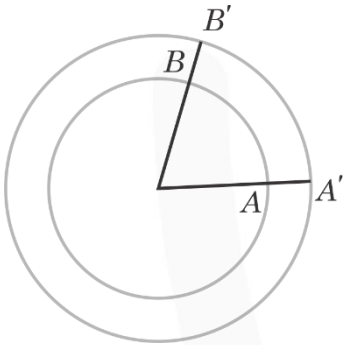


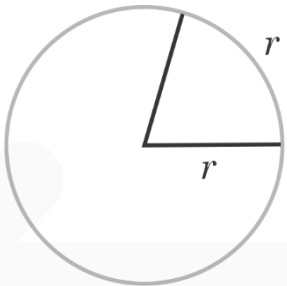
زاویه

زاویه مرکزی:

* زاویه کمان / طول کمان

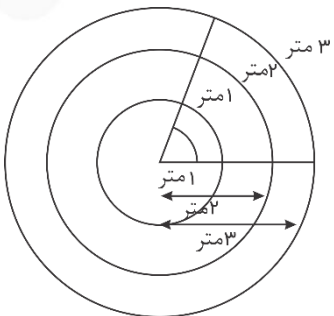


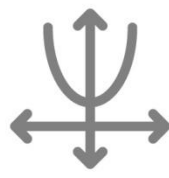
۱ درجه:



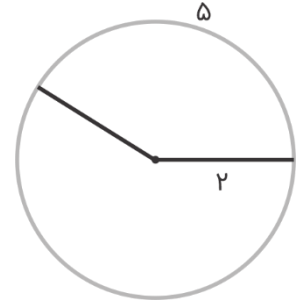
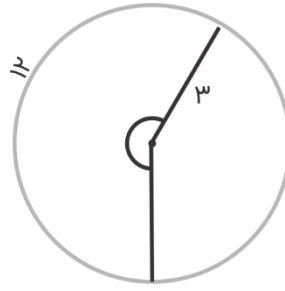
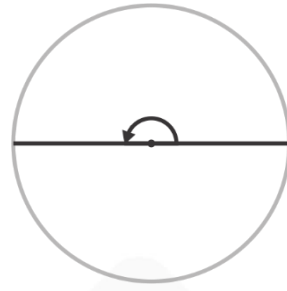
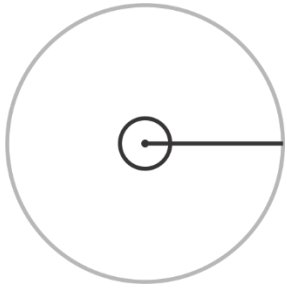
۱ رادیان:

نکته: تعریف رادیان به اندازه شعاع دایره بستگی ندارد.





مثال: جدول زیر را کامل کنید.



طول کمان:

زاویه: (rad)

نتایج:

$$\theta = \frac{l}{r}$$

(۱)

(۲) تبدیل درجه و رادیان

مثال: اندازه زوایای زیر را به رادیان تبدیل کنید.

الف) 90°

ب) 45°

ج) 30°

د) 60°

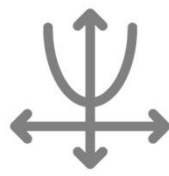
ه) 135°

و) -120°

ز) 225°

ح) 36°

ط) -330°



مثال: زوایای زیر را به درجه تبدیل کنید.

الف) $\frac{\pi}{6}$

ب) $\frac{3\pi}{2}$

ج) $-\frac{2\pi}{3}$

د) $\frac{\pi}{9}$

ه) $\frac{7\pi}{6}$

و) $-\frac{3\pi}{8}$

$$\frac{\text{رادیان}}{\pi} = \frac{\text{درجه}}{180^\circ}$$

مثال: ۱ رادیان تقریباً چند درجه است؟

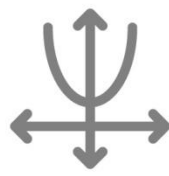
مثال: در ساعت یک و بیست دقیقه، عقربه‌های ساعت چه زاویه‌ای بر حسب رادیان باهم می‌سازند؟

مثال: مشخص کنید زوایای زیر در کدام ناحیه دایره مثلثاتی قرار می‌گیرند؟ (زوایا بر حسب رادیان هستند).

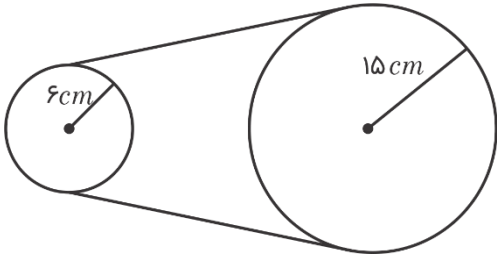
الف) ۴

ب) ۷

ج) -۵

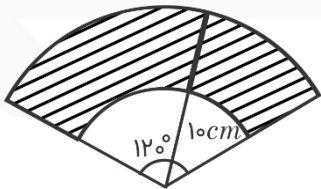


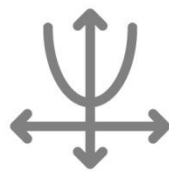
مثال: در شکل زیر، یک تسمه، دو قرقره را به هم وصل کرده است. اگر قرقره بزرگ 120° بچرخد، قرقره کوچک چند درجه می‌چرخد؟



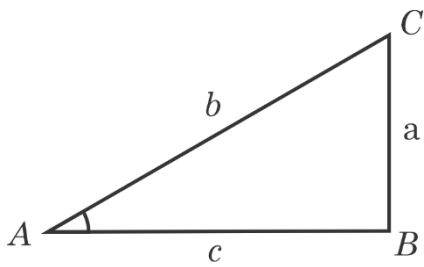
مثال: ماهواره‌ای در ارتفاع 800 کیلومتری از سطح زمین، زاویه‌ای برابر 24° را حول محور مرکز زمین دوران می‌کند. مسافتی که این ماهواره طی می‌کند، چقدر است؟ (شعاع زمین 6400 Km است.)

