x = -1$ به دست آورید.	۱۶۰



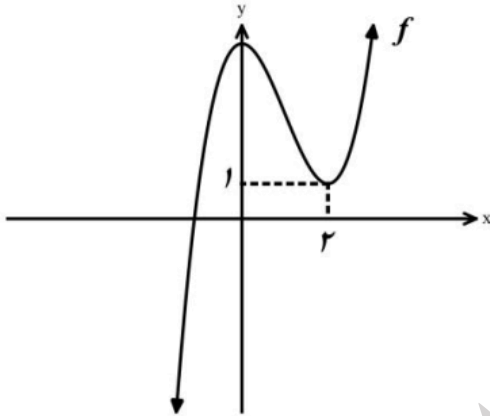
خرداد ۹۸	۱/۵	<p>اگر <math>x &lt; 0</math> <math>f(x) = 2x - 1</math> را در نظر بگیرید:</p> <p>الف: نشان دهید <math>f(0)</math> وجود ندارد.</p> <p>ب: ضابطه ی تابع مشتق را بنویسید.</p> <p>ج: نمودار تابع <math>f</math> را رسم کنید.</p>	۱۶۱
	۱/۵	<p>مشتق تابع های زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف: <math>f(x) = (x^4 - 3x)^5</math></p> <p>ب: <math>g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x}</math></p>	۱۶۲
<b>درس سوم: آهنگ تغییر</b>			
دی ۱۴۰۱	۱/۲۵	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم ، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله <math>h(t) = -4t^2 + 40t</math> به دست می آید.</p> <p>الف: سرعت متوسط در بازه <math>[2, 4]</math> را بیابید.</p> <p>ب: در چه زمانی سرعت لحظه ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟</p>	۱۶۳
شهریور ۱۴۰۱	۱	<p>تابع <math>f(x) = 7\sqrt{x} + 50</math> قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود شصت ماهگی نشان می دهد ، که در آن <math>x</math> مدت زمان پس از تولد ( بر حسب ماه ) است . آهنگ متوسط رشد در بازه زمانی <math>[0, 25]</math> چقدر است ؟</p>	۱۶۴
خرداد ۱۴۰۱	۱/۲۵	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت <math>f(t) = t^2 - t + 10</math> بر حسب متر در بازه <math>[0, 5]</math> ( بر حسب ثانیه ) داده شده است . <u>سرعت متوسط</u> را در بازه زمانی <math>[0, 5]</math> و <u>سرعت لحظه ای</u> را در لحظه <math>t = 2</math> به دست آورید .</p>	۱۶۵
دی ۱۴۰۰	۱	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت <math>f(t) = t^2 - t + 10</math> بر حسب متر در بازه <math>[0, 5]</math> ( بر حسب ثانیه ) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی <math>[0, 5]</math> باهم برابرند؟</p>	۱۶۶
شهریور ۱۴۰۰	۱/۵	<p>تابع با ضابطه <math>f(x) = 7\sqrt{x} + 50</math> متوسط قد کودکان تا شصت ماهگی را نشان می دهد که در آن <math>x</math> مدت زمان پس از تولد ( بر حسب ماه ) است.</p> <p>الف: آهنگ تغییر متوسط رشد در بازه ی زمانی <math>[0, 25]</math> چقدر است؟</p> <p>ب: آهنگ لحظه ای تغییر قد در ۴۹ ماهگی چقدر است؟</p>	۱۶۷

۱۴ دوره سوالات موضوعی نهایی ریاضی ۳ - رشته علوم تجربی - ( رقیه پيله ور - ميكائيل صدقي )

۱۴۰۰ خرداد	۱/۵	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم . جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در نظر می گیریم . ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می آید: الف : سرعت متوسط جسم را در بازه $[5, 8]$ به دست آورید. ب : مشخص کنید در چه لحظه ای سرعت جسم $35m/s$ است.	۱۶۸
۹۹ - خرداد ۹۹ خارج	۱	معادله متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ ( $t$ بر حسب ثانیه ) داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟	۱۶۹
۹۹ شهریور	۰/۵	خودرویی در امتداد خط راست طبق معادله $d(t) = -5t^2 + 20t$ حرکت می کند ، که در آن $0 \leq t \leq 5$ بر حسب ثانیه است . سرعت لحظه ای در $t = 2$ چقدر است؟	۱۷۰
۹۹ خرداد خارج	۱	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. آهنگ رشد جرم این توده باکتری در لحظه $t = 1$ چقدر است؟	۱۷۱
۹۹ خرداد	۱/۵	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + 2t^3$ گرم است. الف : جرم این توده باکتری در بازه زمانی $1 \leq t \leq 4$ چند گرم افزایش می یابد؟ ب: آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 4$ چقدر است؟	۱۷۲
۹۸ دی	۱	تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می دهد، که در آن $x$ مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. آهنگ رشد در بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟	۱۷۳
۹۸ شهریور	۱	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ را وقتی متغیر از $x_1 = 2$ به $x_2 = 7$ تغییر می کند به دست آورید.	۱۷۴
۹۸ خرداد	۱	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t$ ، بر حسب متر داده شده است. در چه زمانی سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 4]$ باهم برابرند.	۱۷۵

## فصل ۵ : کاربرد مشتق

### درس اول : اکسترم های تابع

دی ۱۴۰۱	۱/۵		<p>۱۷۶ نمودار تابع با ضابطه <math>f(x) = x^3 + bx^2 + d</math> به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر <math>b</math> و <math>d</math> را بیابید.</p>
شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵		<p>۱۷۷ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است.</p>
شهریور ۱۴۰۱	۱/۵		<p>۱۷۸ با تشکیل جدول تغییرات تابع <math>f(x) = x^3 - 12x + 4</math>، مشخص کنید تابع در چه بازه‌هایی صعودی اکیدا است؟</p>
خرداد ۱۴۰۱	۲		<p>۱۷۹ اکسترم‌های نسبی تابع <math>f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}</math> را در صورت وجود به دست آورید.</p>
دی ۱۴۰۰	۲		<p>۱۸۰ اکسترم‌های مطلق تابع <math>f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x</math> را در بازه <math>[-1, 3]</math> تعیین کنید.</p>
	۱		<p>۱۸۱ اگر نقطه <math>(2, 1)</math> نقطه اکسترم نسبی تابع <math>f(x) = x^3 + bx^2 + d</math> باشد، مقادیر <math>b</math> و <math>d</math> را به دست آورید.</p>
شهریور ۱۴۰۰	۱/۵		<p>۱۸۲ تابع با ضابطه <math>f(x) = x^3 - 3x</math> در چه بازه‌هایی اکیدا صعودی و در کدام بازه اکیدا نزولی است؟</p>

۱۴۰۰ خرداد	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.	۱۸۳
	۱/۵	اگر نقطه (۲, ۱)، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر $b$ و $d$ را بدست آورید.	۱۸۴
۹۹ دی	۲	در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$	۱۸۵
۹۹ شهریور	۱/۵	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = x^2 - 3x + 7$ را در بازه $[-1, 3]$ ، در صورت وجود به دست آورید.	۱۸۶
	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است.	۱۸۷
	۱	اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای اکسترمم نسبی برابر ۳- باشد، مقادیر $a, b$ را بیابید.	۱۸۸
۹۹ خرداد خارج	۱/۷۵	الف: نقطه بحرانی را تعریف کنید. ب: اگر نقطه (۲, ۱) نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر $b, d$ را بدست آورید.	۱۸۹
	۱/۷۵	مقادیر ماکزیمم و می نیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود به دست آورید.	۱۹۰
۹۹ خرداد	۲/۲۵	تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ را در نظر بگیرید: الف: با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و می نیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. ب: مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f$ در بازه $[0, 3]$ در صورت وجود به دست آورید.	۱۹۱
	۲	اگر نقطه (۲, ۱)، نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر $b, d$ را بدست آورید.	۱۹۲
۹۸ دی	۲	در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را بدست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$	۱۹۳

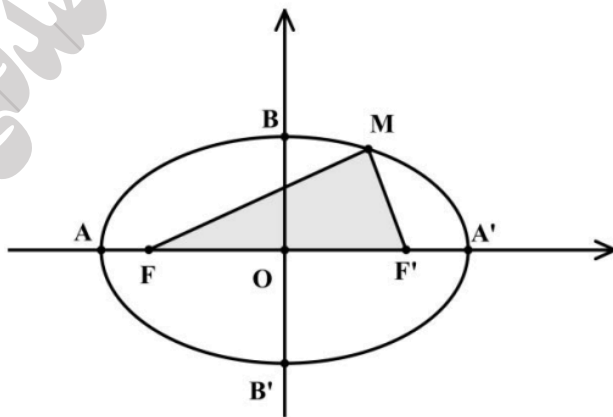
شهریور ۹۸	۲	الف : جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 3x + 4$ را رسم کنید و نقاط اکسترمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید. ب : اکسترمم های مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه ی $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید.	۱۹۴
خرداد ۹۸	۱	اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکزیمم نسبی برابر ۷ باشد ، مقادیر $a, b$ را بدست آورید.	۱۹۵
	۱/۲۵	اکسترمم مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه ی $[-1, 3]$ به دست آورید.	۱۹۶
<b>درس دوم : بهینه سازی</b>			
دی ۱۴۰۱	۱/۵	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۱۹۷
شهریور ۱۴۰۱	۱/۲۵	نشان دهید در بین مستطیل هایی با محیط ۱۶ سانتی متر ، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشند .	۱۹۸
خرداد ۱۴۰۱	۱/۵	اگر بین دو عدد حقیقی $X$ و $Y$ رابطه $Y = 10 - X$ برقرار باشد ، مقادیر $X$ و $Y$ را طوری به دست آورید که حاصل ضرب این دو عدد مینیمم گردد .	۱۹۹
شهریور ۱۴۰۰	۱/۵	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۲۰۰
خرداد ۱۴۰۰	۱/۵	در بین تمام مستطیل هایی با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر ، طول و عرض مستطیلی با بیش ترین مساحت را بیابید.	۲۰۱
خرداد ۹۹ دی ۹۹	۱	نشان دهید در بین تمام مستطیل های با محیط ثابت ۱۴ سانتی متر ، مستطیلی بیش ترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.	۲۰۲
	۱/۲۵		

