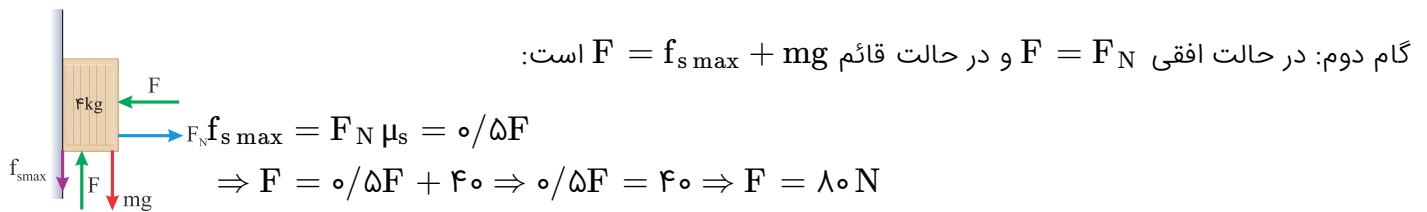


$$\left. \begin{aligned}
 & \text{حرکت آسانسور با شتاب رو به پایین} : m(g - a) = k\Delta L \\
 & \Rightarrow 5(10 - 2) = 200(L_1 - L_0) \\
 & \text{حرکت آسانسور با شتاب } 1 \text{ m/s}^2 \text{ کند شونده رو به پایین (a رو به بالاست)} : \\
 & m(g + a) = k\Delta L \Rightarrow 5(10 + 1) = 200(L_2 - L_0)
 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 & L_1 - L_0 = 0.2 \Rightarrow L_1 = 0.2 + L_0 \\
 & \Rightarrow L_2 - L_0 = 0.275 \Rightarrow L_2 = 0.275 + L_0
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow L_2 - L_1 = 0.075 \text{ m} = 7.5 \text{ cm}$$

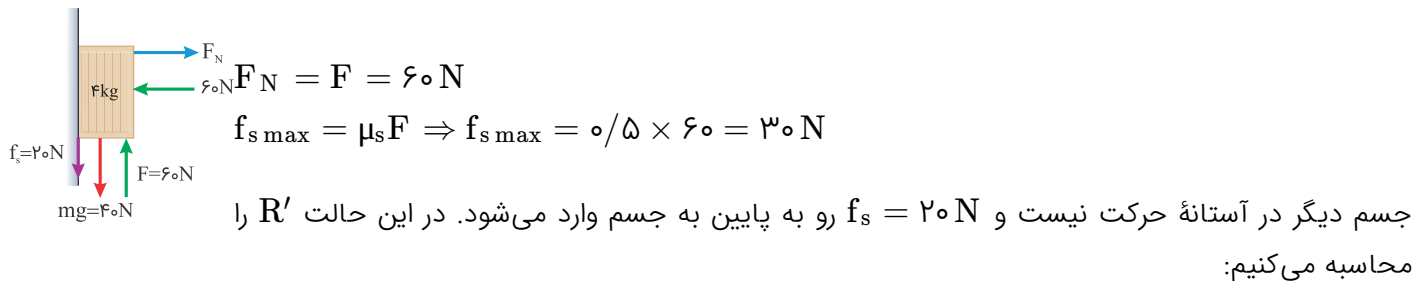
گام اول: جسم در آستانه حرکت رو به بالا است بنابراین جهت نیروی اصطکاک جنبشی رو به پایین است. همه نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



گام سوم: حال F_N و $f_{s \max}$ و در نهایت R را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_N = F = 80 \text{ N} \\ f_{s \max} = 0.5F = 40 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{F_N^2 + f_{s \max}^2} = \sqrt{80^2 + 40^2} = 40\sqrt{5} \text{ N}$$

گام چهارم: در حالتی که $F = 60 \text{ N}$ است وضعیت جسم را بررسی می‌کنیم:



$$R' = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{20^2 + 60^2} = 20\sqrt{10} \text{ N}$$

گام پنجم: نسبت $\frac{R'}{R}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{40\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

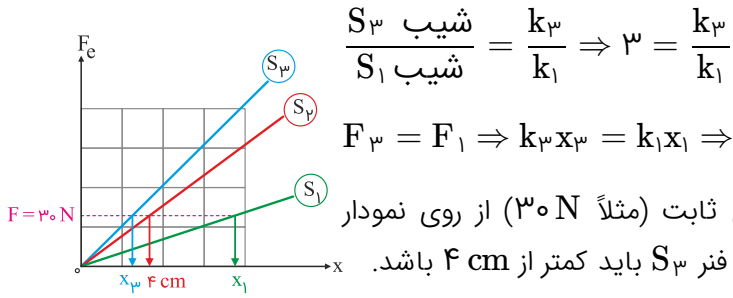
سطح زیر نمودار نیرو- زمان با تغییرات تکانه برابر است:

$$\Delta p = \frac{(20 + 50)}{2} \times 20 = 700 \text{ N.s}$$

اکنون با توجه به رابطه محاسبه نیروی خالص داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{700}{50} = 14 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

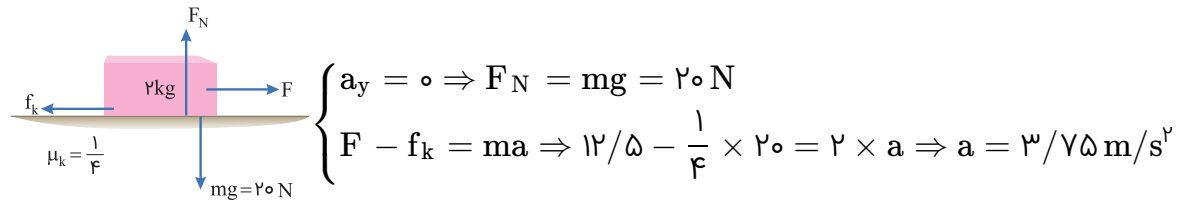
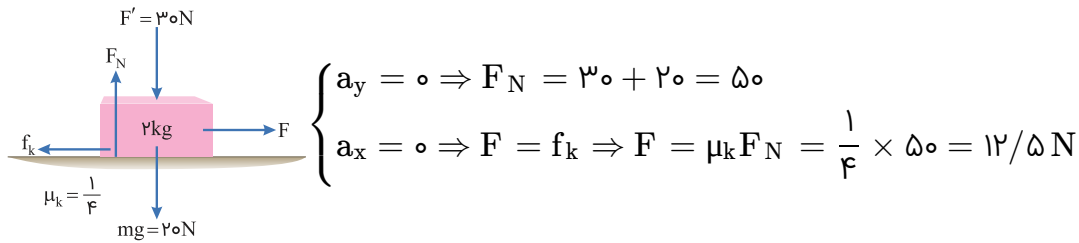


به راحتی و با مقایسه تغییر طول فنرها در اثر اعمال نیروی ثابت (مثلاً 30 N) از روی نمودار مشخص می‌گردد که تغییر طول فنر S_1 باید بیشتر از 4 cm و فنر S_3 باید کمتر از 4 cm باشد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

روش اول: روش کلاسیک

برای هر دو حالت قانون دوم نیوتن را می‌نویسیم ابتدا حالت دوم سپس اول را می‌نویسیم. زیرا مجهول مسئله در حالت اول قرار دارد.