مثال: تیغه برف‌پاک‌کن عقب اتومبیلی با طی زاویه 12° مساحت 308π را تمیز می‌کند. طول برف‌پاک‌کن چقدر است؟





نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه



$$\sin A =$$

$$\cos A =$$

$$\tan A =$$

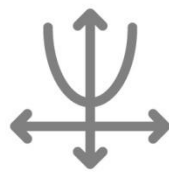
$$\cot A =$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای مشهور

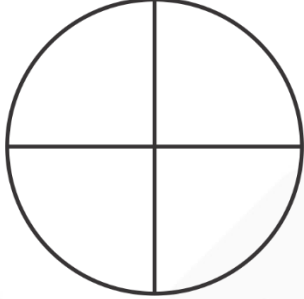
	°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin θ					
cos θ					
tan θ					
cot θ					

مثال: حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$A = \frac{\tan^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 \frac{\pi}{6}}{\cot^2 \frac{\pi}{3} + \cos^2 \frac{\pi}{4}} - \tan \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{\pi}{6}$$



دایره مثلثاتی



مثال: عبارات زیر را تعیین علامت کنید.

الف) $\sin 130^\circ$

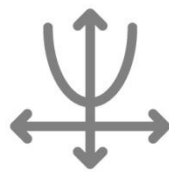
ب) $\cos \frac{9\pi}{7}$

ج) $\tan 310^\circ$

د) $\cot\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$

هـ) $\cos \frac{4\pi}{5}$

و) $\cot 260^\circ$

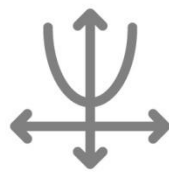


مثال: اگر $\frac{\pi}{3} < x \leq \frac{5\pi}{6}$ باشد و $\sin x = \frac{m-1}{3}$ باشد، حدود m را به دست آورید.

$\cos 1, \cos 2, \cos 3, \cos 4$

مثال: مقادیر زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

مثال: نقطه‌ای به مختصات $(-1, 0)$ را روی دایره مثلثاتی به اندازه $-\frac{2\pi}{3}$ دوران داده‌ایم. مختصات نقطه جدید را به دست آورید.



مثال: به کمک دایره مثلثاتی، مقادیر زیر را به دست آورید.

الف) $\sin 15^\circ$

ب) $\cos 225^\circ$

ج) $\sin \frac{5\pi}{3}$

د) $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

هـ) $\tan\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

و) $\cot\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

ز) $\cos \frac{11\pi}{6}$

ح) $\sin 54^\circ$

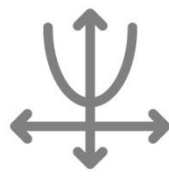
مثال: حاصل عبارت $\tan(-60^\circ)\cos 21^\circ + \tan 48^\circ \cdot \sin 84^\circ$ کدام است؟ (تجربی ۹۹)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

۰ (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)



مثال: حاصل عبارت $\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4}$ کدام است؟ (س ۹۸)

(۱) $-\frac{3}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

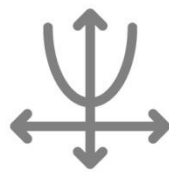
مثال: حاصل عبارت $\tan \frac{17\pi}{6} \sin \frac{11\pi}{3} + \cos \frac{10\pi}{3}$ کدام است؟ (خ ۹۸)

(۱) -۱

(۲) ۰

(۳) ۱

(۴) $\sqrt{3}$



اتحادهای مثلثاتی

۱) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

۲) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

۳) $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

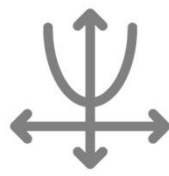
۴) $\tan x \cdot \cot x = 1$

۵)

۶)

مثال: اگر $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ و α در ربع دوم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی α را بیابید.

مثال: اگر $\cot \alpha = -2$ و $\sin \alpha < 0$ باشند، سایر نسبت‌های مثلثاتی α را بیابید.



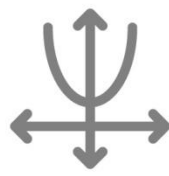
مثال: درستی اتحادهای زیر را ثابت کنید.

الف) $\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{4 \tan \alpha}{\cos \alpha}$

ب) $\frac{\sin^6 x - \cos^6 x}{\cos^2 x} = (\tan x - 1)(\tan x + 1)$

ج) $\frac{1}{\cos^6 x} - \frac{3 \tan^2 x}{\cos^2 x} = 1 + \tan^6 x$

د) $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$



مثال: اگر $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}} \left(\frac{1}{\sin x} - \sin x \right)$ کدام است؟ (تجربی خ ۹۸)

(۱) $-\cos^2 x$

(۲) $-\cos x$

(۳) $\cos^2 x$

(۴) $\cos x$

مثال: حاصل عبارت $\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{1 - \sin x \cos x}$ کدام است؟

(۱) $\sin x + \cos x$

(۲) $\sin x - \cos x$

(۳) $\cos x - \sin x$

(۴) $-\sin x - \cos x$

مثال: حاصل عبارت $\frac{\cos 25^\circ}{1 - \tan 25^\circ} + \frac{\sin 25^\circ}{1 - \cot 25^\circ}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\sin 25^\circ + \cos 25^\circ$

(۴) $\sin 25^\circ \cos 25^\circ$

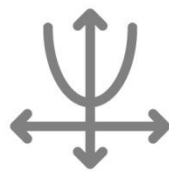
مثال: اگر $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، حاصل $\sqrt{\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}} - 4 + \cot x$ کدام است؟

(۱) $\tan x$

(۲) $\cot x$

(۳) $-\tan x$

(۴) $-\cot x$



نسبت‌های مثلثاتی زوایای مکمل

مثال: نسبت‌های مثلثاتی 150° را به دست آورید.



$$\sin(\pi - \alpha) =$$

$$\cos(\pi - \alpha) =$$

$$\tan(\pi - \alpha) =$$

$$\cot(\pi - \alpha) =$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای قرینه

مثال: نسبت‌های مثلثاتی $-\frac{\pi}{3}$ را بیابید.