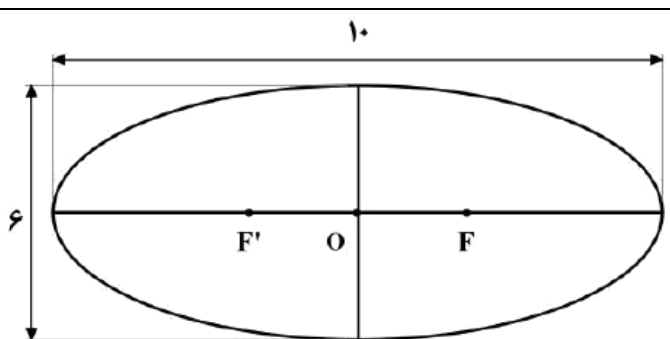
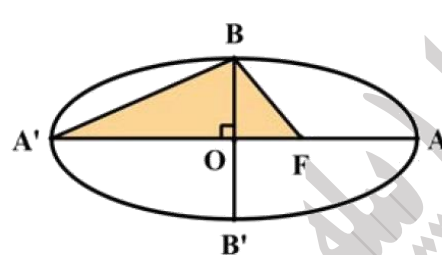
شهریور ۹۹	۱/۲۵	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن ها ۲۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۲۰۳
خرداد ۹۹	۱/۲۵	ابعاد مستطیلی با بیشترین مساحت را تعیین کنید که دو راس آن روی محور $x$ ها و دو راس دیگرش بالای محور $x$ ها و روی سهمی به معادله $y = 12 - x^2$ باشند.	۲۰۴
خرداد ۹۹	۱/۵	هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی ، شامل یک متن با مساحت $32cm^2$ خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب ، لازم است حاشیه های بالا و پایین هر صفحه $2cm$ و حاشیه های کناری هر کدام یک سانتیمتر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه کمترین مقدار ممکن باشد.	۲۰۵
دی ۹۸	۱	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.	۲۰۶
شهریور ۹۸	۱	دو عدد حقیقی $a, b$ را طوری بیابید که داشته باشیم $2a + b = 60$ و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار ممکن گردد.	۲۰۷
خرداد ۹۸	۱/۲۵	ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه ی آن مربع های کوچکی به ضلع $x$ برش بزنیم و آن ها را کنار بگذاریم . سپس لبه جعبه را به اندازه $x$ برمی گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود . مقدار $x$ چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.	۲۰۸

## فصل ۶: هندسه

### درس اول: تفکر تجسمی و آشنایی با مقاطع مخروطی

دی ۱۴۰۱	۱/۵	<p>اگر در بیضی مقابل مختصات کانون <math>F'(4,0)</math> و مختصات راس <math>B(0,3)</math> باشد:</p> <p>الف: قطر بزرگ بیضی را بیابید.</p> <p>ب: محیط مثلث <math>MFF'</math> را بیابید.</p>	۲۰۹
---------	-----	---	-----



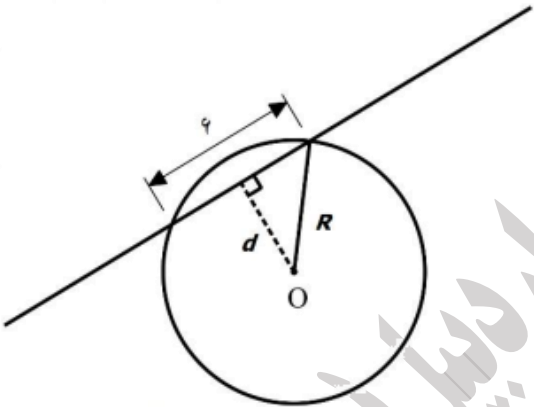
شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵	در جاهای خالی عبارات مناسب قرار دهید. شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود ، ..... آن نامیده می‌شود .	۲۱۰
شهریور ۱۴۰۱	۰/۷۵	 <p>در بیضی مقابل فاصله کانونی را محاسبه کنید . ( <math>F'</math> و <math>F</math> کانون‌های بیضی هستند.)</p>	۲۱۱
خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول محور آن ، مخروط نام دارد.	۲۱۲
خرداد ۱۴۰۱	۰/۲۵	در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. خروج از مرکز بیضی با قطر بزرگ ۸ و فاصله کانونی ۶ برابر ..... است.	۲۱۳
خرداد ۱۴۰۱	۱/۵	 <p>اگر طول قطر بزرگ <math>AA'</math> و قطر کوچک <math>BB'</math> بیضی مقابل به ترتیب ۱۰ و ۸ باشد :</p> <p>الف) مقدار <math>A'F</math> را به دست آورید . ( <math>F</math> کانون بیضی است )</p> <p>ب) مساحت مثلث هاشور خورده <math>(BFA')</math> چقدر است ؟</p>	۲۱۴
دی ۱۴۰۰	۱/۵	خروج از مرکز یک بیضی افقی $\frac{4}{5}$ ، مرکز آن $(-۴ - ۱)$ و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است. الف) فاصله کانونی را محاسبه کنید. ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ این بیضی را پیدا کنید.	۲۱۵
شهریور ۱۴۰۰	۱	در یک بیضی افقی ، طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه ای با مختصات $(۴, ۵)$ باشد : الف : فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید. ب : مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را بنویسید.	۲۱۶
خرداد ۱۴۰۰	۰/۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هرچه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک تر باشد ، شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد.	۲۱۷

۱۴ دوره سوالات موضوعی نهایی ریاضی ۳ - رشته علوم تجربی - ( رقیه پيله ور - ميكائيل صدقي )

۱۴۰۰ خرداد	۱/۵	<p>۲۱۸</p> <p>کانون های یک بیضی نقاط <math>(۱, ۳)</math> و <math>(۱, -۵)</math> است.</p> <p>الف : فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید.</p> <p>ب : اگر <math>a = ۶</math> باشد ، اندازه قطر کوچک را پیدا کنید. ( <math>a</math> اندازه نصف قطر بزرگ بیضی است).</p>
۹۹ دی	۱/۵	<p>۲۱۹</p> <p>خروج از مرکز یک بیضی افقی <math>\frac{۴}{۵}</math> ، مرکز آن <math>(-۴, -۱)</math> و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است.</p> <p>الف : طول قطر کانونی و فاصله کانونی را محاسبه کنید.</p> <p>ب : مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را پیدا کنید.</p>
شهریور ۹۹	۰/۵	<p>۲۲۰</p> <p>در هر قسمت ، عبارت مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>الف : اگر صفحه ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و هیچ حالتی با مولد سطح مخروطی موازی نباشد و از راس نگذرد ، شکل حاصل از تقاطع صفحه با سطح مخروطی ..... خواهد بود.(بیضی - سهمی - هذلولی)</p> <p>ب: اگر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک شود، شکل بیضی به شکل ..... نزدیک خواهد شد. ( پاره خط - دایره - نقطه )</p>
شهریور ۹۹	۱	<p>۲۲۱</p> <p>کانون های یک بیضی نقاط <math>(۲, ۵)</math> و <math>(۲, -۳)</math> و <math>a = ۵</math> است. مختصات مرکز و اندازه قطر کوچک بیضی را پیدا کنید.</p>
خرداد ۹۹ خارج	۰/۲۵	<p>۲۲۲</p> <p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>شکل حاصل از دوران یک نیم دایره حول شعاع عمود بر قطر آن یک ..... است.</p>
	۱/۲۵	<p>۲۲۳</p> <p>کانون های یک بیضی نقاط <math>(۱, ۳)</math> و <math>(۱, -۵)</math> است و اندازه قطر بزرگ ۱۲ می باشد. فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و خروج از مرکز بیضی را محاسبه کنید.</p>
	۱/۵	<p>۲۲۴</p> <p>در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۶ و طول قطر قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مختصات مرکز آن <math>O</math> باشد.</p> <p>الف: فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید.</p> <p>ب: مختصات دو سر قطر بزرگ آن را بنویسید.</p>
خرداد ۹۹	۲	<p>۲۲۵</p> <p>کانون های یک بیضی نقاط <math>(۱, ۳)</math> و <math>(۱, -۵)</math> است.</p> <p>الف : فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ بیضی را بنویسید.</p> <p>ب : اگر <math>a = ۶</math> باشد ، اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.</p>
	۰/۲۵	<p>۲۲۶</p> <p>در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود،..... آن نامیده می شود.</p>



دی ۹۸	۱/۵	کانون های یک بیضی نقاط (۱, ۳) و (۱, -۵) است. الف : فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب : اگر $a = ۶$ باشد ، اندازه قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.	۲۲۷
شهریور ۹۸	۰/۲۵	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. اگر صفحه $P$ در یکی از موقعیت ها با مولد سطح مخروطی موازی باشدو از راس آن عبور نکند شکل حاصل یک هذلولی است.	۲۲۸
	۰/۵	در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید. شکل حاصل از دوران یک مستطیل حول طول یا عرض آن ..... است.	۲۲۹
	۰/۷۵	اگر در یک بیضی داشته باشیم $a = ۵$ , $b = ۳$ در این صورت اندازه فاصله کانونی این بیضی را محاسبه کنید.	۲۳۰
خرداد ۹۸	۰/۲۵	در جای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید. هرچه خروج از مرکز بیضی ..... (کوچکتر - بزرگتر) شود شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد.	۲۳۱
خرداد ۹۸	۰/۲۵	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه به صورت مخروط تو پر می باشد.	۲۳۲
خرداد ۹۸	۱	در یک بیضی افقی طول قطر بزرگ ۸ و طول قطر کوچک ۶ واحد است. فاصله ی کانونی بیضی را بدست آورید.	۲۳۳
<b>درس دوم : دایره</b>			
دی ۱۴۰۱	۱	معادله گسترده یک دایره به شکل $x^2 + y^2 + 2y + 2x - 8 = 0$ است . مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بیابید.	۲۳۴
شهریور ۱۴۰۱	۱/۵	معادله گسترده دایره $C(O, R)$ به شکل $x^2 + y^2 + 2y - 4x - 4 = 0$ است . الف) مختصات مرکز و شعاع دایره $C$ را محاسبه کنید . ب) آیا نقطه $A(0, 3)$ روی محیط دایره $C$ قرار دارد ؟ چرا ؟	۲۳۵
خرداد ۱۴۰۱	۰/۵	کدامیک از نقاط زیر روی محیط دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ قرار دارد ؟ الف) (۰,۰) ب) (۱,۰) پ) (۰, -۱) ت) (-۱,۰)	۲۳۶

