



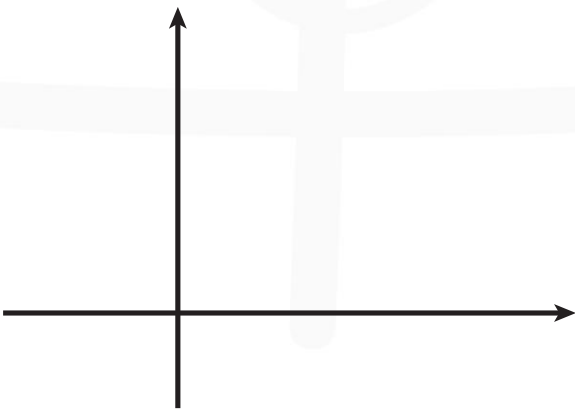
تابع نمایی

مثال: نوعی باکتری پس از ۲۰ دقیقه به دو باکتری تقسیم می‌شود و این فرآیند تکثیر به همین صورت ادامه می‌یابد. پس از سه ساعت، تعداد باکتری‌ها چقدر است؟

| | | | | | | |
|-----------------|---|---|-----|-----|-----|---|
| مرحله | ۱ | ۲ | ... | ... | ... | n |
| تعداد باکتری‌ها | | | | | | |

مثال: نمودار تابع $y = 2^x$ با دامنه \mathbb{R} را با روش نقطه‌یابی رسم کنید.

| | | | | | | | | |
|-------|----|----|---|---------------|---|---------------|---|---|
| x | -۲ | -۱ | ۰ | $\frac{1}{2}$ | ۱ | $\frac{3}{2}$ | ۲ | ۳ |
| 2^x | | | | | | | | |





تعریف تابع نمایی:

هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ ، که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است را یک تابع نمایی می‌نامیم. مثلاً $y = 4^x$ ، $y = 0.3^x$ ، $y = \pi^x$ توابع نمایی هستند.

مثال: به کمک نمودار $y = 2^x$ ، مقدار تقریبی $2^{\sqrt{5}}$ و نیز جواب تقریبی معادله $2^x = \frac{5}{3}$ را بیابید.

مثال: اعداد $2^{\sqrt{2}}$ ، $2^{1.5}$ ، $2^{\sqrt{2}}$ را با هم مقایسه کنید.

نکته:

$$\left. \begin{array}{l} m > n \\ a > 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$



مثال: نمودار سه تابع $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$, $h(x) = 5^x$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

مثال: نمودار تابع $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را رسم کنید.

مثال: نمودار تابع $f(x) = 3^x$, $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید. چه رابطه‌ای بین این دو نمودار وجود دارد؟



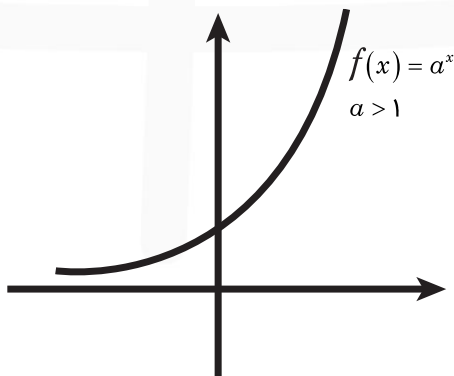
مثال: اعداد $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{6}}$ ، $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ ، $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{7}{3}}$ را با هم مقایسه کنید.

نکته:

$$\left. \begin{array}{l} m > n \\ 0 < a < 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

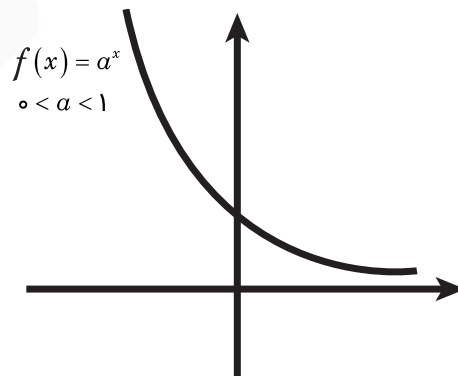
مثال: مقادیر $\left(\frac{1}{5}\right)^{0.2}$ ، $\left(\frac{1}{4}\right)^{0.2}$ ، $\left(\frac{1}{3}\right)^{0.2}$ را با هم مقایسه کنید.