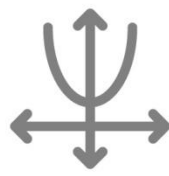


$$\sin(-\alpha) =$$

$$\cos(-\alpha) =$$

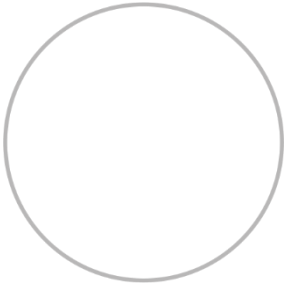
$$\tan(-\alpha) =$$

$$\cot(-\alpha) =$$



نسبت‌های مثلثاتی زوایا با اختلاف π

مثال: نسبت‌های مثلثاتی 240° را حساب کنید.



$$\sin(\pi + \alpha) =$$

$$\cos(\pi + \alpha) =$$

$$\tan(\pi + \alpha) =$$

$$\cot(\pi + \alpha) =$$



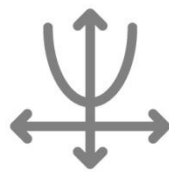
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$$

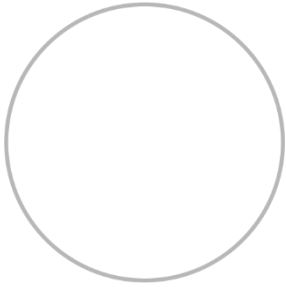
$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$$

نسبت‌های مثلثاتی زوایای متمم



زوایا با اختلاف $\frac{\pi}{2}$

مثال: نسبت‌های مثلثاتی زاویه ۱۲۰° را بیابید.



$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) =$$

زوایا با اختلاف $2k\pi$

مثال: نسبت‌های مثلثاتی زاویه $\frac{9\pi}{4}$ را بیابید.

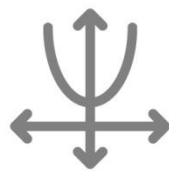


$$\sin(2k\pi + \alpha) =$$

$$\cos(2k\pi + \alpha) =$$

$$\tan(2k\pi + \alpha) =$$

$$\cot(2k\pi + \alpha) =$$



مثال: مقادیر زیر را حساب کنید.

الف) $\sin(-1110^\circ)$

ب) $\frac{\sin 10^\circ \sin 40^\circ}{\cos 50^\circ \cos(-80^\circ)}$

ج) $\cos\left(-\frac{7\pi}{6}\right) - \cot \frac{2\pi}{3}$

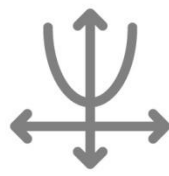
د) $\tan 210^\circ + 2 \sin 420^\circ$

هـ) $\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin \frac{2\pi}{3} + \cos \frac{7\pi}{6}$

و) $\cot \frac{5\pi}{4} \cdot \cos \frac{4\pi}{3}$

ز) $\cos \frac{\pi}{14} + \cos \frac{3\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{7\pi}{14} + \cos \frac{9\pi}{14} + \cos \frac{11\pi}{14} + \cos \frac{13\pi}{14}$

ح) $\frac{2 \sin \frac{41\pi}{10} + \sin\left(-\frac{\pi}{10}\right) + \sin \frac{29\pi}{10} - 2 \sin \frac{11\pi}{10}}{\cos\left(-\frac{\pi}{10}\right) \cdot \tan \frac{11\pi}{10} + 2 \cos \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{19\pi}{10}}$



مثال: حاصل عبارت $\sin \frac{17\pi}{3} \cos \left(-\frac{17\pi}{6}\right) + \tan \frac{19\pi}{4} \sin \left(-\frac{11\pi}{6}\right)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{4}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{2}$

مثال: حاصل عبارت $\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ}$ با فرض $\tan 20^\circ = 0,4$ کدام است؟ (خ ۹۴)

(۱) $-\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{7}{3}$

(۴) $\frac{5}{8}$

مثال: اگر انتهای کمان α در ربع دوم دایره مثلثاتی و $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، مقدار $\cos \left(\frac{11\pi}{4} + \alpha\right)$ کدام است؟ (س ۹۹)

(۱) $-\frac{4}{5}$

(۲) $-\frac{3}{5}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۴) $\frac{4}{5}$

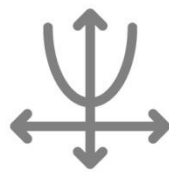
مثال: فرض کنید زاویه α در ناحیه چهارم مثلثاتی $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) - \sin(\alpha - \pi)}{|\tan^2 \alpha - 1|}$ کدام است؟ (تجربی خ ۱۴۰۰)