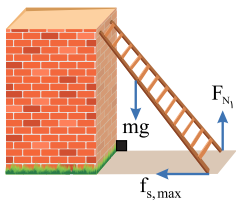
روش دوم: تنها نیروی متغیر وارد بر جسم نیروی اصطکاک پس:

$$|\Delta \vec{F}| = m|\Delta \vec{a}| \Rightarrow \mu_k \Delta F_N = m\Delta a \Rightarrow \frac{1}{4} \times 30 = 2 \times |0 - a|$$

$$\Rightarrow 7.5 = 2a \Rightarrow a = 3/75\text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

باتوجه به نیروهای وارد بر جسم برای محاسبه نیروی وارد از طرف نردبان بر سطح افقی می‌توان نوشت:



$$F_{N_1} = mg = 250 \text{ N}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_1} = 0.4 \times 250 = 100 \text{ N}$$

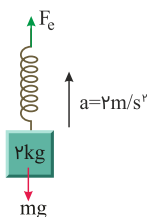
اکنون برای محاسبه نیروی وارد بر سطح داریم:

$$R = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{(250)^2 + (100)^2} = 50\sqrt{5^2 + 2^2}$$

$$\Rightarrow R = 50\sqrt{29} \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

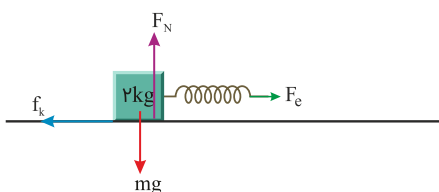
گام اول: در حالت اول باتوجه به قانون دوم نیوتون، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:



$$F_e - mg = ma \Rightarrow k\Delta x - mg = ma$$

$$\Rightarrow k \times \left(\frac{۴۲ - ۳۰}{۱۰۰} \right) - ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow k = ۲۰۰ \text{ N/m}$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون برای حالت جدید به صورت زیر است:

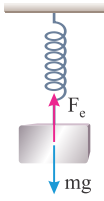


$$F_N = mg = ۲۰ \text{ N}$$

$$F_e - f_k = ma \Rightarrow k\Delta x - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow ۲۰۰ \times \left(\frac{۳۶ - ۳۰}{۱۰۰} \right) - \mu_k \times ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow \mu_k \times ۲۰ = ۸ \Rightarrow \mu_k = ۰/۴$$

در حالت اول:



$$F_e = mg \Rightarrow mg = 200(65 - 50) \times 10^{-2} = 30$$

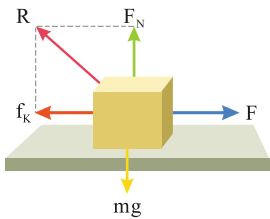
در حالت دوم:

$$F'_e - mg = ma \Rightarrow K \Delta x' - mg = ma$$

$$\Rightarrow 200(60 - 50) \times 10^{-2} - 30 = 3a \Rightarrow -10 = 3a \Rightarrow a = -\frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

ابتدا نیروی اصطکاک وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \Rightarrow 1625 = \sqrt{(1500)^2 + f_k^2} \Rightarrow f_k = 625 \text{ N}$$

اکنون برای محاسبه نیروی افقی وارد بر جسم با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow 2 = \frac{F - 625}{150} \Rightarrow F = 925 \text{ N}$$

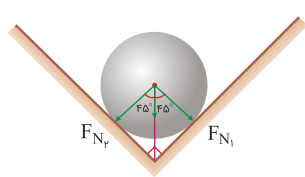
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

باتوجه به رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} K = \frac{P^2}{2m} \\ P_A = P_B \\ K_A = 4K_B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow 4 = 1 \times \frac{m_B}{2} \Rightarrow m_B = 8 \text{ kg}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

نیروهای F_{N_1} و F_{N_2} به دیواره‌ها عمودند؛ بنابراین چون دیواره‌ها برهم عمودند F_{N_1} و F_{N_2} نیز بر یکدیگر عمودند و هم‌اندازه هستند:

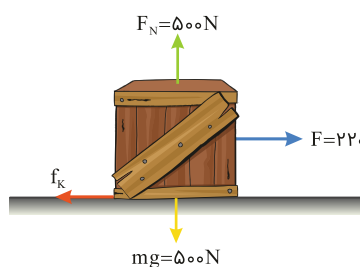


$$\tan 45^\circ = \frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = 1 \Rightarrow F_{N_2} = F_{N_1}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{F_{N_1}}{W} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{F_{N_1}}{50} \Rightarrow F_{N_1} = 25\sqrt{2}N$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

با استفاده از قانون دوم نیوتون ابتدا شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:



$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{F_{net}}{m} = \frac{F - f_k}{m} \\ f_k &= \mu_k F_N = 0.4 \times 500 = 200 N \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = \frac{220 - 200}{50} = 0.4 \text{ m/s}^2$$

اکنون جابه‌جایی انجام شده توسط جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (2)^2 = 0.8 \text{ m}$$

در این صورت کار نیروی F برابر است با:

$$W = Fd \cos \alpha = 220 \times 0.8 \times 1 = 176 \text{ J}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

در این نوع سؤالات ابتدا باید تعیین کنیم که جسم از آستانه حرکت گذشته است یا خیر. بنابراین نیروی محرک را با نیروی بیشینه اصطکاک ایستایی مقایسه می‌کنیم.

$$f_{s \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = W + F'} f_{s \max} = \mu_s (W + F') = 0.5(20 + 30) = 25 \text{ N}$$

$$F = 20 \text{ N} < f_{s \max} = 25 \text{ N}$$

جسم به آستانه حرکت نرسیده و ساکن است. در نتیجه تغییر تکانه آن صفر است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