مخلص کلام



یک به یک، افزایشی

$$D = \mathbb{R}, R = \mathbb{R}^+$$



یک به یک، کاهشی

$$D = \mathbb{R}, R = \mathbb{R}^+$$



تذکر: هر تابع با ضابطه $f(x) = k \cdot a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$, $k \neq 0$) رفتار نمایی دارد.

مانند: $y = 2 \times 3^x$, $y = 4^{x-2}$, $y = 0$

مثال: نمودار توابع زیر را رسم کنید. دامنه و برد را مشخص کنید.

الف) $y = 2^x - 3$

ب) $y = 2^{x+1}$

ج) $y = \sqrt{2^{2x} + 2^{x+1} + 1}$



مثال: دامپزشکی مقداری داروی بی‌هوشی به یک اسب تزریق کرده است. میزان داروی موجود در بدن این اسب برحسب میلی‌گرم پس از t ساعت از رابطه $f(t) = 60 \times \left(\frac{1}{2}\right)^t$ به دست می‌آید. می‌دانیم اگر مقدار دارو در بدن اسب به $45mg$ برسد، اسب به هوش می‌آید.

الف) دامپزشک چند میلی‌گرم دارو تزریق کرده است؟

ب) مقدار دارو پس از ۶ ساعت چقدر است؟

ج) اسب چند دقیقه بی‌هوش می‌ماند؟ ($2^{1.6} \approx 3$)

مثال: در شهری ۵۰ فرد مبتلا به کووید ۱۹ وجود دارد و هر ۶ ساعت تعداد مبتلایان $1/5$ برابر می‌شود. رابطه‌ای بنویسید که تعداد مبتلایان را پس از t روز بیان کند.



مثال: حدود m را به گونه‌ای تعیین کنید که تابع $f(x) = \left(\frac{3m-1}{2m-2}\right)^x$:

الف) تابع نمایی باشد.

ب) تابع نمایی نزولی (کاهشی) باشد.

مثال: دو تابع نمایی $y = \left(\frac{1}{m}\right)^x$ ، $y = \left(\frac{m^2+4}{5}\right)^x$ نسبت به محور عرض‌ها قرینه یکدیگرند. m را بیابید.

مثال: اعداد $\sqrt{0,5}^{\sqrt{6}}$ ، $\sqrt{0,5}^{\sqrt[3]{3}}$ ، $\sqrt{0,5}^{\sqrt{2}}$ را مرتب کنید.



مثال: دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^x}{x - 2}}$ را به دست آورید.

مثال: نمودار تابع $y = 3^{-|x|}$ را رسم کنید.

مثال: حدود m را به گونه‌ای به دست آورید که نمودار تابع نمایی $f(x) = \left(\frac{m-2}{3}\right)^x$ در بازه $(-\infty, 0)$ پایین‌تر از نمودار تابع

$g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ قرار گیرد.



ویژگی‌های توان حقیقی ($a, b > 0$)

الف) $a^0 = 1$

ب) $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

ج) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

د) $(a^x)^y = a^{xy}$

هـ) $(ab)^x = a^x \cdot b^x$

و) $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$

ز) $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

مثال: عبارات زیر را ساده کنید.

الف) $(\sqrt[3]{2})^{-6}$

ب) $2^{\sqrt{3}} \times 2^{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}$

ج) $(3^{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{3}})^{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}$

د) $\sqrt{2}^{\sqrt{3}} \times \sqrt{8}^{\sqrt{3}}$

هـ) $(3-2\sqrt{2})^{\frac{1}{\sqrt{3}+1}} \cdot (\sqrt{2}+1)^{\sqrt{3}-1}$

و) $\frac{5^{\sqrt{3}-2}}{5^{\sqrt{3}+2}}$



معادلات و نامعادلات نمایی

مثال: معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-2} = \left(\frac{8}{27}\right)^x$

ب) $9^x = 2 \times 3^x - 45$

ج) $3^x + \frac{1}{3} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x}$

مثال: نامعادلات زیر را حل کنید.



الف) $4^{x+1} > \frac{1}{1024}$

ب) $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{x-4} < 0,8^{2x+7}$

$$f(x) = \sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^{x+4} - \left(\frac{8}{27}\right)^{2x} \cdot (1,5)^{x-1}}$$

مثال: دامنه تابع زیر را بیابید.