(۱) $\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$

(۲) $\frac{4(-2 + \sqrt{5})}{3}$

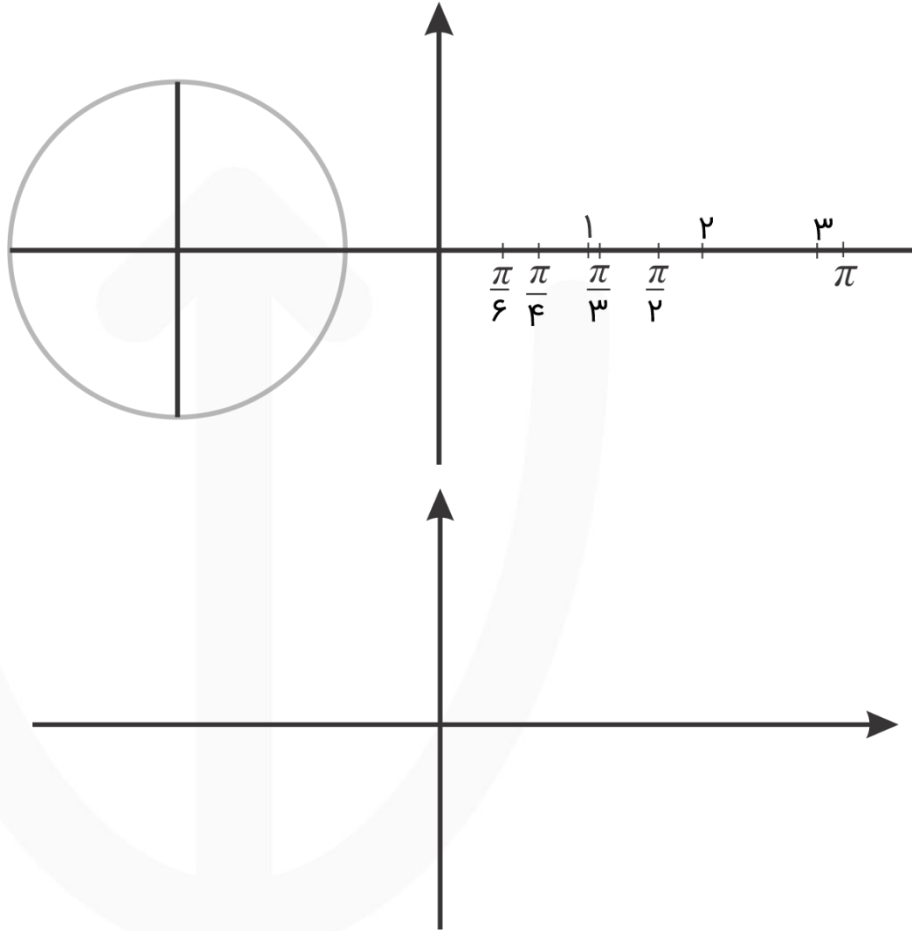
(۳) $\frac{4(2 - \sqrt{5})}{3}$

(۴) $-\frac{4(2 + \sqrt{5})}{3}$



توابع مثلثاتی

رسم تابع $y = \sin x$



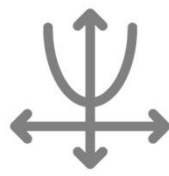
دامنه:

برد:

صفرهای تابع

ماکسیمم:

مینیمم:



مثال: نمودار توابع زیر را رسم کنید.

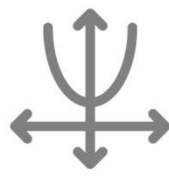
الف) $y = 2 + \sin x$

ب) $y = -\sin x$

ج) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

د) $y = -1 + \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

ه) $y = |\sin x|$



مثال: نمودار توابع زیر را رسم کنید.

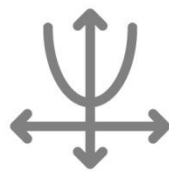
الف) $y = 2 + \sin x$

ب) $y = -\sin x$

ج) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

د) $y = -1 + \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$

هـ) $y = |\sin x|$



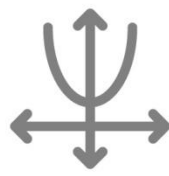
مثال: به کمک رابطه $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$ ، نمودار تابع $y = \cos x$ را رسم کنید.

مثال: نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف) $y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2$

ب) $y = |\cos x| - 1$

ج) $y = [\cos x]$



مثال: در هر مورد مشخص کنید معادله داده شده چند جواب در بازه $[0, 2\pi]$ دارند.

الف) $|\sin x| = 1$

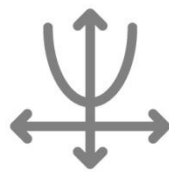
ب) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

مثال: برد توابع زیر را بیابید.

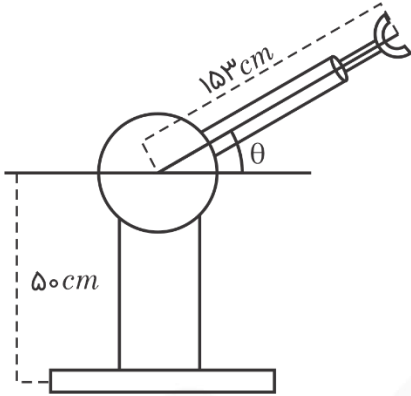
الف) $y = 3 - \left|\cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right)\right|$

ب) $y = \frac{4}{\sin x + 5}$

مثال: در یک شهر بازی چرخ و فلکی به شعاع ۴۰ متر وجود دارد که مرکز آن ۵۰ متر بالاتر از سطح زمین است. شخصی در لحظه آغاز حرکت، در پایین ترین نقطه سوار می شود. اگر چرخ و فلک x رادیان دوران کند، ارتفاع شخص بر حسب x چقدر می شود؟



مثال: در شکل زیر و با توجه به مقادیر داده شده، ارتفاع نوک گیره ربات را از سطح زمین به عنوان تابعی از θ بنویسید.