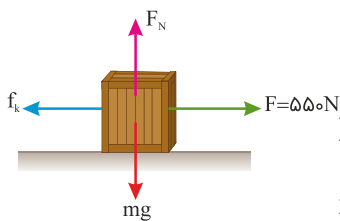
با استفاده از رابطه محاسبه تندی خطی در حرکت دایره‌ای می‌توان نوشت:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow \frac{v_{\text{ثانیه شمار}}}{v_{\text{ساعت شمار}}} = \frac{r_{\text{ثانیه}}}{r_{\text{ساعت شمار}}} \times \frac{T_{\text{ساعت}}}{T_{\text{ثانیه}}} = \frac{2 \times 12 \times 60 \times 60}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{v_{\text{ثانیه شمار}}}{v_{\text{ساعت شمار}}} = 1440$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

گام اول: شتاب حرکت جعبه را قبل از پاره شدن نخ به دست می‌آوریم:



$$F_N = mg = 100 \times 10 = 1000 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.5 \times 1000 = 500 \text{ N}$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 550 - 500 = 100a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: سرعت جعبه را در لحظه پاره شدن نخ محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ m/s}$$

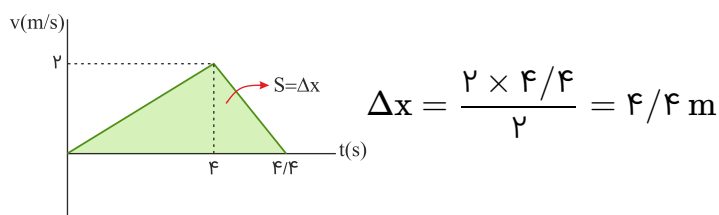
گام سوم: شتاب جعبه را از لحظه پاره شدن نخ تا لحظه توقف به دست می‌آوریم. باتوجه به اینکه پس از پاره شدن طناب فقط نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت، بر جعبه وارد می‌شود، داریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow a_2 = -\mu_k g = -0.5 \times 10 = -5 \text{ m/s}^2$$

گام چهارم: مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا پس از پاره شدن نخ جعبه متوقف شود را محاسبه می‌کنیم:

$$v_2 = a_2 t_2 + v_0 \Rightarrow 0 = -5t_2 + 2 \Rightarrow t_2 = 0.4 \text{ s}$$

گام پنجم: نمودار $v - t$ حرکت جعبه را رسم می‌کنیم و جابه‌جایی کل را به دست می‌آوریم:



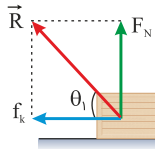
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

راه حل اول: در حالت اول چون سرعت جسم ثابت است، پس $f_k = F_1 = 10\text{N}$ است.

$$F_N = F_\gamma + mg = 10 + 40 = 50\text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

$$\tan \theta_1 = \frac{50}{10} = 5$$

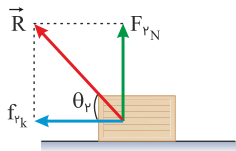


$$F_{\gamma N} = mg - F_\gamma = 40 - 10 = 30\text{ N}$$

$$f_{\gamma k} = \mu_k F_{\gamma N} = \frac{1}{5} \times 30\text{ N} = 6\text{ N}$$

$$\tan \theta_\gamma = \frac{F_{\gamma N}}{f_{\gamma k}} = \frac{30}{6} = 5$$

F_N و f_k را در حالت دوم، حساب می‌کنیم:



چون $\tan \theta_\gamma = \tan \theta_1 < 90^\circ$ است، پس $\theta_\gamma = \theta_1 < 90^\circ$ است.

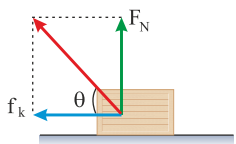
راه حل دوم: اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند را از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$$

$f_k = \mu_k F_N$ است پس داریم:

$$R = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} \Rightarrow \frac{R}{F_N} = \sqrt{1 + \mu_k^2}$$

در شکل زیر $\sin \theta = \frac{F_N}{R} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_k^2}}$ است، پس تا زمانی که μ_k تغییر نکند زاویه بین نیروی سطح و f_k یا همان سطح افقی تغییر نمی‌کند؛ پس $\theta_1 = \theta_2$ است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

$$F - f_k = ma \xrightarrow{v=\text{ثابت} \Rightarrow a=0} k\Delta x - f_k = 0$$

$$\Rightarrow 200 \times \frac{5}{100} = \mu_k \cdot F_N \xrightarrow{F_N = mg = 50} 10 = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = 0.2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

چون وزنه متصل به فنر با شتاب ثابت a حرکت می‌کند، می‌توان گفت که نیروی کشسانی فنر برابر با نیروی برآیند وارد بر وزنه است:

$$F_e = F \Rightarrow kx = ma \Rightarrow k \times (140 - 136) = 2 \times 2 \Rightarrow k = 1 \text{ N/cm}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

در لحظه باز شدن چتر، f_D (نیروی مقاومت هوا) دارای اندازه بزرگی است. باتوجه به اینکه جهت بردار سرعت در این لحظه به سمت پایین است و برآیند دو نیروی \vec{f}_D و وزن به سمت بالا است، حرکت چتر باز کندشونده می‌شود پس تندی چتر باز کاهش می‌یابد. با کاهش تندی، اندازه f_D و در نتیجه برآیند دو نیروی f_D و mg نیز کم می‌شود. پس طبق رابطه $F_{net} = ma$ ، با کم شدن اندازه F_{net} ، اندازه a نیز کم می‌شود.

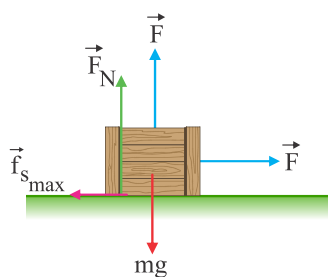
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

$$\frac{g_h}{g_o} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{9/8} = \left(\frac{6400}{6400 + 6400} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow g_h = \frac{9/8}{4} \text{ m/s}^2$$

$$W = mg_h = 80 \times \frac{9/8}{4} = 196 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

در حالت اول، نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل هستند. با توجه به اینکه جسم حرکت نمی‌کند و در آستانه حرکت است می‌توان نوشت:



$$F_N + F = mg \Rightarrow F_N = mg - F$$

$$f_{s,max} = F \Rightarrow \mu_s F_N = F \Rightarrow \mu_s (mg - F) = F$$

$$\Rightarrow 0.5(30 - F) = F \Rightarrow F = 10 \text{ N}$$

قرار است از F به اندازه ۴ نیوتون کم شود. بنابراین در حالت جدید این نیرو $F' = 6 \text{ N}$ است. اگر در این حالت $f'_{s,max}$ را حساب کنیم، خواهیم داشت:

$$f'_{s,max} = \mu_s (mg - F') = 0.5(30 - 6) = 12 \text{ N}$$

بنابراین همچنان جسم ساکن است و نیروی ۶ N نمی‌تواند جسم را به حرکت درآورد. در این حالت اصطکاک هم‌اندازه نیروی خارجی وارد بر جسم در راستای افق یعنی همان ۶ N است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