مثال: نمودارهای دوتابع $f(x) = 3^{ax+b}$ ، $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند. اگر $f(2) = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $f^{-1}(27)$

کدام است؟ (س ۹۵)

- (۱) ۳-
- (۲) ۲-
- (۳) ۱
- (۴) ۳

مثال: اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2 + x + 2}}$ ، $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ باشند، دامنه تابع $fo g$ کدام است؟ (تجربی خ ۹۴)

- (۱) $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$
- (۲) $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$
- (۳) $(-2, 0)$
- (۴) $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

مثال: نمودار یک تابع به صورت $f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ قطع می‌کند. $f(3)$

کدام است؟ (س ۹۸)

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

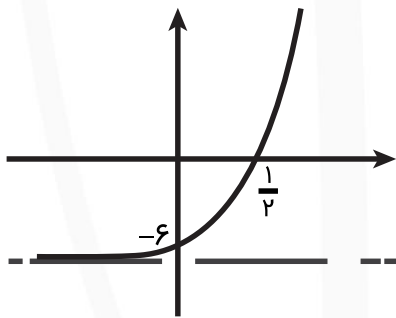
مثال: فرض کنید $[a, b]$ برد تابع $f(x) = 2^{-\sqrt{5 \sin^2 x - 1}}$ باشد. مقدار $a + b$ کدام است؟ (خ ۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{3}{4}$
- (۴) $\frac{5}{4}$



مثال: فرض کنید برد تابع $f(x) = 2^{\sqrt{9\cos^2 x - 1}} - 2^{\sqrt{1 - 9\cos^2 x}}$ به صورت $[a, b]$ باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟ (س ۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{9}{4}$
- (۲) $\frac{15}{4}$
- (۳) $\frac{9}{2}$
- (۴) $\frac{21}{4}$



مثال: شکل روبه‌رو نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{ax+b}$ است. $f(2)$ کدام

است؟ (تجربی خ ۹۹)

- (۱) ۲۳۴
- (۲) ۱۰۸
- (۳) ۷۲
- (۴) ۱۸

مثال: تابع $y = 2^{x+|x|}$ را سه واحد در امتداد محور x ها در جهت منفی و سپس در امتداد محور y ها دو واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. منحنی حاصل، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟ (تجربی خ ۱۴۰۰)

- (۱) $-\frac{5}{2}$
- (۲) $-\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) $\frac{7}{2}$



مثال: برد تابع $f(x) = \frac{9^x - 3^{x+1} - 4}{3^x + 1}$ کدام بازه است؟

(۱) $[-4, +\infty)$

(۲) $(-4, +\infty)$

(۳) $[-1, +\infty)$

(۴) $(-1, +\infty)$

مثال: معادله $|2^x - 1| = \sqrt{x+1}$ چند جواب دارد؟

(۱) دو ریشه مثبت

(۲) یک ریشه مثبت

(۳) دو ریشه مختلف علامت

(۴) فاقد جواب

مثال: معادله $x^2 = 2^x$ چند جواب دارد؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) فاقد جواب



تابع لگاریتمی و لگاریتم

مثال: نمودار وارون تابع $f(x) = 2^x$ را رسم کنید. دامنه و برد آن را مشخص کنید.

تعریف تابع لگاریتمی

$$f(x) = a^x \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_a^x$$

$$a > 0, a \neq 1$$

مثال: با توجه به تعریف تابع لگاریتمی، مقادیر زیر را به دست آورید.

ب) $\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{32}}$

الف) \log_5^{125}

د) \log_{11}^1

ج) $\log_{10}^{10^4}$



مثال: نمودار توابع $f(x) = \log_3^x$, $g(x) = \log_5^x$, $h(x) = \log_8^x$ را در یکدکد مختصات رسم کنید.

مثال: مقادیر \log_3^5 , \log_3^6 , \log_5^6 را با هم مقایسه کنید.

مثال: نمودار $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}^x$ را رسم کنید. سپس مقادیر $\left[\log_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \right]$, $\left[\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} \right]$ را بیابید.