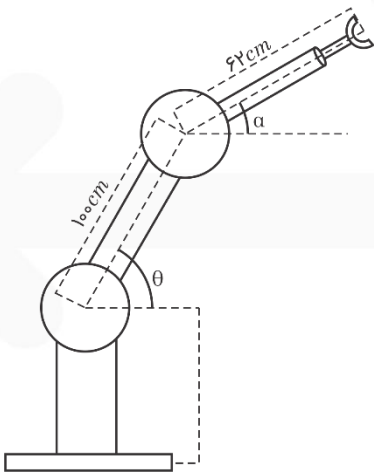


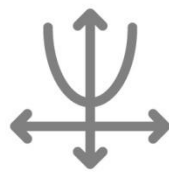
مثال: شکل زیر یک ربات صنعتی را که در خوردوسازی کاربرد دارد، نشان می‌دهد.

الف) ارتفاع نوک گیره را از سطح زمین بر حسب α و θ بنویسید.

ب) برای گرفتن یک شیء در ارتفاع 219 cm از سطح زمین، ربات مفصل دوم خود را در وضعیت $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ قرار داده است. زاویه θ در

این وضعیت چقدر باید باشد؟

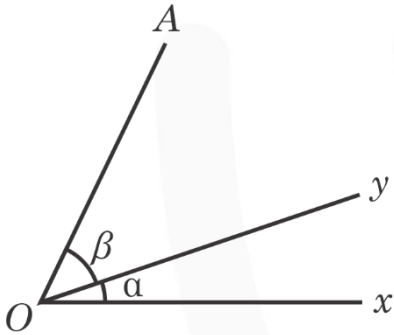




روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا

$$۱) \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

اثبات:

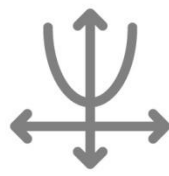


مثال: $\sin 75^\circ$ و $\sin 15^\circ$ را به دست آورید.

$$۲) \sin(\alpha - \beta) =$$

$$۳) \cos(\alpha + \beta) =$$

$$۴) \cos(\alpha - \beta) =$$



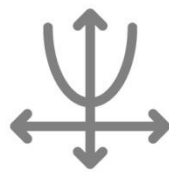
مثال: $\cos 75^\circ$ و $\cos 15^\circ$ را به دست آورید.

۵) $\tan(\alpha + \beta) =$

اثبات:

مثال: $\tan 75^\circ$ و $\tan 15^\circ$ را به دست آورید.

مثال: اگر $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ و $\tan \beta = -\frac{4}{3}$ و α حادّه و β منفرجه باشد، مقادیر $\sin(\alpha + \beta)$ ، $\cos(\alpha - \beta)$ و $\cot(\alpha + \beta)$ را حساب کنید.



مثال: درستی اتحادهای زیر را ثابت کنید.

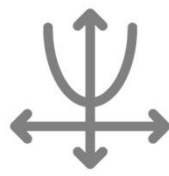
الف) $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$

ب) $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x + \cos x)$

ج) $\cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$

د) $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$

هـ) $\tan A + \tan B = \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cdot \cos B}$

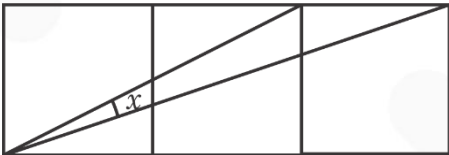


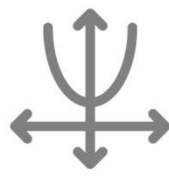
و) $\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} + 1 = \cot \alpha \cot \beta$

ز) $\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{1 + \tan \alpha \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

مثال: اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ ریشه‌های معادله درجه دوم $4x^2 - 3x = 2$ باشند، مقدار $\tan(\alpha + \beta)$ را بیابید.

مثال: در شکل، سه مربع به هم چسبیده‌اند. مقدار $\sin x$ را بیابید.





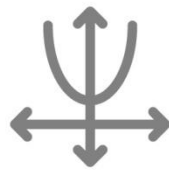
مثال: مقادیر زیر را محاسبه کنید.

الف) $\frac{1 + \tan \frac{5\pi}{12}}{1 - \tan \frac{5\pi}{12}}$

ب) $\sin 50^\circ (\tan 25^\circ + \tan 40^\circ)$

ج) $\frac{\sin 12^\circ}{\sin 4^\circ} - \frac{\cos 12^\circ}{\cos 4^\circ}$

د) $\frac{\sin 20^\circ + \sqrt{3} \cos 20^\circ}{\cos 10^\circ}$

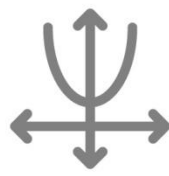


هـ) $\cos 80^\circ + \cos 40^\circ - \cos 20^\circ$

و) $\frac{\sin 50^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 50^\circ - \cos 10^\circ}$

ز) $(1 + \tan 25^\circ)(1 + \tan 20^\circ)$

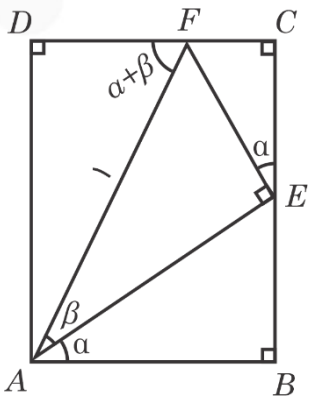
ح) $\tan 17^\circ + \tan 43^\circ + \sqrt{3} \tan 17^\circ \tan 43^\circ$

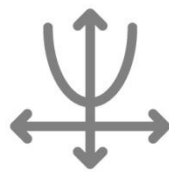


مثال: اگر $\tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4}$ و $\tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{5}$ باشد، مقادیر $\tan 2\alpha$ و $\tan 2\beta$ را به دست آورید.

مثال: اگر $\cos x = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\cos 3x - \cot x \cdot \sin 3x$ را به دست آورید.

مثال: در تابع $f(x) = (\sin x \cos 2x + \sin 2x \cos x) \cos 5x + (\sin 3x \cos 2x + \sin 2x \cos 3x) \cos 3x$ مقدار $f\left(\frac{\pi}{33}\right)$ را بیابید.