باتوجه به قانون سوم نیوتون داریم:

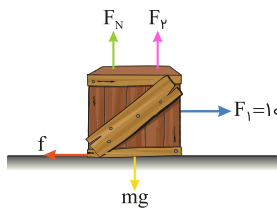
$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$F = F' \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \xrightarrow{m_2 > m_1} a_1 > a_2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا شرط حرکت جسم را بررسی می‌کنیم:



$$\left. \begin{array}{l} f_{s,\max} = \mu_s F_N = 0/4 \times 40 = 16 \\ F_1 = 10 \text{ N} \end{array} \right\} \Rightarrow F_1 < f_{s,\max}$$

پس جسم ساکن است و نیروی اصطکاک (f_s) برابر 10 N است.
اگر نیروی F_2 را افزایش دهیم، F_N کاهش می‌یابد. در این صورت داریم:

$$F_N = mg - F_2 = 40 - F_2 \Rightarrow f'_{s,\max} = 10$$

$$\Rightarrow F'_N = \frac{10}{0/4} = 25 \text{ N} \Rightarrow F_2 = 15 \text{ N}$$

تا لحظه‌ای که $F_2 = 15 \text{ N}$ شود، f_s ثابت است، پس از آن جسم شروع به حرکت می‌کند و با افزایش F_2 نیروی اصطکاک جنبشی ($f_k = \mu_k F_N$) کاهش می‌یابد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 15 - 0.2 \times 50 = 5a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 = 1 \times 2 + 0 = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 = 2 \text{ m}$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma$$

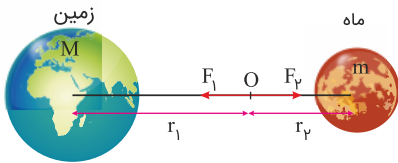
$$-\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -2 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(\Delta x) \Rightarrow 0 - 2^2 = 2(-2)(\Delta x) \Rightarrow \Delta x = 1 \text{ m}$$

$$\text{کل } \Delta x = 2 + 1 = 3 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

نقطه‌ی مطرح‌شده در صورت سؤال که در آن نیروهای گرانشی زمین و ماه باهم مساوی هستند را مطابق شکل زیر نقطه‌ی O فرض می‌کنیم:

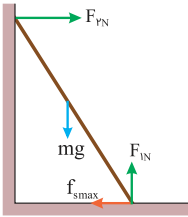


$$F_1 = F_2 \Rightarrow G \frac{Mm'}{r_1^2} = G \frac{mm'}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{81m}{r_1^2} = \frac{m}{r_2^2} \Rightarrow r_1 = 9r_2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

نردبان در حال تعادل است بنابراین برآیند نیروهایی که در هر راستا بر نردبان وارد می‌شود، صفر است، پس داریم:



$$F_{1N} - mg = 0 \Rightarrow F_{1N} = 160 \text{ N}$$

نیرویی که از طرف نردبان به سطح افقی وارد می‌شود هم‌اندازه نیرویی است که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند. این نیرو برآیند نیروهای F_{1N} و $f_{s \max}$ است:

$$R = \sqrt{F_{1N}^2 + f_{s \max}^2} \Rightarrow (200)^2 = (160)^2 + f_{s \max}^2 \Rightarrow f_{s \max} = 120 \text{ N}$$

حالا از رابطه $f_{s \max} = F_{1N} \mu_s$ ضریب اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم:

$$f_{s \max} = F_{1N} \mu_s \Rightarrow 120 = 160 \times \mu_s \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، داریم:

$$W_{\text{کل}} = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_k} + \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{F_N}} = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow F \cos 37^\circ \cdot d + f_k \cdot d \cos 180^\circ = \frac{1}{2} \times 4 (4^2 - 0)$$

$$\Rightarrow 40 \times 0.8 \times 1/6 - f_k \times 1/6 = 32 \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

در صورتی که آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا یا کندشونده به سمت پایین حرکت کند عدد ترازو بیشتر از وزن عدد آن هنگام سکون آسانسور است. به عبارتی هنگامی که بردار شتاب به سمت بالا باشد، عددی که ترازو نشان می‌دهد بیشتر از حالت سکون است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

ابتدا سرعت برخورد گلوله به سطح را حساب می‌کنیم:

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v^2 = -2 \times 10(0 - 20) \Rightarrow v = -20 \text{ m/s}$$

اکنون با استفاده از رابطه محاسبه نیروی متوسط و تغییرات تکانه داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t} = \frac{0.2(10 - (-20))}{0.2}$$

$$\Rightarrow F_{av} = 30 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

اگر شتاب گرانش در سطح زمین g_0 باشد، در ارتفاع خواسته شده، شتاب گرانش $\frac{1}{100}g_0$ است. در ارتفاع h از سطح زمین، شتاب گرانش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$g = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\frac{1}{100}g_0}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$$

$$\frac{1}{100} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{10} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow R_e + h = 10R_e$$

$$\Rightarrow h = 9R_e$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

از رابطه $\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}}$ نسبت تندی ماهواره‌ها را به دست می‌آوریم. دقت کنید که r_A و r_B فاصله ماهواره‌ها از مرکز زمین هستند:

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{R_e + \frac{R_e}{4}}{R_e + \frac{R_e}{2}}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{4}R_e}{\frac{3}{2}R_e}} = \sqrt{\frac{5}{6}} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{5}{6}$$

حالا رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ را نسبتی می‌نویسیم و نسبت انرژی جنبشی‌ها را محاسبه می‌کنیم:

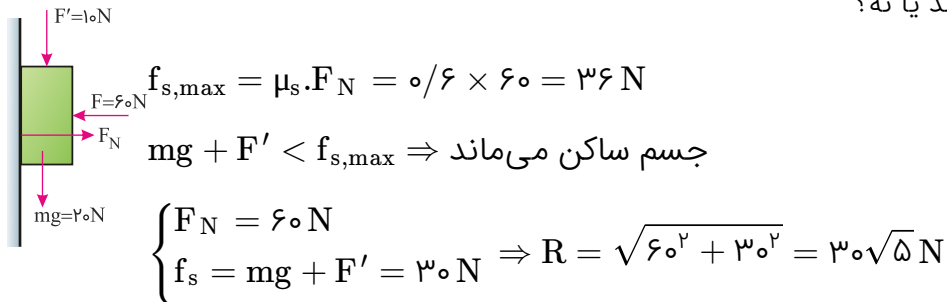
$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m}{2m} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

