منبع: کنکور سراسری

۱ گزینه ۱

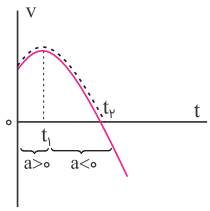
به بررسی هریک از موارد می‌پردازیم:

الف) نادرست؛ در لحظهٔ t_1 تنها جهت شتاب تغییر می‌کند و سرعت همچنان مثبت و در جهت محور باقی می‌ماند.

ب) درست؛ در این بازه سرعت مثبت است یعنی حرکت متحرک در جهت محور است.

پ) نادرست؛ در این بازه تندی (اندازهٔ سرعت) در حال افزایش است.

ت) نادرست؛ شتاب برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است. باتوجه‌به شیب خط مماس، در بازهٔ $(0, t_1)$ شتاب مثبت و در بازهٔ (t_1, t_2) شیب خط مماس منفی است.



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۲ گزینه ۲

باتوجه‌به اینکه در بازهٔ $(4s, 12s)$، جابه‌جایی دو متحرک باهم برابر است، سرعت متوسط این دو متحرک نیز باهم برابر است.

$$v_{av}(B) = v_A$$

در حرکت شتاب ثابت سرعت متوسط بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 با سرعت متوسط متحرک در وسط بازه یعنی لحظهٔ $\frac{t_1 + t_2}{2}$ برابر است.

بنابراین در لحظهٔ $t = \frac{4 + 12}{2} = 8\ s$ سرعت متوسط B با سرعت A برابر است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۳ گزینه ۱

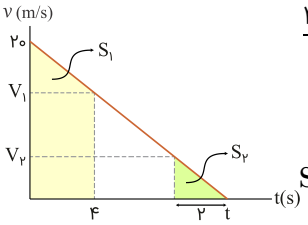
در لحظهٔ $t = 4\ s$ سرعت حرکت صفر می‌شود. چون حرکت از این لحظه به بعد از حال سکون انجام می‌شود، می‌توان حرکت را وارونه در نظر گرفت. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix} v_2 = 2a + v_4 \\ v_8 = 4a + v_4 \end{matrix}\right\} \xrightarrow{v_4 = 0} \frac{v_8}{v_2} = \frac{4a}{2a} = 2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۴ گزینه ۲

شتاب حرکت که با شیب خط نمودار سرعت- زمان برابر است، ثابت است. پس می‌توان نوشت:



$$\frac{۲۰ - v_۱}{۴} = \frac{v_۲}{۲} \Rightarrow ۲v_۲ = ۲۰ - v_۱ \quad (۱)$$

ازطرفی باتوجه‌به رابطهٔ بین مسافت‌های داده‌شده می‌توان نوشت:

$$S_۱ = ۳۶S_۲ \Rightarrow (\frac{۲۰ + v_۱}{۲})۴ = ۳۶(\frac{v_۲ \times ۲}{۲}) \Rightarrow ۱۸v_۲ = ۲۰ + v_۱ \quad (۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت:

$$۲۰v_۲ = ۴۰ \Rightarrow v_۲ = ۲\,m/s$$

در این صورت شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - v_۲}{۲} \Rightarrow a = -۱\,m/s^۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۵ گزینه ۳

ابتدا تغییرات سرعت را در هر بازه با استفاده از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta v_{(۰,۱۰\,s)} = a_{av(۰,۱۰\,s)} \times \Delta t = -۲ \times ۱۰ = -۲۰\,m/s$$
$$\Delta v_{(۰,۱۵\,s)} = a_{av(۰,۱۵\,s)} \times \Delta t = \frac{۲}{۳} \times ۱۵ = +۱۰\,m/s$$

باتوجه‌به تغییرات سرعت در دو بازهٔ به‌دست‌آمده، تغییر سرعت در بازهٔ $(۱۰\,s, ۱۵\,s)$ را به دست می‌آوریم:

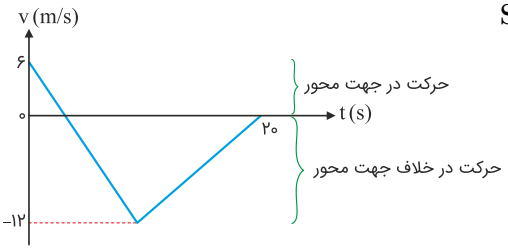
$$\Delta v_{(۱۰\,s,۱۵\,s)} = \Delta v_{(۰,۱۵\,s)} - \Delta v_{(۰,۱۰\,s)} \Rightarrow \Delta v_{(۱۰\,s,۱۵\,s)} = ۱۰ - (-۲۰) = +۳۰\,m/s$$