۲۳۷	معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن $(۰, ۳)$ و بر خط $۳x - ۴y = ۳$ مماس باشد.	۱	۱۴۰۱ خرداد
۲۳۸	معادله دایره ای بنویسید که مرکز آن $(۰, ۳)$ و بر خط $۳x - ۴y = ۳$ مماس باشد.		دی ۱۴۰۰
۲۳۹	وضعیت خط $x + y = ۳$ و دایره $x^2 + y^2 - ۲x - ۳ = ۰$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۴۰	مرکز دایره ای ، نقطه $O(۲, -۳)$ است . این دایره روی خط $۳x - ۴y + ۲ = ۰$ و تری به طول ۶ جدا می کند . معادله دایره را بنویسید.	۱/۵	۱۴۰۰ خرداد
			
۲۴۱	اگر معادله دایره به شکل $(x + ۱)^2 + y^2 = ۴$ باشد: الف : مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بنویسید. ب: مختصات تقاطع دایره با محور $x$ ها را پیدا کنید.	۱	دی ۹۹
۲۴۲	معادله دایره ای را بنویسید که بر خط $۳x + ۴y = ۱$ مماس بوده و مرکز آن $(۱, ۲)$ باشد.	۱	شهریور ۹۹
۲۴۳	معادله دایره ای را بنویسید که بر خط $۳x + ۴y - ۱ = ۰$ مماس بوده و مرکز آن $(۱, ۲)$ باشد.	۱	۹۹ خرداد خارج
۲۴۴	در جاهای خالی عبارات مناسب قرار دهید. وقتی یک سطح مخروطی توسط یک صفحه به طور عمودی برش داده می شود سطح مقطع یک.....است	۰/۲۵	
۲۴۵	وضعیت دایره به معادله $x^2 + y^2 = ۲$ و خط $y = -x - ۲$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۰/۷۵	

دی ۹۸	۰/۷۵	وضعیت دایره $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ و خط $y = -1$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲۴۶
شهریور ۹۸	۱/۲۵	وضعیت خط $x + y = 3$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ مشخص کنید.	۲۴۷
خرداد ۹۸	۲	وضعیت دو دایره به معادلات $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ و $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲۴۸

## فصل ۷: احتمال

### قانون احتمال کل

دی ۱۴۰۱	۱/۵	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟	۲۴۹
شهریور ۱۴۰۱	۱/۵	چهار ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۰ مهره قرار دارد که ۶ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم همه مهره ها قرمزند. در ظرف سوم ۱۲ مهره قرار دارد که ۴ تای آنها قرمز هستند. و در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم، احتمال اینکه مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟	۲۵۰
خرداد ۱۴۰۱	۲	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟	۲۵۱
دی ۱۴۰۰	۱/۵	۴ ظرف یکسان داریم. در ظرف اول ۱۴ مهره قرار دارد که شامل ۴ مهره قرمز است. در ظرف دوم همه مهره ها قرمزند و ظرف سوم ۸ مهره دارد که شامل ۶ مهره قرمز است. در ظرف چهارم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم. احتمال آن که مهره انتخابی قرمز باشد چقدر است؟	۲۵۲
شهریور ۱۴۰۰	۱/۵	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۵ مهره سبز و ۷ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. به چه احتمالی این مهره سبز است؟	۲۵۳

۱۴ دوره سوالات موضوعی نهایی ریاضی ۳ - رشته علوم تجربی - ( رقیه پيله ور - میکائيل صدقی )

۲	۱۴۰۰ خرداد	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $0/08$ و نوزاد دختر $0/03$ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد. با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟	۲۵۴
$1/5$	۹۹ دی	سه ظرف یکسان داریم . ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۳ مهره ی آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره ی قرمز است . با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می آوریم . احتمال آن که مهره انتخابی آبی باشد چقدر است؟	۲۵۵
$0/5$	۹۹ شهریور	در هر قسمت ، عبارت مناسب را انتخاب کنید. الف : در پیشامد $A, B$ را ..... گوییم هرگاه وقوع هر یک بر احتمال وقوع دیگری تاثیری نداشته باشد. (مستقل - ناسازگار - سازگار) ب: احتمال وقوع پیشامد $A$ به شرط اینکه بدانیم پیشامد $B$ رخ داده است ، به صورت ..... نمایش داده می شود. $(P(A - B), P(A B), P(B A))$ .	۲۵۶
۱	۹۹ شهریور	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری عفونی به نوزاد پسر $0/07$ و نوزاد دختر $0/04$ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشند، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟	۲۵۷
$1/25$	۹۹ خرداد خارج	دو جعبه داریم . درون یکی از آنها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب هستند. به تصادف جعبه ای انتخاب کرده ، یک لامپ از آن بیرون می آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ مورد نظر معیوب باشد؟	۲۵۸
$1/5$		اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $0/08$ و به دختر $0/03$ باشد و خانواده ای قصد بچه دار شدن را داشته باشند، با چه احتمالی نوزاد آن ها به بیماری خاص مبتلا خواهد شد؟	۲۵۹
۲	۹۹ خرداد	اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد $0/08$ و نوزاد دختر $0/03$ باشد و خانواده ای منتظر به دنیا آمدن فرزندی باشد ، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟	۲۶۰
$0/25$	۹۸ دی	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. دو پیشامد $A, B$ از هم مستقل هستند همراه با هم رخ ندهند.	۲۶۱
$1/25$	۹۸ دی	فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۰ درصد مرد و ۶۰ درصد زن باشند و احتمال شیوع یک بیماری خاص در این گروه به ترتیب ۳ درصد و ۵ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است ؟	۲۶۲

شهریور ۹۸	۱/۵	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است و ظرف دوم ۶ مهره آبی و ۸ مهره قرمز است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره آبی است.	۲۶۳
خرداد ۹۸	۱/۷۵	سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره ی سبز و ۴ مهره ی آبی است. ظرف دوم شامل ۷ مهره ی سبز و ۳ مهره ی آبی است. ظرف سوم شامل ۶ مهره ی سبز و ۴ مهره ی قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف ها را انتخاب و یک مهره از آن بیرون می آوریم با چه احتمالی این مهره آبی است؟	۲۶۴

امیدواریم این فایل در جهت پیشبرد اهداف آموزشی مورد استفاده همکاران و دانش آموزان گرامی قرار بگیرد.

نظرات و پیشنهادات خود را می توانید در سایت [www.math-pilevar.ir](http://www.math-pilevar.ir) ثبت کنید.

### گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پيله ور - ميكائيل صدقي

دی ۱۴۰۰

# پاسخ سوالات موضوعی نهایی

**"ریاضی ۳"**

**پایه دوازدهم رشته علوم تجربی**

**آخرین آپدیت: دی ۱۴۰۱**

**گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل**

**رقیه پيله ور – میکائیل صدقی**

[www.math-pilevar.ir](http://www.math-pilevar.ir)

[www.artamath.blogfa.com](http://www.artamath.blogfa.com)

## فصل اول : تابع

### درس اول : توابع چند جمله ای - توابع صعودی و نزولی

بارم	پاسخ	ردیف
۰/۱۵	(ب) نادرست	۱
۰/۱۵	(ب) درست	۲
۰/۲۵	درست	۳
۰/۲۵	پایین تر	۴
۰/۱۵	ب : نادرست	۵
۰/۲۵	درست	۶
۰/۱۵	پایین	۷
۰/۱۵	ب: نادرست	۸
۰/۲۵	$R$	۹
۰/۲۵	نادرست	۱۰
۰/۲۵	نادرست	۱۱
۰/۲۵	نادرست	۱۲
۰/۲۵	یکنوا	۱۳
۰/۲۵	صعودی	۱۴
۰/۲۵	نادرست	۱۵
۰/۲۵	ثابت	۱۶

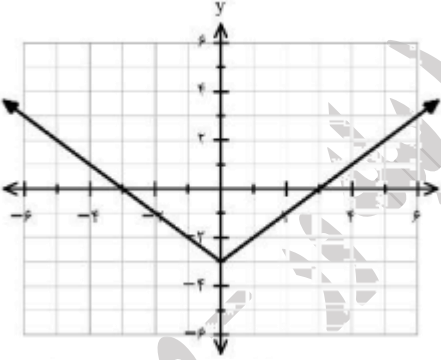
درس دوم : تركيب توابع

۱/۲۵	$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-۳, +\infty) \mid \sqrt{x+۳} \in \mathbb{R}\} = [-۳, +\infty)$ $(g \circ f)(۱) = g(۳) = \sqrt{۶}$	الف ب	۱۷						
۰/۷۵	$D_{f(\frac{x}{۲})} \Rightarrow -۱ < \frac{x}{۲} \leq ۳ \Rightarrow D_{f(\frac{x}{۲})} = (-۲, ۶]$	برد تغيير نمي کند.	۱۸						
۲		الف) رسم دقيق نمودار ب) $[-۱, ۵]$ صفحه ۲۳	۱۹						
۰/۷۵	$g \circ f = \{(۰, ۴), (۳, ۷), (۵, ۰)\}$	صفحه ۱۳	۲۰						
۰/۵		پ	۲۱						
۰/۷۵	$x = ۳ \rightarrow ۲(۳) - ۲ = ۴ \rightarrow \frac{۴}{\sqrt{(۴)+۱}} = \frac{۴}{۳}$	صفحه ۱۲	۲۲						
۰/۲۵		درست	۲۳						
۰/۷۵	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>مرحله ۱</td> <td>مرحله ۲</td> <td>مرحله ۳</td> </tr> <tr> <td><math>f(x) - ۲ = (x-۱)^۲ - ۲</math></td> <td><math>f(x+۱) - ۲ = x^۲ - ۲</math></td> <td><math>-f(x+۱) + ۲ = -x^۲ + ۲</math></td> </tr> </table>	مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳	$f(x) - ۲ = (x-۱)^۲ - ۲$	$f(x+۱) - ۲ = x^۲ - ۲$	$-f(x+۱) + ۲ = -x^۲ + ۲$		۲۴
مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳							
$f(x) - ۲ = (x-۱)^۲ - ۲$	$f(x+۱) - ۲ = x^۲ - ۲$	$-f(x+۱) + ۲ = -x^۲ + ۲$							
۱/۵	الف : $g(f(۱)) = g(۲) = -۲$ ب : $(f+g)(۰) = -۱ + ۳ = ۲ \Rightarrow f((f+g)(۰)) = f(۲) = -۵$		۲۵						