نیروی که دو نفر به هم وارد می‌کنند با هم برابر است و طبق قانون دوم نیوتن ($F = ma$) شتاب حرکت با جرم نسبت وارون دارد. شخص سبک‌تر با شتاب بیشتری حرکت می‌کند و در زمان مساوی، مسافت بیشتری را طی می‌کند ($\Delta x = \frac{1}{2}at^2$). بنابراین شخص سبک‌تر در فاصله نقطه 0 تا A به شخص سنگین‌تر خواهد رسید.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

ابتدا بررسی می‌کنیم که جسم حرکت می‌کند یا نه؟



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1}$$

$$t_1 = 3 \text{ s} \Rightarrow P_1 = 15(3)^2 + 5 \times 3 = 150 \text{ kgm/s}$$

$$t_2 = 6 \text{ s} \Rightarrow P_2 = 15(6)^2 + 5 \times 6 = 570 \text{ kgm/s}$$

$$F_{av} = \frac{570 - 150}{6 - 3} = 140 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و تکانه ($K = \frac{p^2}{2m}$) داریم:

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{\frac{p_B^2}{2m_B}}{\frac{p_A^2}{2m_A}} \xrightarrow{K_B = 5K_A, p_A = p_B} \frac{5K_B}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

برای محاسبه انرژی جنبشی، ابتدا تندی خطی حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{60}{360} = 2 \text{ s} \\ r &= 2 \text{ m} \\ v &= \frac{2\pi r}{T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = \frac{2\pi \times 2}{2} = 2\pi \text{ m/s}$$

اکنون باتوجه به رابطه محاسبه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(\omega)(2\pi)^2 = 10\pi^2 \text{ J}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

گام اول: نیروی افقی F را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} F - f_k &= Ma \\ F_N = Mg &= 1600 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F - 1600 \times 0.2 = 160 \times \frac{1}{4} \Rightarrow F = 360 \text{ N}$$

گام دوم: در حالتی که m کیلوگرم از محتویات صندوق کم کرده‌ایم، نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه می‌کنیم:

$$F'_N = (160 - m)g$$

گام سوم: با همان اندازه $F = 360 \text{ N}$ ، شتاب دو برابر شده است:

$$F - f'_k = (160 - m)a \Rightarrow 360 - (160 - m)g \times \underbrace{\mu_k}_2 = (160 - m)0.5$$

$$\Rightarrow 360 - 320 + 2m = 80 - 0.5m \Rightarrow 40 = 2.5m \Rightarrow m = 16 \text{ kg}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

چون جهت شتاب حرکت رو به پایین است، می‌توان نوشت:

$$F_e = m(g - a) \Rightarrow Kx = m(g - a) \Rightarrow 200 \times 0.09 = m(10 - 1) \\ \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

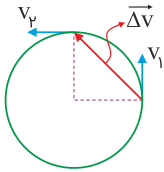
$$a \text{ مرکزگرا} = \frac{v^2}{r} = \frac{(10\pi)^2}{20} = \frac{100\pi^2}{20} = 5\pi^2$$

$$\vec{a}_{av} \text{ در هر ثانیه} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow 10\pi = \frac{2\pi \times 20}{T}$$

$T = 4 \text{ s} \Rightarrow$ زمان طی کردن کل مسیر دایره‌ای

پس جسم در یک ثانیه، ربع دایره را طی کرده است.



$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

$$|\Delta \vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \xrightarrow{v_1=v_2=v} \sqrt{2}v$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2}v}{1} = 10\pi\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$\text{جواب تست} = \frac{a_{av}}{a} = \frac{10\pi\sqrt{2}}{5\pi^2} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

نیروی اصطکاک ایستایی بین چرخ‌ها و سطح جاده باعث حرکت اتومبیل بر مسیر دایره‌ای می‌شود. در صورتی که نیروی اصطکاک ایستایی به ماکزیمم مقدارش برسد، سرعت اتومبیل هم به بیشینه خود رسیده است. در نتیجه نیروی اصطکاک ایستایی همان نیروی مرکزگرای اتومبیل است.

$$F_{\text{net}} = f_{s \text{ max}} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = W = mg} F_{\text{net}} = \mu_s mg$$

$$\Rightarrow F_{\text{net}} = 0.5 \times 1200 \times 10 = 6000 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\uparrow N = mg + ma = 50 + 10 = 60 \text{ N}$$

$$\downarrow N' = mg - ma = 50 - 10 = 40 \text{ N}$$

$$N - N' = 60 - 40 = 20 \text{ N}$$

نکته: وقتی بردار شتاب آسانسور رو به بالا است علامت آن مثبت و وقتی رو به پایین است علامت آن منفی است. به طور کلی نیرویی که از کف آسانسور به جسم وارد می‌شود برابر وزن ظاهری جسم بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = mg \pm ma$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

سؤال ترکیبی از فصل حرکت بر خط راست و فصل دینامیک است. ابتدا از فصل حرکت بر خط راست، شتاب را به دست می‌آوریم (سؤال از کتاب درسی است).

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=36 \text{ km/h}=10 \text{ m/s}} 0 - 10^2 = 2a \times 4 \Rightarrow a = -12/5 \text{ m/s}^2$$

اکنون از فصل دینامیک بزرگی نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم.

$$-f_k = ma \Rightarrow -f_k = 2000 \times (-12/5) \Rightarrow f_k = 25000 \text{ N}$$



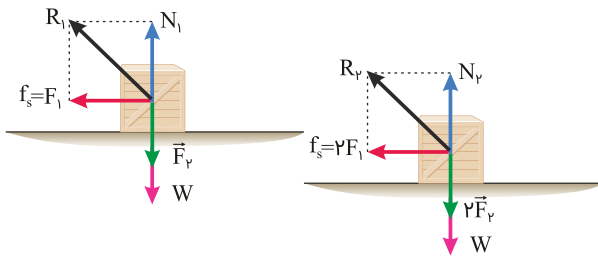
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

$$\frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{10} = \left(\frac{6400}{6400 + 1600} \right)^2 = \frac{64}{100} \Rightarrow g_h = 6/4 \text{ m/s}^2$$