حالا شتاب متوسط در بازهٔ $(۱۰\,s, ۱۵\,s)$ را به دست می‌آوریم:

$$a_{av(۱۰\,s,۱۵\,s)} = \frac{\Delta v_{(۱۰\,s,۱۵\,s)}}{۱۵ - ۱۰} = \frac{۳۰}{۵} = +۶\,\vec{i}\,(m/s^۲)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۶ گزینه ۲



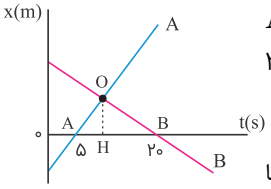
$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\Delta t} = \frac{\text{مساحت مثلث پایین}}{\Delta t}$$
$$= \frac{\frac{۱}{۲} \times ۱۲ \times (۲۰ - t)}{۲۰ - t} = ۶\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۷ گزینه ۳

راه‌حل اول:

در مثلث $\overset{\Delta}{OAB}$ شیب خط OA دو برابر بزرگی شیب خط OB است بنابراین $HB = ۲AH$ است پس:



$$AH + HB = ۱۵$$
$$۳AH = ۱۵ \Rightarrow AH = ۵$$

بنابراین دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰\,s$ به هم می‌رسند.

چون در ابتدا از هم $۱۵۰\,m$ فاصله داشته‌اند و پس از $۱۰\,s$ به هم رسیده‌اند پس $۱۰\,s$ ثانیه بعد (یعنی لحظهٔ $t = ۲۰\,s$) فاصلهٔ آن‌ها از هم باز هم $۱۵۰\,m$ است.

راه‌حل دوم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{۰A} \xrightarrow{v_A = ۲|v_B|} x_A = ۲|v_B| \times ۱۰ + x_{۰A} \\ x_B = -|v_B|\,t + x_{۰B} \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow ۲|v_B| \times ۱۰ + x_{۰A} = -|v_B| \times ۱۰ + x_{۰B}$$
$$\Rightarrow ۳|v_B| = x_{۰B} - x_{۰A} = ۱۵۰$$
$$\Rightarrow |v_B| = ۵\,m/s\ ,\ v_A = ۱۰\,m/s$$

حال معادلهٔ مکان- زمان را برای دو متحرک می‌نویسیم و فاصلهٔ آن‌ها را در لحظهٔ $t = ۲۰\,s$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_A = ۱۰t + x_{۰A} \\ x_B = -۵t + x_{۰B} \end{cases} \xrightarrow{t = ۲۰\,s} x_A - x_B = (۱۰ \times ۲۰ + x_{۰A}) - (-۵ \times ۲۰ + x_{۰B})$$
$$\Rightarrow x_A - x_B = ۳۰۰ - ۱۵۰ = ۱۵۰\,m$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۸ گزینه ۳

با استفاده از معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow \frac{v_۲^۲ - v_۰^۲}{v_۱^۲ - v_۰^۲} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱} \Rightarrow \frac{v_۲^۲ - ۰}{(۶)^۲ - ۰} = \frac{۱۳۵}{۱۵}$$
$$\Rightarrow v_۲ = ۱۸\,m/s$$

برای محاسبهٔ مدت‌زمانی که سرعت متحرک به $v_۱ = ۶\,m/s$ و $v_۲ = ۱۸\,m/s$ می‌رسد، با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow \begin{cases} ۱۵ = \frac{۶ + ۰}{۲}\Delta t_۱ \Rightarrow \Delta t_۱ = ۵\,s \\ ۱۳۵ = \frac{۱۸ + ۰}{۲}\Delta t_۲ \Rightarrow \Delta t_۲ = ۱۵\,s \end{cases}$$

در این صورت مدت‌زمان موردنظر برابر است با:

$$\Delta t_T = ۱۵ - ۵ = ۱۰\,s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

۹ گزینه ۴

کافی است برای این سؤال از معادلهٔ مستقل از شتاب در حرکت شتاب ثابت استفاده کنیم.