۰/۷۵		۲۶
۱/۲۵	$D_f = [1, +\infty)$ , $D_g = \mathbb{R}$ $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 1 \in [1, +\infty)\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ $g \circ f(2) = 1$	۲۷
۱/۵	الف : $f(-3) = 1$ ب : $3t - 1 = -4 \Rightarrow t = -1$ پ : $[-2, +\infty)$	۲۸
۰/۷۵		الف : ۲۹
	ب : $D = [-4, 6]$	
۱	$f(g(x)) = 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14 \Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$	۳۰
۲	الف : $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in (-\infty, 2] \mid \sqrt{4 - 2x} \in \mathbb{R}\} = (-\infty, 2]$ ب : $g(\cdot) - \frac{2}{-1} = -1 + 2 = 1$	۳۱
۰/۵	الف : $[-2, 8]$ ب : ۵	۳۲
۰/۷۵	$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid f(x) \in D_f\} = \{x \in [-6, +\infty) \mid \sqrt{x+6} \in \mathbb{R}\} = [-6, +\infty)$	۳۳
۰/۲۵	نادرست	۳۴

۰/۲۵		نادرست	۳۵
۰/۲۵		درست	۳۶
۲	الف: $D_f = [1, +\infty)$ , $D_g = R \Rightarrow D_{f \circ g} = \{x \in D_g   g(x) \in D_f\} = \{x \in R   2x^2 - 1 \in [1, +\infty)\}$ $\Rightarrow (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ ب: $f(g(x)) = \sqrt{2x^2 - 2}$		۳۷
۰/۵			۳۸
۱	$D_{g \circ f} = \{x \in D_f   f(x) \in D_g\} = \{x \geq 4   \sqrt{x-4} \neq \pm 1\} = [4, 5) \cup (5, +\infty)$		۳۹
۰/۵			۴۰
۱/۲۵	الف: $D_f = [1, +\infty)$ , $D_g = R \Rightarrow D_{f \circ g} = \{x \in D_g   g(x) \in D_f\} = \{x \in R   2x^2 - 1 \in [1, +\infty)\}$ $\Rightarrow (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$		۴۱
۱	$f^{-1}(x) = 8x + 24 \Rightarrow f^{-1}(5) = 64$ $g^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ $g^{-1} \circ f^{-1}(x) = g^{-1}(64) = \sqrt[3]{64} = 4$		۴۲
۰/۵			۴۳

۰/۲۵		نادرست	۴۴
۱/۵	الف: $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-۶, +\infty) \mid \sqrt{x+۶} \in R\} = [-۶, +\infty)$ ب: $h(x) = x^2 - ۵ \quad x \geq ۰$		۴۵
<b>درسی سوم: تابع وارون</b>			
۰/۲۵		نادرست	۴۶
۰/۲۵		۲	۴۷
۰/۵		$\sqrt{x}$	۴۸
۰/۲۵		۲	۴۹
۰/۲۵		نادرست	۵۰
۲	۱) $(g \circ f)(-۱) = g(۱) = -۵$ ۲) $(g^{-1} \circ f^{-1})(۲) = g^{-1}(۰) = -۴$ ب) رسم درست نمودار یک نمیره صفحات ۲۳ و ۲۹	الف)	۵۱
			
۰/۲۵		درست	۵۲
۱	$-۵ - \sqrt{۳x+۱} = y \Rightarrow ۳x+۱ = (y+۵)^2 \Rightarrow x = \frac{(y+۵)^2 - ۱}{۳} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{(x+۵)^2 - ۱}{۳}$ $D_{g^{-1}} = (-\infty, -۵)$		۵۳
۱/۲۵	الف: $y = \sqrt{x+۲} \Rightarrow y^2 = x+۲ \Rightarrow x = y^2 - ۲ \Rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - ۲$ ب: $D_{f^{-1}} = [۲, +\infty)$ $f(x) = (x-۲)^2 + ۱ \Rightarrow y-۱ = (x-۲)^2$ $x-۲ = \pm\sqrt{y-۱} \Rightarrow x = \sqrt{y-۱} + ۲ \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-۱} + ۲$		۵۴

۱/۲۵	$f \circ g(x) = \frac{-۸ \times \left(\frac{۳-۲x}{۸}\right) + ۳}{۲} = \frac{۳-۲x+۳}{۲} = x$ $g \circ f(x) = \frac{۳-۲\left(\frac{-۸x+۳}{۲}\right)}{۸} = \frac{۳+۸x-۳}{۸} = x$	۵۵
۱	$f(x) = -\frac{۷}{۲}x - ۳ = y \Rightarrow -\frac{۷}{۲}x = ۳ + y \Rightarrow x = -\frac{۲y+۶}{۷} \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{۲x+۶}{۷}$	۵۶
۱	$f \circ g(x) = f\left(\frac{x+۴}{۳}\right) = ۳\left(\frac{x+۴}{۳}\right) - ۴ = x$ $g \circ f(x) = g(۳x - ۴) = \left(\frac{۳x - ۴ + ۴}{۳}\right) = x$	۵۷

## فصل دوم : مثلثات

### درس اول : تناوب و تانژانت

۰/۲۵		درست	۵۸
۱/۷۵	$۲T = \frac{۷\pi}{۲} - \left(-\frac{\pi}{۲}\right) = ۴\pi \Rightarrow T = ۲\pi \Rightarrow \frac{۲\pi}{ b } = ۲\pi \Rightarrow b = \pm ۱$ $c = \frac{۴ + (-۲)}{۲} = ۱$ $ a  = \frac{۴ - (-۲)}{۲} = ۳ \Rightarrow a = -۳$		۵۹
۱/۵	$T = \frac{۲\pi}{ b } = \frac{۲\pi}{ \pi } = ۲$ $\begin{cases} \max =  a  + c = ۵ \\ \min = - a  + c = -۱ \end{cases}$	صفحه ۳۵	۶۰
۱	$\left. \begin{aligned}  b  = \frac{۲\pi}{۲} = \pi &\rightarrow b = \pm\pi \\  a  = \frac{۴ - (-۴)}{۲} = ۴ &\rightarrow a = \pm ۴ \\ c = \frac{۴ + (-۴)}{۲} = ۰ \end{aligned} \right\} \Rightarrow y = \pm ۴ \sin(\pm\pi x)$		۶۱
<p>به هر کدام از پاسخهای یافته شده توسط دانش آموز نمره کامل تعلق گیرد.</p> <p>صفحه ۴۱</p>			

۱/۵	$ a  = \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \quad a = -2$ $ b  = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \quad b = 1 \quad f(x) = -2\cos x$ $c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$	۶۲
	صفحه ۴۰	
۱	$T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b = \pm \frac{1}{4}, \quad c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{5 - 1}{2} = 2$ $\max =  a  + c \Rightarrow 5 =  a  + 2 \Rightarrow a = \pm 3$ $y = \pm 3 \sin \pm \frac{1}{4}x + 2$ <p>نوشتن یک معادله سینوسی کافی است.</p>	۶۳
۱	$T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}, \quad c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{5 + 1}{2} = 3$ $\max =  a  + c \Rightarrow 5 =  a  + 3 \Rightarrow a = \pm 2$ $y = 2\cos(\pm \frac{1}{2}x) + 3$ <p>نوشتن یک معادله کسینوسی کافی است.</p>	۶۴
۱/۷۵	<p>الف: <math>\min = - a  + c = -8, \quad \max =  a  + c = 8, \quad T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi</math></p> <p>ب: <math>\sin 15 = \sqrt{\frac{1 - \cos 30}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}</math></p>	۶۵
۰/۲۵		R
۰/۷۵	<p>الف: <math>\min = - a  + c = -1 + \sqrt{3}, \quad \max =  a  + c = 1 + \sqrt{3}, \quad T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4</math></p>	۶۷
۰/۲۵		درست
۰/۲۵		$\pi$

۱	$T = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$ $c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{-1 - 7}{2} = -4$ $\max =  a  + c \Rightarrow -1 =  a  - 4 \Rightarrow a = \pm 3$ $y = 3 \sin \frac{1}{2} x - 4$	۷۰
۰/۲۵	صعودی	۷۱
۱/۲۵	$\min = - a  + c = -5$ $\max =  a  + c = 1$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{ 2 } = \pi$	۷۲
۰/۲۵	نادرست	۷۳
۱/۲۵	$\min = - a  + c = -\pi + 1$ $\max =  a  + c = \pi + 1$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{ -1 } = 2\pi$	۷۴
۰/۲۵	نادرست	۷۵
۰/۵	$\min = - a  + c = -1$ $\max =  a  + c = 3$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\left -\frac{\pi}{3}\right } = 6$	۷۶
۰/۲۵	$\pi$	۷۷
۱/۲۵	$\min = - a  + c = -\pi - 2$ $\max =  a  + c = \pi - 2$ $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{\left \frac{1}{2}\right } = 4\pi$	۷۸

### درس دوم : معادلات مثلثاتی

۱	$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	۷۹
۱/۵	$1 - 2\sin^2 x - 3\sin x + 4 = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x - 3\sin x + 5 = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{2} \\ \sin x = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{غ. ق. ق.} \\ \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{array}$	صفحه ۴۸ ۸۰

۱	$\sin 2x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x & \rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - x & \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$	۸۱ صفحه ۴۷
۱/۵	$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 & \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} & \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$	۸۲ صفحه ۴۸
۱	$\frac{1}{2} \times 4 \times 8 \sin \theta = 8\sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ$ <p>دو مثلث می توان رسم کرد.</p>	۸۳
۱	$2\sin 2x \cos 2x = \sin 4x = \sin 4(7/5^\circ) = \frac{1}{2}$	۸۴
۱	$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	۸۵
۱/۲۵	$2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$	۸۶
۱	$2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \\ \cos x = 5 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$	۸۷
۱	$2\sin 3x - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow \sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin 3x = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases}$	۸۸
۰/۵	$\cos(2\alpha) = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \times \left(\frac{5}{13}\right)^2 - 1 = 2 \times \frac{25}{169} - 1 = -\frac{119}{169}$	۸۹