چون نیروی مرکزگرا همان نیروی وزن ماهواره است پس:

$$F = mg_h = 500 \times 6/4 = 3200 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸



$$R_1 = \sqrt{f_s^2 + N_1^2} \Rightarrow R_1 = \sqrt{F_1^2 + (W + F_1)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{f_s^2 + N_2^2} \Rightarrow R_2 = \sqrt{(2F_1)^2 + (W + 2F_1)^2}$$

$$R_1 < R_2 < 2R_1$$

$$1 < K < 2$$

تذکر: چون W ثابت است و فقط F_1 و F_2 دو برابر شده‌اند، نمی‌توان گفت که R_2 دو برابر R_1 است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: ابتدا با استفاده از نیروی وزن، جرم توپ را به دست می‌آوریم:

$$W = \mathcal{F}/\lambda \Rightarrow mg = \mathcal{F}/\lambda \Rightarrow m \times 10 = \mathcal{F}/\lambda \Rightarrow m = 0.48 \text{ kg}$$

گام دوم: دو نیروی f_D و W در نقطهٔ اوج بر هم عمودند و برآیند آن‌ها در این نقطه برابر است با:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + W^2} = \sqrt{f_D^2 + \mathcal{F}/\lambda^2}$$

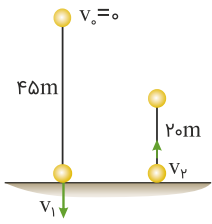
گام سوم: برآیند نیروها را طبق قانون دوم نیوتون برابر با ma قرار می‌دهیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + \mathcal{F}/\lambda^2} = 0.48 \times \frac{65}{6} \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + \mathcal{F}/\lambda^2} = 5/2$$

$$f_D^2 = 5/2^2 - \mathcal{F}/\lambda^2 = (5/2 - \mathcal{F}/\lambda)(5/2 + \mathcal{F}/\lambda) = 0.4 \times 10 = 4 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_D = 2 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹



$$v_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \times 10 \times 45} = 30 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20 \text{ m/s}$$

چون v_1 روبه پایین است با علامت منفی و v_2 با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود. طبق قانون دوم نیوتون و رابطه آن با تغییرات تکانه جسم خواهیم داشت:

$$F = ma = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{200 \times 10^{-3}(20 - (-30))}{2 \times 10^{-3}} = 5000 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

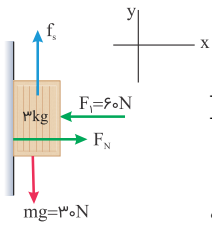
چون اصطکاک وجود ندارد و گلوله‌ها از حال سکون رها شده‌اند، برای هر گلوله انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن، هنگام رسیدن به زمین برابر است.

$$U = K \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

بنابراین سرعت گلوله‌ها در لحظه رسیدن به زمین به جرم آن‌ها بستگی ندارد و فقط به ارتفاع و شتاب گرانش بستگی دارد که برای هر سه گلوله یکسان است؛ پس بزرگی سرعت هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

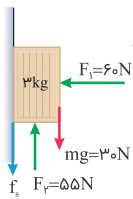
در حالت اول که نیروی F_1 به جسم وارد می‌شود و جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. پس:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{در راستای x: } F_N = F_1 = 60 \text{ N} \\ \text{در راستای y: } f_s = mg = 30 \text{ N} \end{cases}$$

با وارد شدن نیروی F_2 به جسم، چون $F_2 > mg$ است جهت نیروی اصطکاک قرینه می‌شود. باتوجه به اینکه در حالت اول $f_s = 30 \text{ N}$ بوده است و نیروی عمودی سطح و جنس دو سطح تغییر نکرده است، پس بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی بزرگ‌تر یا مساوی 30 N است.

پس در حالت دوم اگر فرض کنیم که جسم ساکن است، بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر است با:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{در راستای x: } F_N = F_1 = 60 \text{ N} \\ \text{در راستای y: } F_2 = mg + f_s \end{cases}$$

$$\Rightarrow 55 = 30 + f_s \Rightarrow f_s = 25 \text{ N}$$

چون f_s در این حالت از $f_s = 30 \text{ N}$ در حالت اول کمتر است، پس فرض ساکن ماندن جسم درست است. بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم در این حالت $f_s = 25 \text{ N}$ است. نیروی سطح وارد بر جسم در این حالت برابر است با:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{60^2 + 25^2} = \sqrt{(5 \times 12)^2 + (5 \times 5)^2} = 5\sqrt{12^2 + 5^2} = 5 \times 13 = 65 \text{ N}$$

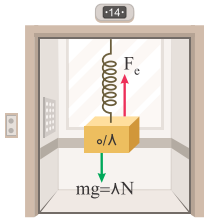
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

با استفاده از رابطه $k = \frac{P^2}{2m}$ به صورت نسبتی، نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2 \times \left(\frac{m_B}{m_A}\right) = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{10}{9}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.



گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم. چون جهت حرکت رو به بالا و حرکت آسانسور کندشونده است، شتاب به سمت پایین است، برآیند نیروها نیز به سمت پایین است. پس:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow mg - kx = ma$$

$$\Rightarrow \lambda - 2x = 0/\lambda \times 2 \Rightarrow x = 3/2 \text{ cm}$$

چون جهت نیروی فنر به سمت بالا است یعنی طول فنر از طول عادی آن بیشتر شده است. پس طول فنر به $20 + 3/2 = 23/2 \text{ cm}$ می‌رسد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

با استفاده از قانون دوم نیوتون ابتدا شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{Eq}{m} \Rightarrow a = \frac{125 \times 1/6 \times 10^{-19}}{10^{-30}} \Rightarrow a = 2 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

برای محاسبه مدت زمان جابه‌جایی داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow \frac{10}{100} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{13} \times t^2 \Rightarrow t^2 = 10^{-14} \Rightarrow t = 10^{-7} \text{ s}$$

$$\Rightarrow t = 100 \text{ ns}$$

برای محاسبه تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در جابه‌جایی بین این دو نقطه می‌توان نوشت:

$$\Delta U = -W_E = -Eqd$$

در رابطه بالا تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بر حسب ژول محاسبه می‌شود، برای تبدیل آن به الکترون-ولت کافی است رابطه اخیر بر بار الکترون تقسیم شود در این صورت داریم:

$$\Delta U = -Ed = -125 \times 0/1 = -12/5 \text{ eV}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

جرم گلوله ثابت است.

$$p_1 = mv_1 = 20 \text{ kg.m/s}$$

$$p_2 = mv_2 = 22 \text{ kg.m/s}$$

$$\text{درصد افزایش انرژی جنبشی} = \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1^2}{2m}}{\frac{p_1^2}{2m}} \times 100 = \frac{p_2^2 - p_1^2}{p_1^2} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد افزایش انرژی جنبشی} = \frac{22^2 - 20^2}{20^2} \times 100 = \frac{(22 - 20)(22 + 20)}{400} \times 100 = \frac{84}{400} \times 100 = 21\%$$