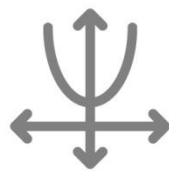
مثال: درستی اتحادهای زیر را ثابت کنید.

الف) $\frac{\sin 2x + \sin x}{\cos 2x + \cos x} = \tan 4x$

ب) $\tan 3\alpha \cdot \tan \alpha = \frac{\tan^2 2\alpha - \tan^2 \alpha}{1 - \tan^2 \alpha \tan^2 2\alpha}$

ج) $\tan x + \tan 2x - \tan 3x = -\tan x \tan 2x \tan 3x$

د) $\frac{2 \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \tan \alpha - \tan \beta$

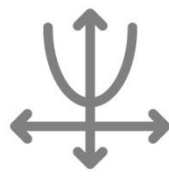


هـ) $\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$

و) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{2}{\cos^2 x - \sin^2 x}$

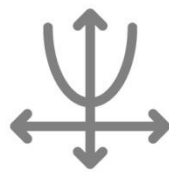
ز) $\frac{\sin(\alpha - \beta)\sin(\alpha + \beta)}{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta} = \tan^2 \alpha - \tan^2 \beta$

ح) $\frac{1}{1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)} + \frac{1}{1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)} = \frac{1}{2\cos - 1}$



$$ب) \cos^2 x + \cos^2 \left(x + \frac{2\pi}{3} \right) + \cos^2 \left(x - \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{3}{2}$$

$$د) \frac{\sin(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \tan \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) \cot \left(\beta + \frac{\pi}{4} \right)$$



نسبت‌های مثلثاتی زوایای دوبرابر کمان

مثال: اگر $\cos \alpha = -\frac{8}{17}$ و α در ربع سوم باشد، حاصل $\sin 2\alpha$ و $\cos 2\alpha$ را به دست آورید.

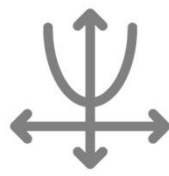
۱) $\sin 2\alpha =$

۲) $\cos 2\alpha =$

۳) $\tan 2\alpha =$

مثال: اگر $\sin \beta = \frac{3}{5}$ باشد، و β منفرجه، $\cos \frac{\beta}{2}$ را بیابید.

مثال: اگر $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ و α در ربع دوم باشد، $\tan 2\alpha$ را بیابید.

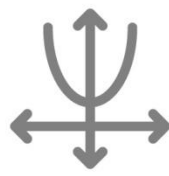


مثال: نسبت‌های مثلثاتی $22/5^\circ$ را به دست آورید.

مثال: مقدار $\sin^4 \frac{\pi}{12} + \cos^4 \frac{\pi}{12}$ را به دست آورید.

مثال: اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{5}$ باشد و x حادّه باشد، نسبت‌های مثلثاتی $2x$ را بیابید.

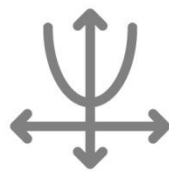
مثال: اگر $\cos x = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\cos 4x$ را محاسبه کنید.



مثال: حاصل عبارت $\cos^3 x \sin x - \sin^3 x \cos x$ را به ازای $x = \frac{5\pi}{24}$ به دست آورید.

مثال: اگر y و x حادّه بوده و $\tan(x+y) = -7$ و $\sin y = \frac{3}{\sqrt{10}}$ باشند، مقدار $\tan 2x$ را بیابید.

مثال: اگر $\log_7^{\cos x} = a$ باشد، نشان دهید: $\log_7 \frac{\cos 4x + 4 \cos 2x + 3}{2} = 4a + 2$



مثال: درستی اتحادهای زیر ثابت کنید.

الف) $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

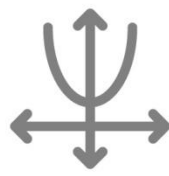
ب) $\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

ج) $\tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$

د) $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$

ه) $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$

و) $\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$



مثال: اگر $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟ (تجربی س ۹۳)

(۱) $-\frac{2}{9}$

(۲) $-\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{1}{9}$

(۴) $\frac{2}{9}$

مثال: حاصل $\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ}$ کدام است؟ (س ۹۶)

(۱) ۲

(۲) $\sqrt{6}$

(۳) $2\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{3}$

مثال: اگر $\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = 1$ باشد، مقدار $\tan 2x$ کدام است؟ (تجربی خ ۹۴)

(۱) $-\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

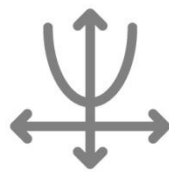
مثال: اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g(x) = \sin^f x$ باشد، ضابطه تابع $f \circ g$ کدام است؟ (خ ۹۲)

(۱) $y = -\frac{1}{4} \sin^2 2x$

(۲) $y = -\frac{1}{2} \sin^2 2x$

(۳) $y = \frac{1}{4} \cos^2 2x$

(۴) $y = \frac{1}{2} \cos^2 2x$



مثال: اگر $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$ کدام است؟ (تجربی خ ۹۵)

(۱) -۲

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

مثال: حاصل عبارت $\frac{\sqrt{1 + \sin 50^\circ}}{\sin 70^\circ}$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $-\sqrt{2}$

مثال: اگر $\frac{\tan x(1 - \tan^2 x)}{(1 + \tan^2 x)^2} = \frac{1}{8}$ باشد، حاصل $\sin 4x$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) $\frac{3}{4}$

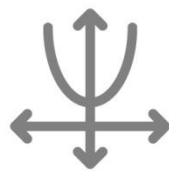
مثال: حاصل عبارت $\sin \frac{\pi}{12} \left(\cos^4 \frac{\pi}{24} - \sin^4 \frac{\pi}{24} \right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{1}{8}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{4}$