۱/۵	الف: $\cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ ب: $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \Rightarrow \sin^2 15 = \frac{1 - \cos 30}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin 15 = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$	۹۰
۱/۵	$1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \\ \sin x = -\frac{3}{2} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$	۹۱
۱	$\sin 15 = \sqrt{\frac{1 - \cos 30}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$	۹۲
۱/۲۵	$1 - 2\sin^2 \alpha - \sin \alpha + 1 = 1 \Rightarrow 2\sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -1 \\ \sin \alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \end{cases}, \alpha = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{6}$	۹۳
۱/۷۵	الف: $\sin^2 22/5 = \frac{1 - \cos 44}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \Rightarrow \sin 22/5 = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$ ب: $2 \times \left( \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$	۹۴
۱/۵	$2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$	۹۵



## فصل ۳ : حد بی نهایت و حد در بی نهایت

۰/۲۵		$\frac{2}{3}$	۹۶
۰/۷۵	الف) $-\infty$ ب) $+\infty$ پ) $-2$		۹۷
۱	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)\sqrt{x}+1} = \frac{1}{4}$		۹۸
۰/۲۵		درست	۹۹
۱/۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} \times \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)} = \frac{1}{6}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\Delta x} = -\frac{1}{\Delta}$	صفحات ۵۷ و ۶۴	۱۰۰
۰/۲۵		۴	۱۰۱
۱	الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ پ) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$	صفحه ۶۴	۱۰۲
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)(2x-1)} = \frac{1}{5}$	صفحه ۵۳	۱۰۳
۰/۲۵		$(x+1)$	۱۰۴

۱/۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(x)}{(2x+1)} = \frac{1}{4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$	۱۰۵
۲	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$ ب : $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{-} = -\infty$ پ : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^y + \Delta x^y}{2x^y + 9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^y}{2x^y} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^y = -2(-\infty)^y = -\infty$	۱۰۶
۲	الف) $\lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{(2-\sqrt{x-1})(2+\sqrt{x-1})}{(x-\Delta)(2+\sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{-(x-\Delta)}{(x-\Delta)(2+\sqrt{x-1})} = -\frac{1}{4}$ ب : $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x]}{ 2x+1 } = \frac{-1}{+} = -\infty$ پ : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+\frac{1}{x^2}}{\frac{2}{x}-\Delta} = \frac{2+0}{0-\Delta} = -\frac{2}{\Delta}$	۱۰۷
۰/۲۵		درست ۱۰۸
۱/۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{(2-\sqrt{x-1})(2+\sqrt{x-1})}{(x-\Delta)(2+\sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow \Delta} \frac{-(x-\Delta)}{(x-\Delta)(2+\sqrt{x-1})} = -\frac{1}{4}$ ب : $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x-2} = \frac{-1}{-} = +\infty$	۱۰۹
۱/۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)(x+\sqrt{x+6})}{x^2-x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)(x+\sqrt{x+6})}{(x+2)(x-2)} = \frac{24}{5}$ ب : $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x-2} = \frac{-1}{-} = +\infty$	۱۱۰
۱/۲۵	$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow f(3) = 2 \times 3^2 - 5 \times 3 + 1 = 4$	۱۱۱

۱/۷۵	الف : $\frac{۶}{+} = +\infty$ ب : $\lim_{x \rightarrow ۳} \frac{x^۲-۹}{۲-\sqrt{x+1}} \times \frac{۲+\sqrt{x+1}}{۲-\sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{(x+۳)(x-۳)(۲+\sqrt{x+1})}{۴-(x+1)} = -۲۴$ پ : $\frac{۱}{-\infty} = ۰$ ت : $\frac{۲}{۳}$	۱۱۲
۲	الف : $\frac{[-\frac{1}{۳}]}{[۳ \times (-\frac{1}{۳}) + 1]} = \frac{-1}{+} = -\infty$ ب : $\frac{۲ \times ۵}{۵^- - ۵} = \frac{1۰}{-} = -\infty$ پ : $۹ + \frac{۷}{\infty} = ۹ + ۰ = ۹$	۱۱۳
۲	الف : $\lim_{x \rightarrow ۳} \frac{(x+۳)(x-۳)(۲+\sqrt{x+1})}{(۲-\sqrt{x+1})(۲+\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{(x+۳)(x-۳)(۲+\sqrt{x+1})}{-(x-۳)} = -۲۴$ ب : $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{۳}} \frac{[x]-۳}{ ۲x-1 } = \frac{-۳}{+} = -\infty$ پ : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{۲x^۳}{۶x^۳} = \frac{۱}{۳}$	۱۱۴
	۱) $\Rightarrow ۲$ ۲) $\Rightarrow -\infty$	۱۱۵
۲	الف : $\frac{-1}{-} = +\infty$ ب : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^۲-x}{(x+۲)(x-1)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x+۲)(x-1)(x+\sqrt{x})} = +\frac{1}{۶}$ ب : الف : -۲      ب : $+\infty$	۱۱۶
۰/۲۵		$-\infty$ ۱۱۷
۱/۷۵	الف : $\lim_{x \rightarrow ۴} \frac{۲-\sqrt{x}}{(x-۴)(x+۴)} \times \frac{۲+\sqrt{x}}{۲+\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow ۴} \frac{۴-x}{(x-۴)(x+۴)(۲+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow ۴} \frac{-1}{(x+۴)(۲+\sqrt{x})} = \frac{-1}{۳۲}$ ب : $\lim_{x \rightarrow +} \frac{1}{1-\cos x} = \frac{1}{1-1^-} = \frac{1}{+} = +\infty$	۱۱۸

۱/۷۵	الف: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)(x-\sqrt{2x+3})}{x^2-2x-3} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)(x-\sqrt{2x+3})}{(x+1)(x-3)} = -1$ ب: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{ x-3 } = \frac{2}{.+} = +\infty$	۱۱۹
------	---	-----

## فصل ۴ : مشتق

### درس اول : آشنایی با مفهوم مشتق

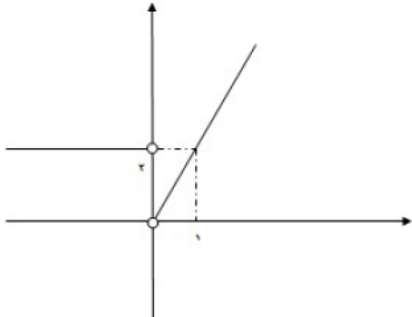
۰/۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = 2$ ب) $m_A > m_B$	الف) ۱۲۰ ب) ۱۲۱										
۰/۵		صفحه ۷۶ الف) A ب) C										
۰/۵		پ ۱۲۲										
۱	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>d</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>a</td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>۰</td> <td>۰/۵</td> <td>۲</td> <td>-۰/۵</td> </tr> </table>	$x$	d	b	c	a	$f'(x)$	۰	۰/۵	۲	-۰/۵	۱۲۳
$x$	d	b	c	a								
$f'(x)$	۰	۰/۵	۲	-۰/۵								
۱	$\frac{f(4) - f(3)}{4 - 3} = 1/5 \Rightarrow B(3, 22/5)$ , $\frac{f(5) - f(4)}{5 - 4} = 1/5 \Rightarrow B(5, 25/5)$	۱۲۴										
۱	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><b>E</b></td> <td><b>B</b></td> <td><b>D</b></td> <td><b>A</b></td> <td>نقطه</td> </tr> <tr> <td>-۳</td> <td>-۱</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>شیب</td> </tr> </table>	<b>E</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	نقطه	-۳	-۱	۰	۱	شیب	۱۲۵
<b>E</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	نقطه								
-۳	-۱	۰	۱	شیب								
۱	الف: $f'(1) = \frac{2-0}{-1} = -2$ ب: $m_B < m_C$	۱۲۶										

۱	$f(x) = 6x - 2 \Rightarrow f(2) = 6 \times 2 - 2 = 10$ $f(2) = 9$ $y - 9 = 10(x - 2) \Rightarrow y = 10x - 11$	۱۲۷										
۱	$A(4, 25)$ $\frac{3}{2} = \frac{y_B - 25}{5 - 4}$ $B(5, 26/5)$	۱۲۸										
۱	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>شیب</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td>-۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td>C</td> <td>B</td> <td>D</td> <td>A</td> </tr> </table>	شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲	نقطه	C	B	D	A	۱۲۹
شیب	۱	۰	$\frac{1}{2}$	-۲								
نقطه	C	B	D	A								
۱	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>d</td> <td>b</td> <td>c</td> <td>a</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td>۰</td> <td>۰/۵</td> <td>۲</td> <td>-۰/۵</td> </tr> </table>	x	d	b	c	a	f'(x)	۰	۰/۵	۲	-۰/۵	۱۳۰
x	d	b	c	a								
f'(x)	۰	۰/۵	۲	-۰/۵								

### درس دوم : مشتق پذیری و پیوستگی

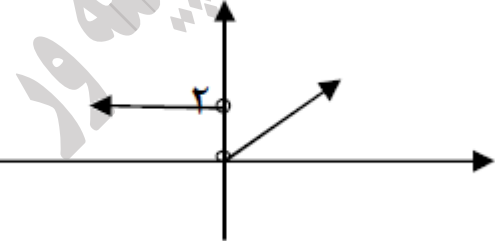
۱/۵	<p>الف) خیر                  ب) بله ، در تمام نقاط بازه <math>(-\infty, 2)</math> مشتق پذیر است .                  پ)</p> $x \geq 2 : f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \Rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$	۱۳۱
۱/۵	<p>الف) <math>f(x) = x^x - x \Rightarrow f'(x) = 3x^x - 1</math>                  ب) <math>g'(x) = 3 \left( \frac{2x-1}{x+1} \right)^2 \left( \frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} \right)</math></p> <p>در قسمت الف به سایر روشهای صحیح نمره تعلق گیرد .</p>	۱۳۲
۰/۲۵	نادرست	۱۳۳
۱/۵	<p>صفحه ۷۹</p> $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^x - 1  - 0}{x - 1} = 2 \Rightarrow y - 0 = 2(x - 1)$	۱۳۴
۱/۷۵	<p>الف) <math>f'(x) = \frac{-2(x+4) - 1(-2x+2)}{(x+4)^2}</math></p>	صفحه ۹۲ ۱۳۵

	$b) g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}(x^2 + 2x) + (2x + 2)(\sqrt{3x+1})$	
۱	$(fg)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = 5 \times 8 + 3(-6) = 22$	صفحه ۸۷ ۱۳۶
۱/۵	$\left. \begin{aligned} f'_+(\circ) &= 3 \\ f'_-(\circ) &= a \end{aligned} \right\} \rightarrow a = 3$	صفحه ۹۱ ۱۳۷ تابع $f$ در نقطه $x = 0$ پیوسته است.
۰/۷۵	$f'(x) = \frac{9(x+1) - 1(9x-2)}{(x+1)^2} \cdot \frac{2\sqrt{9x-2}}{x+1}$	صفحه ۸۸ ۱۳۸
۱/۵	$\left. \begin{aligned} f'_+(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 2x - 4}{x - (-1)} = -2 \\ f'_-(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x + 6 - 4}{x - (-1)} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$	تابع در $x = 1$ پیوسته است. ۱۳۹
۰/۷۵	الف) $f'(x) = 5(x^2 + 2x - 1)^4(2x + 2)$	۱۴۰
۱	ب) $g'(x) = \left(\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}\right)(x^2 + 1) + (\sqrt{3x+2})(3x^2)$	
۰/۷۵	$3f'(1) + 2g'(1) = 9 + 10 = 19$	صفحه ۹۲ ۱۴۱
۱	$f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{x - \circ}{x - \circ} = 1$ $f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{x^2 - \circ}{x - \circ} = \circ$ $\Rightarrow f'_+(\circ) \neq f'_-(\circ)$	تابع در $x = 0$ پیوسته است. ۱۴۲
		$f(\circ)$ موجود نیست.