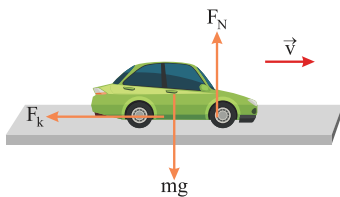
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

ابتدا با استفاده از روابط حرکت شناسی، شتاب توقف را حساب می‌کنیم:

$$54 \text{ km/h} \div 3/6 = 15 \text{ m/s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0^2 - (15)^2 = 2a \times 22/5 \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

نیروی خالص وارد بر اتومبیل هنگام ترمز نیروی اصطکاک است، پس:



$$\vec{f}_k = m\vec{a} \Rightarrow -\mu_k F_N = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma$$

$$\Rightarrow -\mu_k \times 10 = -5 \Rightarrow \mu_k = 0.5$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

روش اول: کلاسیک

شتاب گرانش در محل ماهواره همان شتاب مرکزگرا است و از طرفی شتاب مرکزگرا برابر $a_C = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ می‌باشد. پس:

$$\begin{cases} g = \frac{GM}{r^2} \\ a_C = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{GM}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \Rightarrow T \propto \sqrt{r^3}$$

بنابراین نسبت شعاع چرخش دو ماهواره به دست می‌آید:

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3} \Rightarrow \frac{\sqrt{r}}{4} = \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{\sqrt[3]{\lambda}}$$

حالا با استفاده از $g = \frac{GM}{r^2}$ نسبت شتاب حرکت ماهواره‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{g_B}{g_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{\lambda}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt[3]{\lambda^2}}$$

روش دوم: نکته تستی

$$\begin{aligned} \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3} &\Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \sqrt[3]{\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2} \xrightarrow{g = \frac{GM}{r^2}} \frac{g_B}{g_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \sqrt[3]{\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^4} \\ &\Rightarrow \frac{g_B}{g_A} = \sqrt[3]{\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^4} \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

طبق قانون اول نیوتن اگر به جسمی به طور هم‌زمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را خنثی کنند، به عبارت دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود، می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند.

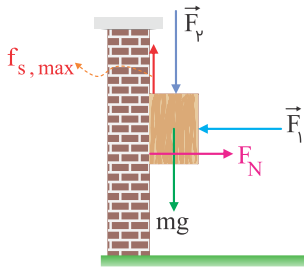
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

باتوجه به رابطه محاسبه شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین، در دو حالت می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{g_h}{g_0} &= \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{9/\lambda} = \left(\frac{6400}{6400 + 1600}\right)^2 \\ &\Rightarrow g_h = 6/272 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

با توجه به این که جسم در آستانه لغزش است، می‌توان نوشت:



$$f_{s,\max} = F_y + mg = 3/5 + 2/5 = 6 \text{ N}$$

نیروی که دیوار به جسم وارد می‌کند طبق فرض سؤال برابر 10 N است. این نیرو برآیند F_N و F_y است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,\max}^2} \Rightarrow 10 = \sqrt{F_N^2 + 6^2} \Rightarrow F_N = 8 \text{ N}$$

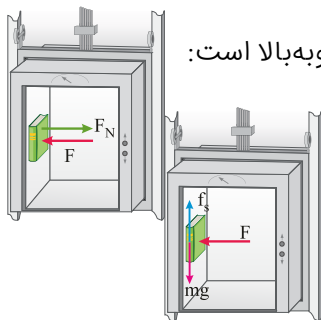
حالا می‌توانیم μ_s را پیدا کنیم:

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N \Rightarrow 6 = \mu_s \times 8 \Rightarrow \mu_s = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

گام اول: نیروی F_N را به دست می‌آوریم:

$$F_N = F = 32 \text{ N}$$



گام دوم: آسانسور در راستای قائم شتاب دارد. نیروی اصطکاک ایستایی باعث شتاب گرفتن کتاب روبه بالا است:

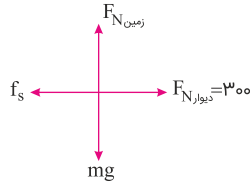
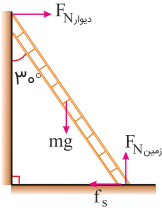
$$f_s - mg = ma \Rightarrow f_s = 2(10 + 2) = 24 \text{ N}$$

گام سوم: نیرویی که دیواره آسانسور به کتاب وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{32^2 + 24^2} = 40 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.



$$\begin{cases} f_s = F_{N \text{ دیوار}} = 300 \text{ N} \\ F_{N \text{ زمین}} = mg = 400 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{f_s^2 + F_{N \text{ زمین}}^2} = 500 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

$$\mu_s = 0/6$$

$$\mu_k = 0/3$$

$$f_{s \text{ max}} = \mu_s N = \mu_s W = 0/6 \times 500 = 300 \text{ N}$$

چون $F < f_{s \text{ max}}$ است، جسم حرکت نمی‌کند و نیروی اصطکاک ایستایی همان‌اندازه با نیروی محرک وارد بر جسم است:

$$|f_s| = |F| = 250 \text{ N}$$

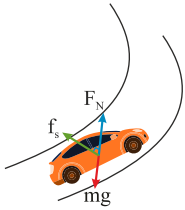
نیروهایی که جسم به سطح وارد می‌کند عبارت است از: (۱) عکس‌العمل نیروی اصطکاک و (۲) عکس‌العمل نیروی عمودی سطح.

پس:

$$\vec{R}' = f_s' \vec{i} + F_N' \vec{j} = 250 \vec{i} - 500 \vec{j} \text{ بر حسب نیوتون}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول: بر اتومبیل که مسیر دایره‌ای را طی می‌کند، دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک ایستایی در عرض جاده (f_s) وارد می‌شود. (البته باتوجه به صورت تست از نیروی اصطکاک در راستای حرکت صرف نظر شده است که بهتر بود به آن اشاره می‌شد) برآیند این دو نیرو همان نیرویی است که از طرف سطح بر خودرو وارد می‌شود.



$$F_N = mg = (3 \times 10^3) \times 10 = 3 \times 10^4$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \Rightarrow 10^4 \times \sqrt{10} = \sqrt{9 \times 10^8 + f_s^2}$$

$$\Rightarrow 10^9 = 9 \times 10^8 + f_s^2 \Rightarrow f_s = 10^4 \text{ N}$$

f_s همان نیروی مرکزگرا است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

در حالت اول عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطه $F_{1N} = m(g + a)$ به دست می‌آید و در حالت دوم عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطه $F_{2N} = m(g - 2a)$ محاسبه می‌شود پس داریم:

$$F_{1N} - F_{2N} = \cancel{mg} + ma - \cancel{mg} + 2ma$$

$$\Rightarrow 270 = 3ma = 3 \times 60 \times a \Rightarrow a = \frac{270}{180} = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