مثال: مقدار عبارت $A = (\tan \alpha + \cot \alpha) \times \frac{1}{4 \cos^2 \alpha - 2}$ به ازای $x = 7,5^\circ$ چقدر است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

مثال: اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\cos 4x$ کدام است؟

$-\frac{47}{81}$ (۱)

$\frac{47}{81}$ (۲)

$\frac{15}{36}$ (۳)

$-\frac{15}{36}$ (۴)

مثال: حاصل $\cot 48^\circ \sin 96^\circ - \cos 96^\circ$ کدام است؟

۰ (۱)

۱ (۲)

$\sin 48^\circ$ (۳)

$\tan 48^\circ$ (۴)

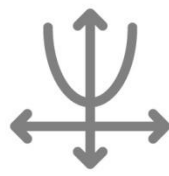
مثال: حاصل عبارت $\sin 190^\circ \sqrt{\tan^2 5^\circ + \cot^2 5^\circ + 2}$ کدام است؟

۲ (۱)

-۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۳)

$-\sqrt{2}$ (۴)



مثال: اگر $\sin 37^\circ = 0.6$ باشد، آن گاه $\sin 16^\circ$ کدام است؟

- (۱) 0.2
- (۲) 0.28
- (۳) 0.3
- (۴) 0.8

مثال: اگر انتهای کمان x در ناحیه اول بوده و $\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

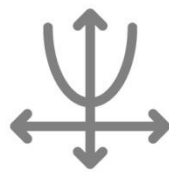
- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- (۳) $\frac{7}{9}$
- (۴) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

مثال: اگر $\sin 2x = \frac{4}{5}$ باشد، آن گاه حاصل $\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2}$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) 2
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) 4
- (۴) $\frac{1}{4}$

مثال: اگر $\cot 5^\circ = a$ باشد، آن گاه حاصل $\cos 8^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1-a^2}{1+a^2}$
- (۲) $\frac{2a^2-1}{1+a^2}$
- (۳) $\frac{a^2-1}{1+a^2}$
- (۴) $\frac{2a}{1+a^2}$



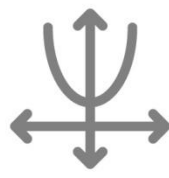
مثال: اتحادهای زیر را ثابت کنید.

الف) $\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\tan 2x} = \tan x$

ب) $\frac{\sin 2x}{\sin x} - \frac{\cos 2x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x}$

ج) $\cot \frac{a}{2} - \cot a = \frac{1}{\sin a}$

د) $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1 - \sin 2x}{\cos 2x}$

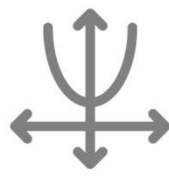


$$\text{ه) } \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha}$$

$$\text{و) } \frac{\sin x + \sin 2x}{1 + \cos x + \cos 2x} = \tan x$$

$$\text{ز) } \tan 2x - \tan x = \frac{\tan x}{\cos 2x}$$

$$\text{ح) } \left(\frac{1}{\tan x} - \frac{1}{\tan 2x}\right) \left(\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2}\right) = \frac{1}{\sin^2 x}$$

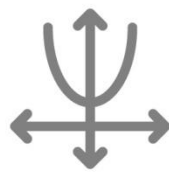


$$ب) \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} + \frac{\cot \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} = \sin 2\alpha$$

$$ی) \cos(\alpha + 10^\circ)\cos(\alpha - 10^\circ) - \sin(\alpha + 10^\circ)\sin(\alpha - 10^\circ) = \cos 2\alpha$$

$$ک) \cot 2x - \cot x = -\frac{1}{\sin 2x}$$

$$ج) \frac{\sin x}{2\cos - 1} + \frac{\sin x}{2\cos + 1} = \frac{2\sin 2x}{2\cos 2x + 1}$$



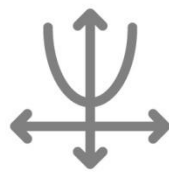
مثال: مقدار عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $\cos \frac{\pi}{5} \cdot \cos \frac{2\pi}{5}$

ب) $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$

ج) $\tan 40^\circ \cot 20^\circ - \tan 20^\circ \tan 40^\circ$

د) $\sin^4 \frac{\pi}{8} + \sin^4 \frac{3\pi}{8} + \sin^4 \frac{5\pi}{8} + \sin^4 \frac{7\pi}{8}$

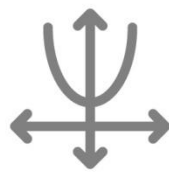


هـ) $\cot \frac{\pi}{16} - \tan \frac{\pi}{16} - 2 \tan \frac{\pi}{8}$

و) $\left(1 + \cos \frac{\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{3\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{5\pi}{8}\right) \left(1 + \cos \frac{7\pi}{8}\right)$

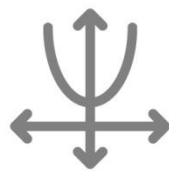
ز) $\sin 80^\circ \cos 70^\circ + \sin^2 40^\circ$

ح) $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}$



ط) $(\cot 1^\circ - \tan 1^\circ)^2 (1 - 2 \tan 2^\circ \cot 4^\circ)$

ی) $\cos 40^\circ - \frac{1}{4 \cos 20^\circ}$

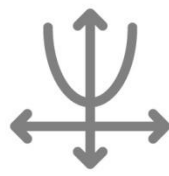


مثال: اگر $\sin 10^\circ = A$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\cos 40^\circ - \cos^2 10^\circ}{\lambda \cos^2 10^\circ - 1}$ را بر حسب A بنویسید.

مثال: اگر $-\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{12}$ باشد و داشته باشیم $K \cdot \tan x = 1 + \tan^2 x$ ، حدود K را بیابید.