۱/۵	الف: $f'(x) = 5(x^2 + 2x + 1)^2(2x + 2)$ ب: $g'(x) = \frac{1 \times \sqrt{3x+2} - \frac{3x}{2\sqrt{3x+2}}}{(\sqrt{3x+2})^2}$	۱۴۳
۱	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\frac{1}{x} - \cdot}{x - 1} = -1$ $\Rightarrow f'_+(1) \neq f'_-(1)$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 - 1}{x - 1} = \cdot$ $f(1)$ موجود نیست.	۱۴۴
۱/۵	الف: $f'(x) = \frac{9\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(9x-2)}{(\sqrt{x})^2}$ ب: $g'(x) = 6x(2x-5)^2 + 3 \times 2 \times (2x-5)^2(3x^2-4)$	۱۴۵
۱/۵	الف: $\hat{f}(x) = 5\left(\frac{x^2}{2x-1}\right)^2 \left(\frac{2x(2x-1) - 2x^2}{(2x-1)^2}\right)$ ب: $\hat{g}(x) = \left(\frac{2}{\sqrt{3x+2}}\right)(x^2+1) + 3x^2(\sqrt{3x+2})$	۱۴۶
۱/۲۵	$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^2 - \cdot}{x - \cdot} = \cdot$ $\Rightarrow f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot)$ $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x - \cdot}{x - \cdot} = -4$ $f(\cdot)$ موجود نیست.	۱۴۷
۱/۵	الف: تابع $f$ در صفر پیوسته نیست. بنابراین $\hat{f}(0)$ موجود نیست. ب: $\hat{f}(x) = \begin{cases} 2x & x > 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases}$ پ: 	۱۴۸

۱/۷۵	الف: $\hat{f}(x) = \frac{3\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}(3x+1)}{(\sqrt{x})^2}$ ب: $\hat{g}(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)(x^2 + \Delta x)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)(\sqrt{2x + \Delta})(x^2 + \Delta x)^2$	۱۴۹
۰/۵	الف : درست ب: نادرست	۱۵۰
۲/۲۵	الف: $\hat{f}(x) = \frac{(2x-2)(-2x+1) - (-2)(x^2-2x+1)}{(-2x+1)^2}$ ب: $\hat{f}(x) = 2(x^2 + 1)^2(2x)(\Delta x - 1) + \Delta(x^2 + 1)^2$	۱۵۱
۱/۷۵	الف: $\hat{f}(x) = 8 \left(\frac{-2x-1}{x^2+\Delta}\right)^2 \times \left(\frac{-2(x^2+\Delta)-2x(-2x-1)}{(x^2+\Delta)^2}\right)$ ب: $\hat{f}(x) = \frac{\Delta}{2\sqrt{\Delta x+2}}$	۱۵۲
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + 3 = 4$ تابع در $x = 1$ حد ندارد ، پیوسته نیست. پس مشتق پذیر نیست. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 2x = 2$	۱۵۳
۱/۲۵	تابع در $x = -2$ پیوسته است. $f'_+(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{ x^2 - 4 }{x + 2} = 4$ $\Rightarrow f'_+(-2) \neq f'_-(-2)$ $f'_-(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{ x^2 - 4 }{x + 2} = -4$ $f(-2)$ موجود نیست.	۱۵۴
۱/۷۵	الف: $\hat{f}(x) = 8 \left(\frac{-2x+1}{x^2+\Delta}\right)^2 \times \left(\frac{-2(x^2+\Delta)-2x(-2x+1)}{(x^2+\Delta)^2}\right)$ ب: $\hat{g}(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)(\sqrt{3x+2}) + \left(\frac{1}{x}\right)\left(\frac{2}{2\sqrt{3x+2}}\right)$	۱۵۵
۱/۷۵	الف: $\hat{f}(x) = 2(2x)(x^2 + 1)^2(\Delta x - 1) + \Delta(x^2 + 1)^2$ ب: $\hat{g}(x) = \frac{9(\sqrt{x}) - \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)(9x-2)}{(\sqrt{x})^2}$	۱۵۶



۱/۲۵	$f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 - \cdot}{x - \cdot} = \cdot$ $\Rightarrow f'_+(\cdot) \neq f'_-(\cdot)$ $f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x - \cdot}{x - \cdot} = 1$ <p style="text-align: right;"><math>f(\cdot)</math> موجود نیست.</p>	۱۵۷
۱/۵	$f'_+(x) = 2x + 1 \Rightarrow f'_+(1) = 3$ $f'_-(x) = 3 \Rightarrow f'_-(1) = 3$ $f'_+(1) = f'_-(1) = 3$ <p style="text-align: right;">در نقطه <math>x = 1</math> مشتق پذیر است.</p>	۱۵۸
۱/۵	$y' = \frac{-1}{x^2} \times (2\sqrt{x} - 1)^2 + 2(2\sqrt{x} - 1) \times \left(\frac{2}{2\sqrt{x}} - \cdot\right) \times \frac{1}{x}$	۱۵۹
۱	$f'(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2 + 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x + 1} = 3$	۱۶۰
۱/۵	<p>الف: در <math>x = 0</math> گوشه ای و مشتق ناپذیر است.</p> <p>ب: <math>f(x) = \begin{cases} 2x &amp; x &gt; 0 \\ 2 &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math></p> <p>ج:</p> 	۱۶۱
۱/۵	<p>الف: <math>f'(x) = 5(x^4 - 3x)^4(4x^3 - 3)</math></p> <p>ب: <math>g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(1-x) - (-1)\sqrt{x}}{(1-x)^2}</math></p>	۱۶۲

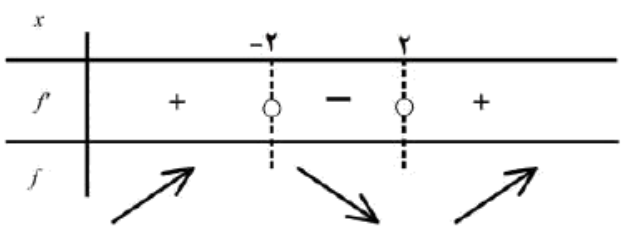
### درس سوم : آهنگ تغيير

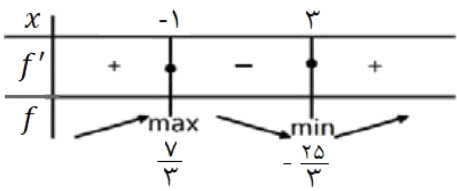
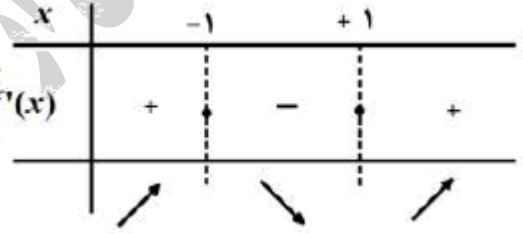
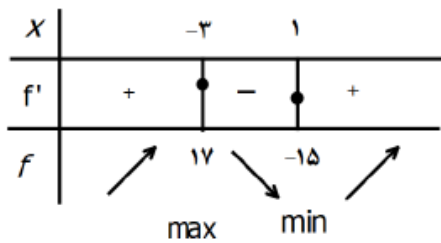
۰/۷۵	الف $\text{سرعت متوسط} = \frac{h(۴) - h(۲)}{۴ - ۲} = \frac{۹۶ - ۶۴}{۲} = ۱۶$	۱۶۳
۰/۱۵	ب $h'(t) = -۸t + ۴۰ = ۱۶ \Rightarrow t = ۳$	
۱	صفحه ۹۶ $\text{آهنگ متوسط رشد} = \frac{f(۲۵) - f(۰)}{۲۵ - ۰} = \frac{۸۵ - ۵۰}{۲۵} = \frac{۷}{۵}$	۱۶۴
۱/۲۵	صفحه ۱۰۰ $\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(۵) - f(۰)}{۵ - ۰} = \frac{۳۰ - ۱۰}{۵} = ۴$ $f'(t) = ۲t - ۱ \Rightarrow f'(۲) = ۲(۲) - ۱ = ۳$	۱۶۵
۱	سرعت متوسط $\Rightarrow \frac{f(۵) - f(۰)}{۵ - ۰} = ۴$ سرعت لحظه‌ای $\Rightarrow f'(t) = ۲t - ۱ = ۴ \quad t = \frac{۵}{۲}$ صفحه ۱۰۰	۱۶۶
۱/۵	آهنگ تغيير متوسط $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(۲۵) - f(۰)}{۲۵ - ۰} = \frac{۸۵ - ۵۰}{۲۵} = \frac{۷}{۵}$ آهنگ لحظه‌ای $f'(۴۹) = \frac{۷}{۲\sqrt{x}} = \frac{۷}{۲\sqrt{۴۹}} = \frac{۱}{۲}$	۱۶۷
۱/۵	آهنگ تغيير متوسط : الف $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{h(۸) - h(۵)}{۸ - ۵} = \frac{۰ - (۷۵)}{۳} = -۲۵$ ب $h'(t) = -۱۰t + ۴۰ = ۳۵ \Rightarrow t = ۰/۵$	۱۶۸
۱	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(۵) - f(۰)}{۵ - ۰} = ۴ \Rightarrow f'(t) = ۲t - ۱ = ۴ \Rightarrow t = \frac{۵}{۲}$	۱۶۹
۰/۱۵	$d'(t) = -۱۰t + ۲۰ \Rightarrow d'(۲) = ۰$	۱۷۰