باتوجه به رابطه محاسبه نیروی خالص وارد بر جسم برحسب تغییرات تکانه می‌توان نوشت:

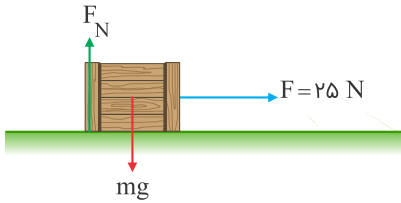
$$\vec{p} = m\vec{v}_1 = 100 \text{ (m/s)}\vec{i}$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_i = \frac{\vec{p}_2 - 100\vec{i}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_i = \frac{200\vec{i} - 100\vec{i}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{100}{4} = 25 \text{ s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

ابتدا مشخص می‌کنیم جسم می‌تواند حرکت کند یا خیر؟!



$$F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = 60 \text{ N}$$

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.75 \times 60 = 45 \text{ N}$$

چون $F < f_{s,\max}$ است، جسم ساکن می‌ماند. پس داریم:

$$f_s = F = 25 \text{ N}$$

در این صورت نیروی سطح تکیه‌گاه برابر است با:

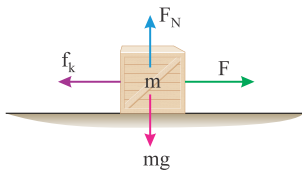
$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{(25)^2 + (60)^2} = \sqrt{5^2(25 + 144)} = 65 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

گام اول: شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 3 = 4a \Rightarrow a = \frac{3}{4} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و از قانون دوم نیوتون f_k را به دست می‌آوریم:



$$F - f_k = ma \Rightarrow 177 - f_k = 36 \times \frac{3}{4} \Rightarrow f_k = 150 \text{ N}$$

گام سوم: حال نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند یعنی برآیند نیروهای اصطکاک و عمودی سطح را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \\ F_N = mg = 360 \text{ N} \end{array} \right\} \Rightarrow R = \sqrt{(150)^2 + (360)^2} = 390 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

برای محاسبه تغییرات تکانه بر حسب نیروی متوسط داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = (100 - 60) \times 1 \Rightarrow \Delta P = 40 \text{ kgm/s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

نیروی T_1 ، نیرویی است که از طرف نخ بر گلوله اثر کرده است. در این صورت واکنش آن از طرف گلوله بر نخ اثر می‌کند. نیروی T_2 ، نیرویی است که از طرف نخ بر سقف وارد می‌شود. در این صورت واکنش آن از طرف سقف بر نخ رو به بالا اثر می‌کند. از طرفی باید توجه داشت که نیروهای کنش و واکنش بر دو جسم اثر می‌کنند. در این صورت نیروهای T_1 و T_2 نمی‌توانند کنش و واکنش هم باشند.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

شتاب مرکزگرای ماهواره همان شتاب گرانش زمین است.

$$a = g = \frac{g_0}{(n+1)^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} n_1 = \frac{R_e}{R_e} = 1 \Rightarrow a_1 = \frac{g_0}{4} \\ n_2 = \frac{3}{2} \frac{R_e}{R_e} = \frac{3}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{g_0}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} \end{array} \right.$$

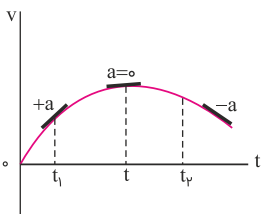
$$\frac{a_2 - a_1}{a_1} \times 100 = \frac{\frac{4}{25}g_0 - \frac{1}{4}g_0}{\frac{1}{4}g_0} \times 100 = -36\%$$

علامت منفی نشان‌دهنده کاهش شتاب ماهواره است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

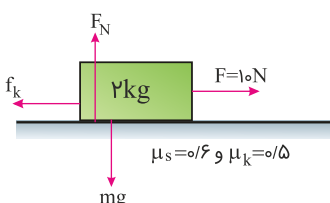
شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر با شتاب حرکت است و تغییرات نیروی خالص تابع تغییرات شتاب متحرک است. $(F = ma)$

از t_1 تا t_2 اندازه شتاب در حال کاهش و از t_2 تا t_3 اندازه شتاب در حال افزایش است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

با کاهش ۳۰ نیوتنی از مقدار نیروی F ، اندازه F به ۱۰ نیوتن می‌رسد.

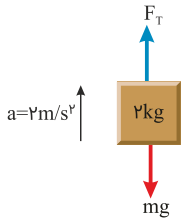


$$F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 0/5 \times 20 = 2 \times a \Rightarrow a = 0$$

چون شتاب صفر شده است، بنابراین بردار سرعت تغییر نمی‌کند و چون قبل از کاهش نیرو جسم در حال حرکت بوده است با همان سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

گام اول: در حالت اول که وزنه را به بالا می‌کشیم، نیروی کشش طناب را به دست می‌آوریم:



$$F_T - mg = ma \Rightarrow F_T - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow F_T = 24 \text{ N}$$

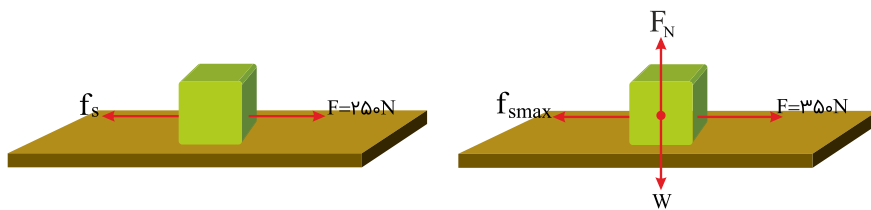
گام دوم: با دو برابر شدن نیروی کشش طناب، با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:



$$2F_T - mg = ma_2 \Rightarrow 2 \times 24 - 20 = 2 \times a_2 \Rightarrow a_2 = 14 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب در حالت جدید $\frac{a_2}{a_1} = \frac{14}{2} = 7$ برابر حالت اول است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹



$$f_s = F = 250 \text{ N}$$

$$\left. \begin{array}{l} f_{s \max} = F = 350 \text{ N} \\ f_{s \max} = \mu_s W \end{array} \right\} \Rightarrow \mu_s \times 500 = 350 \Rightarrow \mu_s = 0.7$$

نکته: نیروی اصطکاک ایستایی f_s فرمول ندارد و اندازه آن با نیروی محرک برابر است. نیروی اصطکاک آستانه حرکت $f_{s \max}$ هم فرمول دارد و هم اندازه آن با نیروی محرک برابر است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