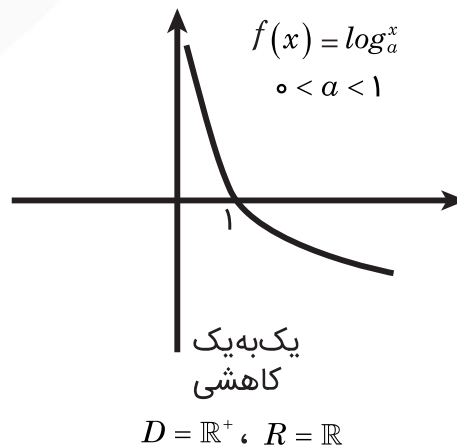
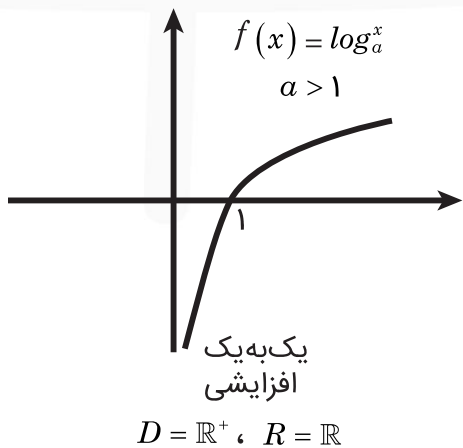
چه رابطه‌ای بین این نمودار و نمودار $y = \log_{\frac{1}{2}}^x$ می‌بینید؟



مثال: نمودار توابع $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$, $g(x) = \log_{e,1} x$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

مثال: اگر نمودار تابع $y = \log_a^x + 2$ از نقطه $(4, 1)$ عبور کند، a را بیابید.

مخلص کلام





دامنه توابع لگاریتمی

$$\log_b^a \quad a > 0, b > 0, b \neq 1$$

مثال: دامنه توابع زیر را بیابید.

الف) $f(x) = \log_x^{(x^y-9)}$

ب) $f(x) = \log_{\frac{x+2}{5-x}}^{x-1}$

ج) $f(x) = \sqrt{2 - \log^{(x^y-15x)}}$



مثال: نمودار توابع زیر را رسم کنید. دامنه و برد را مشخص کنید.

الف) $f(x) = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$

ب) $f(x) = \log_3^{(x-2)}$

ج) $f(x) = 1 + \log^{(x+2)}$



لگاریتم یک عدد

$$a^b = c \Leftrightarrow \log_a^c = b \quad (a > 0, a \neq 1, c > 0)$$

مثال: برابری‌های زیر را به صورت لگاریتمی نمایش دهید.

الف) $16^{\frac{1}{4}} = 2$

ب) $3^{-5} = \frac{1}{243}$

ج) $2^{\frac{7}{2}} = \sqrt{128}$

مثال: تساوی‌های زیر را به صورت توانی بنویسید.

الف) $\log_8^1 = 0$

ب) $\log_3^{\frac{1}{81}} = -4$

ج) $\log_{49}^{343} = \frac{3}{2}$

مثال: مقادیر زیر را محاسبه کنید.

الف) $\log_{\frac{1}{7}}^{\sqrt[4]{49}}$

ب) $\log_{\sqrt{125}}^{\sqrt[6]{25}}$

ج) $\log^{\sqrt{1000}}$

د) $\log_{\sqrt[4]{8}}^{\sqrt[3]{\sqrt{2}}}$



ویژگی‌های لگاریتم

$$۱) \log_a^1 = 0, \log_a^a = 1, \log_a^{\frac{1}{a}} = -1$$

$$۲) \log_c^{ab} = \log_c^a + \log_c^b$$

اثبات:

مثال: فرض کنید $\log 2 = 0,3$, $\log 3 = 0,48$, مقدار $\log 12$ را بیابید.

$$۳) \log_b^{a^n} = n \log_b^a \quad (a, b > 0, b \neq 1)$$

اثبات:

مثال: اگر $\log 7 = 0,85$, مقدار $\log 56$ را به دست آورید.



$$۴) \log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m} \log_b^a \quad (a, b > 0, b \neq 1, m \neq 0)$$

اثبات:

مثال: مقدار $\log_{\frac{4}{9}}^{\frac{9}{16}}$ را محاسبه کنید.

$$۵) \log_c^{\frac{a}{b}} = \log_c^a - \log_c^b$$

اثبات:

مثال: مقدار $\log 5$ را حساب کنید.

$$۶) a^{\log_a^b} = b \quad (a, b > 0, a \neq 1)$$

اثبات:

مثال: مقدار $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_3^2}$ چقدر است؟



$$۷) \log_b^a = \frac{1}{\log_a^b} \quad (a, b > 0, a, b \neq 1)$$

اثبات:

مثال: حاصل $\log_9^{25} \cdot \log_{625}^{\frac{1}{81}}$ را محاسبه کنید.

$$۸) \log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

اثبات:

مثال: مقدار $(2^{\log_2^3})^{\log_2^4}$ را بیابید.