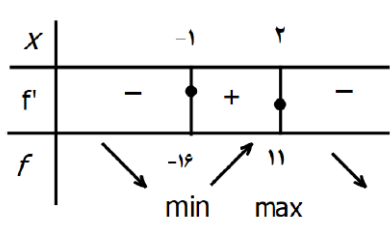
۱	$\dot{m}(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \Rightarrow \dot{m}(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} + 6 \times 1^2 = \frac{13}{2}$	۱۷۱
۱/۵	الف: $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{130-3}{4-1} = \frac{127}{3}$ ب: $\dot{m}(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 6t^2 \xrightarrow{t=4} \frac{1}{4} + 96$	۱۷۲
۱	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{185 - 50}{25} = 1/4$	۱۷۳
۱	$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(7) - f(2)}{7 - 2} = \frac{\sqrt{9} - \sqrt{4}}{5} = \frac{1}{5}$	۱۷۴
۱	آهنگ متوسط $= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{28 - 0}{4} = 7$ $f'(t) = 4t - 1 = 7 \rightarrow t = 2$	۱۷۵

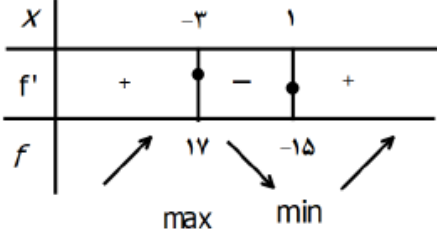
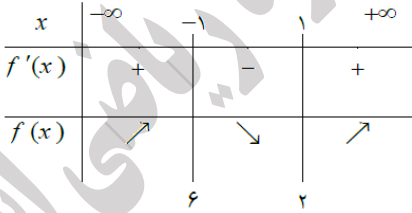
## فصل ۵: کاربرد مشتق

### درس اول: اکستریم های تابع

۱/۵	$f'(2) = 0 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \Rightarrow b = -3$ $f(2) = 1 \Rightarrow 8 + (-12) + d = 1 \Rightarrow d = 5$	۱۷۶
۰/۲۵		درست ۱۷۷
۱/۵	$f'(x) = 3x^2 - 12 \xrightarrow{f'(x)=0} x = 2, x = -2$ 	صفحه ۱۱۲ ۱۷۸ تکمیل جدول (-∞, -2) و (2, +∞) اکیدا صعودی

۲	$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$ 	صفحه ۱۱۲	۱۷۹
۲	$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \notin [-1, 3] \end{cases}$ $f(-1) = 13$ $f(1) = -7 \Rightarrow \min(1, -7)$ $f(3) = 45 \Rightarrow \max(3, 45)$	صفحه ۱۱۱	۱۸۰
۱	$f(2) = 1 \Rightarrow 4b + d = -7$ $f'(2) = 0 \Rightarrow b = -3, d = 5$	صفحه ۱۱۲	۱۸۱
۱/۵	$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ اکیدا صعودی $(-\infty, -1), (1, +\infty)$ اکیدا نزولی $(-1, 1)$ 		۱۸۲
۰/۲۵		درست	۱۸۳
۱/۵	$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4b = 0 \Rightarrow b = -3$ $f(2) = 1 \Rightarrow 4b + d = -7$ $-12 + d = -7 \Rightarrow d = 5$		۱۸۴
۲	$f(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$ 		۱۸۵

۱/۵	$f(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ $f(-1) = 9, \quad f(1) = 5, \quad f(3) = 25, \quad \max(3, 25), \quad \min(1, 5)$	۱۸۶
۰/۲۵		درست ۱۸۷
۱	$f(x) = 2ax + b$ $f(1) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow a = 3$ $f(1) = -3 \Rightarrow a + b = -3 \Rightarrow b = -6$	۱۸۸
۱/۷۵	<p>الف: نقطه ای به طول <math>c</math> از دامنه تابع <math>f</math> را یک نقطه بحرانی برای تابع <math>f</math> می نامیم هرگاه <math>f'(c)</math> برابر صفر باشد یا <math>f'(c)</math> موجود نباشد.</p> <p>ب:</p> $f(x) = 3x^2 + 2bx$ $f'(2) = 0 \Rightarrow 3 \times 2^2 + 2b(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4b = 0 \Rightarrow b = -3$ $f(2) = 1 \Rightarrow 2^3 + b(2^2) + d = 1 \Rightarrow 8 + 4b + d = 1 \Rightarrow d = 5$	۱۸۹
۱/۷۵	<p>معادله جواب ندارد <math>f(x) = 3x^2 + 2 = 0 \Rightarrow 3x^2 = -2</math></p> <p>مقدار <math>\min</math> مطلق <math>f(-2) = (-2)^2 + 2(-2) - 5 = -17</math></p> <p>مقدار <math>\max</math> مطلق <math>f(1) = 1^2 + 2(1) - 5 = -2</math></p>	۱۹۰
۲/۲۵	$f(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ <div style="text-align: center;">  </div> $f(\cdot) = -9 \min \quad f(2) = 11 \max \quad f(3) = 0$	۱۹۱
۲	$f(x) = 3x^2 + 2bx$ $f'(2) = 0 \Rightarrow 3 \times 2^2 + 2b(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4b = 0 \Rightarrow b = -3$ $f(2) = 1 \Rightarrow 2^3 + b(2^2) + d = 1 \Rightarrow 8 + 4b + d = 1 \Rightarrow d = 5$	۱۹۲

۲	$f(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$ 	۱۹۳
۲	$f(x) = x^3 - 3x + 4 \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$  <p>نقطه ی (۱, ۲) مینیمم نسبی و نقطه (۶ و -۱) ماکزیمم نسبی است.</p> <p>ب:</p> $g(x) = x^3 + 2x - 5 \rightarrow g'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0$ $g(-2) = (-2)^3 + 2(-2) - 5 = -17 \quad \text{min}$ $g(1) = 1 + 2 - 5 = -2 \quad \text{max}$	۱۹۴
۱	$f(x) = 2ax + b \Rightarrow \cdot = 2a + b \Rightarrow b = -2a$ $f(1) = 7 \Rightarrow 7 = a + b \Rightarrow a = -7, \quad b = 14$	۱۹۵
۱/۲۵	$f(x) = 6x^2 + 6x - 12 \rightarrow f(x) = x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \notin [-1, 3] \\ x = 1 \end{cases}$ $f(1) = -7, \quad f(-1) = 13, \quad f(3) = 45$ <p>(۱ و -۷) مینیمم مطلق و نقطه (۳ و ۴۵) ماکزیمم مطلق</p>	۱۹۶

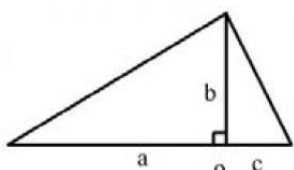
## درس دوم : بهينه سازي

۱/۵	$x - y = 10$ $p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x$ $p'(x) = 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5, y = -5$	۱۹۷
۱/۲۵	$y = 8 - x \Rightarrow S(x) = -x^2 + 8x$ $x = 4, y = 4$ $S'(x) = -2x + 8 = 0$	صفحه ۱۱۴ ۱۹۸
۱/۵	$p = xy = 5x^2 - 10x \rightarrow p'(x) = 0 \rightarrow 10x - 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -5 \end{cases}$	صفحه ۱۲۰ ۱۹۹
۱/۵	$y = 10 + x, p = yx$ $p'(x) = 10 + 2x = 0 \Rightarrow x = -5, y = 5$	۲۰۰
۱/۵	$y = 10 - x, s = yx = 10x - x^2$ $s'(x) = 10 - 2x = 0 \Rightarrow x = 5/2, y = 5/2$	۲۰۱
۱	$f = x.l \Rightarrow f(x) = x(7 - x) = -x^2 + 7x$ $f'(x) = -2x + 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$	۲۰۲
۱/۲۵	$a - b = 20 \Rightarrow a = b + 20$ $f(b) = b(b + 20) \Rightarrow f'(b) = 2b + 20 = 0$ $b = -10, a = +10$	۲۰۳
۱/۲۵	$S = 2x \times y, S = 2x(12 - x^2) = -2x^3 + 24x$ $x \in [0, 2\sqrt{3}]$ $S' = -6x^2 + 24 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \notin [0, 2\sqrt{3}] \end{cases}$	۲۰۴
۱/۵	$xy = 32 \rightarrow f(x) = (y + 2)(x + 4) = \frac{128}{x} + 40 + 2x$ $f'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2 = 0$ $\rightarrow x = 8, y = 4$	۲۰۵
	ابعاد صفحه : ۱۲ × ۶ است.	
۱	$f(x) = xy \Rightarrow f(x) = x(x + 10) = x^2 + 10x$ $f'(x) = 2x + 10 = 0 \Rightarrow x = -5, y = 5$	۲۰۶

۱	$2a + b = 60 \Rightarrow b = 60 - 2a \Rightarrow ab = a(60 - 2a) = 60a - 2a^2$ $(ab)' = 60 - 4a = 0 \Rightarrow a = 15, b = 60 - 2 \times 15 = 30$	۲۰۷
۱/۲۵	$v(x) = (1 - 2x)^2 \times x = x - 4x^2 + 4x^3$ $v'(x) = 1 - 8x + 12x^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ غ ق ق , $x = \frac{1}{6}$ ق ق	۲۰۸