مثال: اگر $f(x) = \frac{\sin 4x}{1 + \tan 2x \tan 4x}$ باشد، آن گاه $f\left(\frac{\pi}{48}\right)$ چقدر است؟

مثال: اگر $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، عبارت $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x}}}$ را ساده کنید.



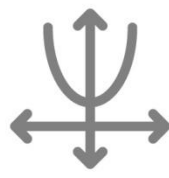
مثال: درستی اتحادهای زیر را ثابت کنید.

الف) $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

ب) $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

ج) $\tan 3\alpha = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1 - 3\tan^2\alpha}$

د) $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{4}(3 + \cos 4x)$

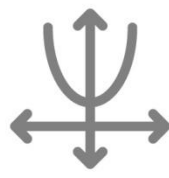


$$ه) \frac{2 \sin x}{\cos x + \cos 3x} = \tan 2x - \tan x$$

$$و) 3 \sin x \cos 3x + \sin 3x \cos x = 2 \sin 4x - \sin 2x$$

$$ز) \frac{\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \cot \frac{\alpha}{2}}{\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \cot \alpha} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

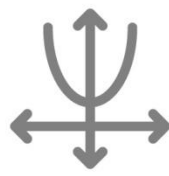
$$ح) \frac{\cos 3x + \sin 3x}{\cos x - \sin x} = 1 + 2 \sin 2x$$



$$ب) \tan(a+b) + \tan(a-b) = \frac{\sin 2a}{\cos^2 a - \sin^2 b}$$

$$ج) \frac{2 \sin \alpha \cos^3 \alpha}{\sin 2\alpha} = 2 \cos 2\alpha - 1$$

مثال: ثابت کنید عبارت $\frac{2(1 + \sin 2x)}{1 + \cos 2x}$ مربع کامل است.



مثال: ساده شده عبارت $2\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ کدام است؟

(۱) $\cos\alpha - \sin\alpha$

(۲) $\cos 2\alpha$

(۳) $1 + \sin 2\alpha$

(۴) $1 - \sin 2\alpha$

مثال: اگر $\tan\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ و $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$ باشند، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟ (تجربی س ۹۴)

(۱) $\frac{1}{45}$

(۲) $\frac{1}{6}$

(۳) $\frac{1}{75}$

(۴) $\frac{1}{8}$

مثال: اگر $\cos\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$ و انتهای کمان α در ربع چهارم باشد، مقدار $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ کدام است؟ (تجربی خ ۹۶)

(۱) $-\frac{2}{3}$

(۲) $-\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{2}{3}$

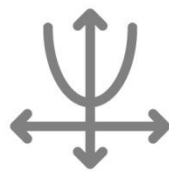
مثال: اگر $\tan\alpha$ و $\tan\beta$ برابر ریشه‌های معادله $2x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟ (س ۹۹)

(۱) ۱

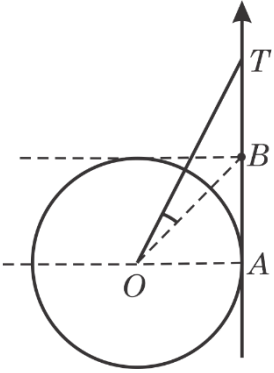
(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) -۳

(۴) -۱



مثال: با توجه به دایرهٔ مثلثاتی زیر، اگر $BT = 2$ باشد، مقدار $\tan(\widehat{TOB})$ کدام است؟ (خ ۹۹)



- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

مثال: اگر $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل $\frac{\tan \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ کدام است؟ (س ۱۴۰۰)

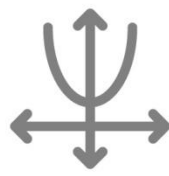
- (۱) $-\frac{91}{105}$
- (۲) $-\frac{16}{105}$
- (۳) $\frac{16}{105}$
- (۴) $\frac{91}{105}$

مثال: اگر $f(\alpha) = 4 \sin \cos 2\alpha + 2 \sin \alpha$ باشد، مقدار $f\left(\frac{41\pi}{9}\right)$ کدام است؟ (س ۱۴۰۰)

- (۱) $-\sqrt{3}$
- (۲) $\sqrt{3}$
- (۳) ۱
- (۴) -۱

مثال: ساده شدهٔ عبارت $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$ کدام است؟ (خ ۱۴۰۰)

- (۱) $\cos \frac{\theta}{2}$
- (۲) $\sin \frac{\theta}{2}$
- (۳) $2 \cot \frac{\theta}{2}$
- (۴) $2 \tan \frac{\theta}{2}$



مثال: اگر $f(x) = 16 \cos^2(3x) \cos^2(6x) \cos^2(12x) \cos^2(24x)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{36}\right)$ کدام است؟ (تجربی ۱۴۰۰)

(۱) $\frac{6 - 3\sqrt{3}}{16}$

(۲) $\frac{6 - \sqrt{3}}{16}$

(۳) $\frac{6 + \sqrt{3}}{16}$

(۴) $\frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$

مثال: اگر زاویه α در ناحیه سوم مثلثاتی و $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\cot 2\alpha}$ کدام است؟ (تجربی ۱۴۰۰)

(۱) $-\frac{96}{175}$

(۲) $\frac{1056}{175}$

(۳) $\frac{96}{175}$

(۴) $-\frac{1056}{175}$

مثال: خلاصه شده عبارت $\tan 20^\circ (1 + \cos 40^\circ)$ برابر کدام است؟

(۱) $\sin 20^\circ$

(۲) $\sin 40^\circ$

(۳) $\cos 20^\circ$

(۴) $\cos 40^\circ$

مثال: اگر $\frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = 2$ باشد، $\tan 2x$ کدام است؟

(۱) -3

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $-\frac{3}{4}$

(۴) $-\frac{3}{5}$