مثال: مقادیر زیر را حساب کنید.

الف) $\log_{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} + \log_{625}^2 + Y^{\left(\frac{\log_7^2 - 1}{\log_5^2}\right)}$

ب) $\log_3 \left(\frac{3 \log 1728}{1 + \frac{1}{2} \log^{\circ, 36} + \frac{1}{3} \log^{\wedge}} \right)$

ج) $\log_{\frac{32}{2\sqrt{2}}}^{\frac{1}{32}} + \log_{\frac{5}{32}}^{\frac{2\sqrt{2}}{5}} + \log_{\frac{4}{3}}^{\frac{4}{3}} \cdot \log_{\frac{4}{3}}^{\frac{4}{3}}$

د) $\log_9^{1/8} \cdot \log_9^{F5} + (\log_9^{\Delta})^2$



مثال: اگر $\log_6^3 = a$ باشد، حاصل \log_{24}^{96} را برحسب a به دست آورید.

مثال: اگر $\log 3 \approx 0,4771$ باشد، عدد 3^{100} چند رقمی است؟

مثال: اگر $\log 2 = a$, $\log 3 = b$, $\log 7 = c$ باشد، عبارات زیر را برحسب a و b و c بنویسید.

الف) $\log \frac{900\sqrt{45}}{490^7}$

ب) $\log \frac{490}{297} + \log \frac{11}{15} - 2 \log \frac{7}{9}$

ج) $\log_{15}^{\sqrt{11,25}}$



معادلات لگاریتمی

مثال: معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\log_{\frac{1}{5}}^{(x^2-4)} = -1$

ب) $\log_6^{(x+1)} = \log_6^{(x^2-x-7)}$

$$\log_a^x = b \Rightarrow x = a^b$$

$$\log_a^x = \log_a^y \Rightarrow x = y$$

ج) $\log_\lambda^{(x+6)} + \log_\lambda^{(x-1)} = 1$

حل معادلات لگاریتمی

نکته مهم: توجه به دامنه



$$د) \log_3^{(2x+3)} = 2 - \log_3^{(x-2)}$$

$$ه) \log_{\lambda}^{\frac{\lambda}{x^2}} = 3(\log_{\lambda}^x)^2$$

$$و) 2 \log(x+6) + 2 \log 25 = 4 + \log(2x-3)$$

$$ز) \sqrt[3]{x^{\log x}} = 100$$



ح) $25^{\log x} = 5 + 4(5^{\log x})$

ب) $\log_v^x + \log_x^v = \frac{17}{4}$

د) $\log_x^v \cdot \log_{\frac{x}{16}}^v = \log_{\frac{x}{64}}^v$

ک) $\begin{cases} \log x + \log y = 1 \\ x^y + y^x = 29 \end{cases}$



ج) $x + \log(1 + 2^x) = x \log 5 + \log 6$

پ) $\log_3^x + \log_5^x = \log_3^{2 \cdot 5}$

ن) $\frac{1}{1 - 4 \log x} + \frac{4}{2 + \log x} = 3$

س) $\begin{cases} x^{\log y} = 4 \\ xy = 40 \end{cases}$



کاربردهای لگاریتم

مثال: زلزله ۲۱ آبان ۱۳۹۶ شهر ازگله کرمانشاه حوالی ساعت ۱۰ شب به بزرگی $۷/۳$ ریشتر رخ داد. به کمک رابطه $\log E = 11,8 + 1,5M$ ، مقدار انرژی آزادشده در این زلزله را حساب کنید.

(M بزرگی زلزله برحسب ریشتر و E انرژی آزادشده برحسب ارگ است.)