## فصل ۶: هندسه

### درس اول: تفکر تجسمی و آشنایی با مقاطع مخروطی

۱	$\begin{cases} b = 3 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 2a = 10$	الف) ۲۰۹
۰/۱۵	محیط = $2a + 2c = 18$	ب)
۰/۲۵		سطح مقطع ۲۱۰
۰/۷۵	$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{a=5, b=3} c = 4 \Rightarrow FF' = 8$	صفحه ۱۳۰ ۲۱۱
۰/۲۵		نادرست ۲۱۲
۰/۲۵		$\frac{3}{4}$ ۲۱۳
۱/۵	$\begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \rightarrow c^2 = 25 - 16 \rightarrow c = 3 \rightarrow A'F = 8$	صفحه ۱۲۹ ۲۱۴ الف)
		ب) $S_{\Delta} = \frac{1}{2}(5 + 3) \times 4 = 16$



۱/۵	$a = \frac{5}{4}c \Rightarrow \frac{25}{16}c^2 = 9 + c^2 \quad FF' = 2c = 8$ $a = 5 \Rightarrow A(1, -1), A(-9, -1)$	الف) ۲۱۵ ب) ۱۳۲ صفحه
۱	$c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}, \quad FF' = 2C = 2\sqrt{5}$ $A(4+3, 5), \quad A'(4-3, 5)$	الف) ۲۱۶ ب) ۱۳۲ صفحه
۰/۲۵		درست ۲۱۷
۱/۵	$O(\alpha, \beta) = \left(\frac{1+1}{2}, \frac{3-5}{2}\right) = (1, -1) \quad FF' =  3 - (-5)  = 8 = 2C \Rightarrow C = 4$ $b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow b = \sqrt{20} \Rightarrow BB' = 2\sqrt{20}$	الف) ۲۱۸ ب) ۱۳۲ صفحه
۱/۵	$c = \frac{4}{5}a \Rightarrow 9 + \frac{16}{25}a^2 = a^2 \Rightarrow a = 5, c = 4, ff' = 8$ $A(1, -1), \hat{A}(-9, -1)$	الف) ۲۱۹ ب) ۱۳۲ صفحه
۰/۵		الف: بیضی ب: دایره ۲۲۰
۱	$O(2, 1) \cdot c = 4 \Rightarrow 25 = b^2 + 16 \Rightarrow 2b = 6$	۲۲۱
۰/۲۵		کره ۲۲۲
۱/۲۵	$A\hat{A} = 2a = 12 \Rightarrow a = 6, \quad FF' = 3 - (-5) = 8 \Rightarrow 2C = 8 \Rightarrow C = 4$ $O(\alpha, \beta) = \left(\frac{1+1}{2}, \frac{3-5}{2}\right) = (1, -1), \quad e = \frac{c}{a} = \frac{4}{6}$	۲۲۳
۱/۵	<p>الف) <math>A\hat{A} = 2a = 6 \Rightarrow a = 3, \quad B\hat{B} = 2B = 4 \Rightarrow B = 2</math></p> $a^2 = b^2 + 4 \Rightarrow 9 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{5}, \quad FF' = 2C = 2\sqrt{5}$ <p>ب) <math>A(4-3, 5) \Rightarrow A(1, 5), \quad \hat{A}(4+3, 5) \Rightarrow (7, 5)</math></p>	۲۲۴

۲	الف: $O(1, -1)$ , $FF' = 3 - (-5) = 8 = 2c \Rightarrow c = 4$ و معادله قطر بزرگ $x = 1$ ب: $b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow b = \sqrt{20} \Rightarrow BB' = 2\sqrt{20}$ , $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$	۲۲۵
۰/۲۵		۲۲۶ سطح مقطع
۱/۵	الف: $O(1, -1)$ , $FF' = 3 - (-5) = 8 = 2c \Rightarrow c = 4$ ب: $b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow b = \sqrt{20} \Rightarrow BB' = 2\sqrt{20}$ , $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$	۲۲۷
۰/۲۵		۲۲۸ نادرست
۰/۲۵		۲۲۹ استوانه
۰/۷۵	$c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16 \rightarrow c = 4$ , $2c = 8$	۲۳۰
۰/۲۵		۲۳۱ کوچکتر
۰/۲۵		۲۳۲ درست
۱	$2a = 8 \Rightarrow a = 4$ , $2b = 6 \Rightarrow b = 3$ $c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 16 - 9 = 7 \Rightarrow c = \sqrt{7}$ , $2c = 2\sqrt{7}$	۲۳۳
<b>درس دوم: دایره</b>		
۱	$O\left(-\frac{a}{r}, -\frac{b}{r}\right) = (-1, -1)$ , $r = \frac{1}{r}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{10}$	۲۳۴
۱/۵	$O\left(-\frac{a}{r}, -\frac{b}{r}\right) = (2, -1)$ , $R = \frac{1}{r}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 3$ (ب) خیر، زیرا $(0)^2 + (3)^2 + 2(3) - 4(0) - 4 \neq 0$	۲۳۵ صفحات ۱۳۷ و ۱۴۲ (الف)

۰/۲۵		ب	۲۳۶
۱	$r = \frac{ ۳ \times ۰ - ۴(۳) - ۳ }{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = ۳ \Rightarrow (x - ۰)^۲ + (y - ۳)^۲ = ۹$	صفحه ۱۳۹	۲۳۷
۱	$r = \frac{ ۳ \times ۰ - ۴ \times ۳ - ۳ }{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = ۳ \Rightarrow (x - ۰)^۲ + (y - ۳)^۲ = ۹$	صفحه ۱۳۹	۲۳۸
۱/۵	$O = (۱, ۰)$ , $R = \frac{1}{۲} \sqrt{a^۲ + b^۲ - ۴c} = \frac{1}{۲} \sqrt{۴ + ۰ + ۱۲} = ۲$ $d = \frac{ ۱ \times ۱ + ۰ \times ۱ - ۳ }{\sqrt{۱^۲ + ۱^۲}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۲} = \sqrt{۲}$ , $d < R$		۲۳۹
	$d = \frac{ ۳ \times ۲ - ۴(-۳) + ۲ }{\sqrt{۳^۲ + (-۴)^۲}} = ۴$ $R = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵ \Rightarrow (x - ۲)^۲ + (y + ۳)^۲ = ۲۵$		۲۴۰
۱	الف: $O(-۱, ۰)$ , $R = ۲$ ب: $(۱, ۰)$ , $(-۳, ۰)$		۲۴۱
۱	$R = \frac{ ۳ \times ۱ + ۴ \times ۲ - ۱ }{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = ۲$ , $(x - ۱)^۲ + (y - ۲)^۲ = ۴$		۲۴۲
۱	$R = \frac{ ۳ \times ۱ + ۴ \times ۲ - ۱ }{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = ۲$ , $(x - ۱)^۲ + (y - ۲)^۲ = ۴$		۲۴۳
۰/۲۵		دایره	۲۴۴
۰/۱۷۵	$O(۰, ۰)$ , $r = \sqrt{۲}$ , $x + y + ۲ = ۰$ $d = \frac{ ۰ \times ۱ + ۰ \times ۱ + ۲ }{\sqrt{۱^۲ + ۱^۲}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۲} = \sqrt{۲}$ , $d = r = \sqrt{۲}$ خط بر دایره مماس است.		۲۴۵
۰/۱۷۵	$O(۲, -۳)$ , $r = ۲$ , $d = \frac{ -۳ + ۱ }{\sqrt{۰ + ۱}} = ۲$ خط و دایره برهم مماس هستند.		۲۴۶

۱/۲۵	$O(1, 0), r = 2$ $d = \frac{ 1 \times 1 + 0 \times 1 - 2 }{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}, d < r$	۲۴۷
۲	$O_1 = (-1, 2), r_1 = 1, O_2 = (1, -2), r_2 = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 2$ $d = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (2 + 2)^2} = \sqrt{20} > 1 + 2 = 3$	۲۴۸

## فصل ۷: احتمال

### قانون احتمال کل

۱/۵	$P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2)$ $P(A) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{11} + \frac{3}{8} \times \frac{4}{11} = \frac{37}{88}$ <p style="text-align: right;">به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.</p>	۲۴۹
۱/۵	$P(R) = P(A_1)P(R A_1) + P(A_2)P(R A_2) + P(A_3)P(R A_3) + P(A_4)P(R A_4)$ $P(R) = \frac{1}{4} \times \frac{6}{10} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{4}{12} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{29}{60}$ <p style="text-align: right;">حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.</p>	صفحه ۱۴۷ ۲۵۰
۲	$P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2)$ $P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{130}$ <p style="text-align: right;">برای حل به روش نمودار درختی نمره کامل تعلق گیرد.</p>	صفحه ۱۴۸ ۲۵۱
۱/۵	$P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2) + P(B_3)P(A B_3) + P(B_4)P(A B_4)$ $P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{4}{14} + \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times \frac{6}{8} + \frac{1}{4} \times 0 = \frac{57}{112}$ <p style="text-align: right;">در صورت حل به روش درختی نمره تعلق گیرد. صفحه ۱۴۷</p>	۲۵۲

۱/۵	$P(A) = P(G)P(A G) + P(B)P(A B)$ $P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{6}{13} + \frac{4}{10} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{130}$	۲۵۳	
۲	$P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2)$ $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{11}{200}$	۲۵۴	
۱/۵	$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0$	۲۵۵	
۰/۵		الف : مستقل ب: $P(A B)$	۲۵۶
۱	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{100} = \frac{11}{200}$	۲۵۷	
۱/۲۵	$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{24} = \frac{13}{48}$	۲۵۸	
۱/۵	$P(A) = \frac{1}{2} \times (0/0.8) + \frac{1}{2} \times (0/0.3) = 0/0.55$	۲۵۹	
۲	$P(A) = P(B_1)P(A B_1) + P(B_2)P(A B_2)$ $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{11}{200}$	۲۶۰	
۰/۲۵		نادرست	۲۶۱
۱/۲۵	$P(A) = \frac{40}{100} \times \frac{3}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{5}{100} = \frac{42}{1000}$	۲۶۲	
۱/۵	$P(A) = \frac{7}{12} \times \frac{7}{15} + \frac{5}{12} \times \frac{6}{15} = \frac{79}{180}$	۲۶۳	
۱/۷۵	$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \times 0 = \frac{67}{270}$	۲۶۴	

امیدواریم این فایل در جهت پیشبرد اهداف آموزشی مورد استفاده همکاران و دانش آموزان گرامی قرار بگیرد.  
نظرات و پیشنهادات خود را می توانید در سایت [www.math-pilevar.ir](http://www.math-pilevar.ir) ثبت کنید.

**گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل**

**رقیه پيله ور - میکائيل صدقی**

**دی ۱۴۰۱**