مثال: در ظرفی ۱۰۰ لیتر محلول قرار دارد. هر روز ۴ لیتر از محلول را برداشته و به جای آن، آب خالص اضافه می‌کنیم. پس از چند روز

غلظت آن $\frac{1}{3}$ غلظت اولیه می‌شود؟ ($\log 2 = 0,3$, $\log 3 = 0,48$)

مثال: تا زمانی که موجودی زنده است نسبت کربن ۱۴ در بدنش ثابت می‌ماند، ولی پس از مرگ مقدار آن با نیم‌عمر ۵۷۳۰ سال به طور

نمایی رو به زوال می‌رود. فرض کنید نسبت کربن ۱۴ موجود در یک اسکلت کشف شده در حفاری‌های باستان‌شناسی ۶۰ درصد نسبت

آن در استخوان حیوان زنده‌ای از همان نوع باشد. از زمان مرگ این حیوان چند سال می‌گذرد؟ ($\log 5 = 0,7$, $\log 6 = 0,8$)



مثال: اگر لگاریتم عدد $2\sqrt[3]{0.25}$ در مبنای ۸ برابر A باشد، لگاریتم عدد $\left(\frac{1}{A}-1\right)$ در پایه ۴ کدام است؟ (س ۹۰)

(۱) -۳

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{2}{4}$

(۴) $\frac{3}{4}$

مثال: اگر $\log 5 = 3K$ باشد، $\log \sqrt[3]{1.6}$ کدام است؟ (تجربی خ ۹۰)

(۱) $1-4K$

(۲) $2-5K$

(۳) $1-2K$

(۴) $1-K$

مثال: اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ ، $g(x) = \log_3(x^2 + 2x)$ باشند، دامنه تعریف تابع $f \circ g$ کدام است؟ (تجربی ۹۴)

(۱) $[-4, 2]$

(۲) $[-2, 0]$

(۳) $[-4, -1] \cup (1, 2]$

(۴) $[-4, -2] \cup (0, 2]$

مثال: تابع $f(x) = \log_3(ax + b)$ فقط برای مقادیر $x \in \left(\frac{-1}{2}, +\infty\right)$ با معنی است. اگر $f(4) = 2$ باشد، آن گاه $f\left(\frac{-4}{9}\right)$ کدام است؟

(س ۹۴)

(۱) -۲

(۲) -۱

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۱



مثال: از معادله لگاریتمی $\log(x^2 - x - 6) - \log(x - 3) = \log(2x - 5)$ ، مقدار لگاریتم $\sqrt[3]{x+1}$ در پایه ۴ کدام است؟ (تجربی خ ۹۵)

- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) ۱

مثال: از دو معادله $4^x + 2^x = 72$ ، $\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2$ ، مقدار y کدام است؟ (تجربی خ ۹۲)

- (۱) ۶
- (۲) ۷
- (۳) ۸
- (۴) ۹

مثال: از دو معادله $\log_8(9x+1) = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2}$ ، $\log(2y-3x) + \log 2 = 0$ ، $\log(2x+1) + \log(y-2) - \log y = \log 3$ مقدار xy کدام است؟ (تجربی س ۹۶)

- (۱) ۶
- (۲) ۸
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰

مثال: اگر $(0.4)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2}$ باشد، $\log_8(9x+1)$ کدام است؟ (تجربی س ۹۸)

- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) $\frac{5}{4}$
- (۴) $\frac{3}{2}$



مثال: مقدار ۲۴ گرم از عنصری موجود است. اگر عنصر موردنظر در هر ۳۰ روز، $\frac{1}{10}$ جرم باقی مانده را از دست بدهد، پس از چند روز ۸

گرم از آن عنصر باقی می ماند؟ $\log_3 3 = 1$ (س ۹۹)

(۱) ۳۶۰

(۲) ۳۰۰

(۳) ۲۷۰

(۴) ۲۴۰

مثال: اگر $\log_3^3 = 0.8$ باشد، مقدار \log_{13}^3 کدام است؟ (تجربی س ۹۹)

(۱) $\frac{13}{18}$

(۲) $\frac{8}{11}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{7}{9}$

مثال: فرض کنید در دامنه $[0, +\infty)$ تابع با ضابطه $f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2}$ مفروض باشد، $f^{-1}(2)$ کدام است؟ (تجربی س ۹۹)

(۱) $\log_2(2 - \sqrt{3})$

(۲) $\log_2(\sqrt{3} - 1)$

(۳) $\log_2(1 + \sqrt{3})$

(۴) $\log_2(2 + \sqrt{3})$

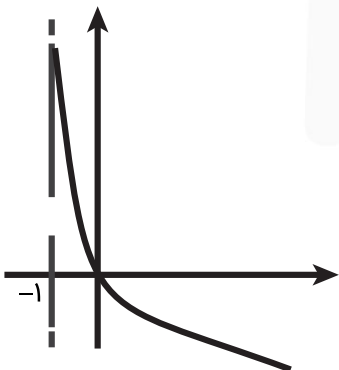
مثال: شکل مقابل نمودار تابع $y = \log_2 U(x)$ است. $U(x)$ کدام است؟ (تجربی س ۹۸)

(۱) $x + 1$

(۲) $(x + 1)^{-1}$

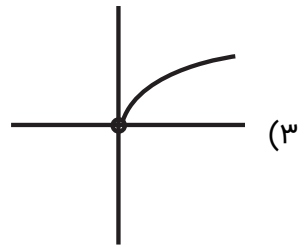
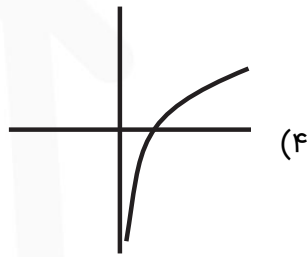
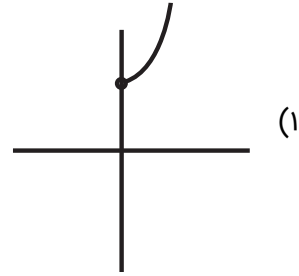
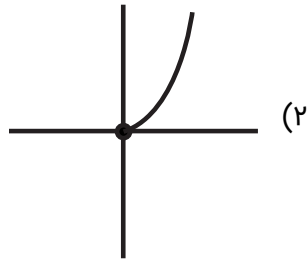
(۳) $x - 1$

(۴) $1 - x$





مثال: نمودار تابع $f(x) = 9^{\log x}$ کدام است؟ (س ۱۴۰۰)



مثال: دامنه تغییرات تابع $f(x) = \log_6 \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ کدام است؟ (س ۱۴۰۰)

(۱) $(-9, 9)$

(۲) $(-4, 9)$

(۳) $(4, 9)$

(۴) $(-4, 4)$

مثال: فرض کنید $\log_{\sqrt{5}}^{(x-2)} = 1$ ، مقدار x کدام است؟ (س ۱۴۰۰)

(۱) ۹

(۲) $\frac{17}{3}$

(۳) ۴

(۴) $\frac{7}{3}$

مثال: حاصل عبارت $(\log_{\frac{3}{11}})^2 + \log_{\frac{147}{11}} \cdot \log_{\frac{132}{11}}$ کدام است؟ (س ۱۴۰۰)

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴



مثال: اگر به‌ازای اعداد مثبت و مخالف یک a, b, c تساوی $\log_a^c + \log_b^c = 1$ برقرار باشد، آن‌گاه $\log_c^a \cdot \log_c^b$ کدام است؟ (خ ۱۴۰۰)

(۱) $\log_c^{(ab)}$

(۲) $2 \log_c^{(ab)}$

(۳) $\log_c^{(a+b)}$

(۴) $2 \log_c^{(a+b)}$

مثال: مجموع جواب‌های معادله $\log_7^{(4^x+15)} = x + 3$ ، کدام است؟ (خ ۱۴۰۰)

(۱) ۸

(۲) ۱۵

(۳) \log_7^{15}

(۴) \log_7^{15}

مثال: اگر تساوی $\log_x^y - 2 \log_y^x = 1$ به‌ازای $x, y > 1$ برقرار باشد، کدام تساوی درست است؟ (تجربی ۱۴۰۰)

(۱) $y = x^2$

(۲) $y = x^3$

(۳) $y = \sqrt{x}$

(۴) $xy = 2$

مثال: برد تابع $f(x) = -1 + \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{12 + \sqrt{[x]} - [x]} \right)$ برابر $(\log_{\frac{1}{2}}^3, \log_{\frac{1}{2}}^0)$ باشد، دامنه تابع f کدام است؟ (خ ۱۴۰۰)

(۱) $[3, 9]$

(۲) $[3, 8]$

(۳) $[2, 9]$

(۴) $[2, 8]$