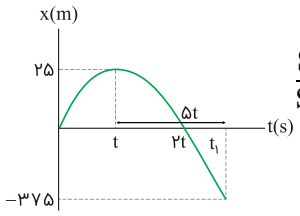
$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}\Delta t \Rightarrow (-122/5 - 0) = \frac{v + 0}{2} \times 5 \Rightarrow v = -49\,m/s$$

در صورت سؤال بزرگی سرعت خواسته شده است و گزینهٔ "۴" درست است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

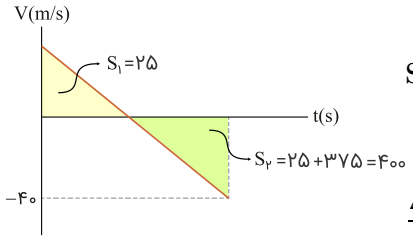
۱۰ گزینه ۳

باتوجه‌به نمودار مکان- زمان داده شده، نمودار سرعت- زمان مربوط به حرکت را رسم می‌کنیم. مسافت پیموده‌شده توسط جسم در هر بازه مشخص شده است. پس می‌توان نوشت:



$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{t}{\Delta t}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{400} = \left(\frac{t}{\Delta t}\right)^2$$
$$\Rightarrow \frac{5}{20} = \frac{t}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta t}{t} = 4$$

ازطرفی برای محاسبهٔ مسافت پیموده شده در مدت‌زمان Δt داریم:



$$S_2 = \frac{1}{2}(\Delta t \times 40) \Rightarrow 400 = 20\Delta t \Rightarrow \Delta t = 20\,s$$

پس لحظهٔ t برابر است با:

$$\frac{\Delta t}{t} = 4 \Rightarrow t = \frac{20}{4} = 5\,s$$

در مدت‌زمانی که جسم در مکان‌های مثبت قرار دارد، بردار مکان آن در جهت محور است. در این صورت مدت‌زمان خواسته‌شده برابر است با:

$$2t = 2 \times 5 = 10\,s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۱۱ گزینه ۳

با توجه به تقارن نمودار نسبت به $t = 4\,s$، تندی متحرک در $t = 0$ و $t = 8\,s$ باهم برابر و سرعت در این دو لحظه قرینه یکدیگر است.

$$\left.\begin{array}{l} t = 0 \Rightarrow v = ?\,,\ x = 12\,m \\ t = 4\,s \Rightarrow v = 0\,,\ x = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x = \frac{v + v_0}{2}\Delta t \Rightarrow -12 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4$$

$$\Rightarrow v_0 = -6\,m/s \Rightarrow v_{8\,s} = +6\,m/s$$

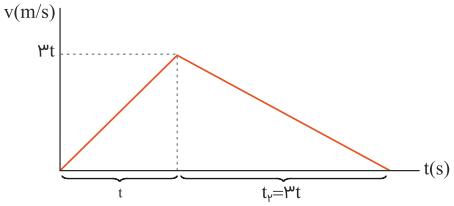
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۱۲ گزینه ۴

گام اول: ابتدا نمودار سرعت زمان متحرک را رسم می‌کنیم. اگر مدت‌زمان حرکت متحرک با شتاب $۳\ m/s^۲$ برابر با t باشد، سرعت متحرک در انتهای حرکت با شتاب $۳\ m/s^۲$، طبق رابطهٔ $v = at + v_۰$ به $v = ۳t + ۰ = ۳t$ می‌رسد. در مرحلهٔ دوم که حرکت با شتاب $۱\ m/s^۲$ کند می‌شود، متحرک پس از مدت Δt می‌ایستد که Δt از رابطهٔ $v = at + v_۰$ به دست می‌آید. توجه کنید که سرعت اولیهٔ مرحلهٔ دوم، سرعت انتهای قسمت اول است و سرعت انتهای این قسمت برابر با صفر است؛ بنابراین مدت حرکت قسمت دوم حرکت برابر است با:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۱ \times t_۲ + ۳t \Rightarrow t_۲ = ۳t$$

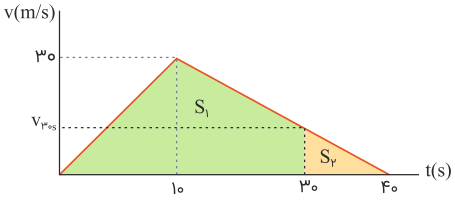
بنابراین نمودار سرعت زمان متحرک به‌صورت شکل زیر است:



گام دوم: مسافت طی‌شده توسط متحرک که همان مساحت سطح زیر نمودار است، برابر با $۶۰۰\ m$ است؛ بنابراین t برابر است با:

$$S = ۶۰۰ \Rightarrow \frac{۳t \times ۴t}{۲} = ۶۰۰ \Rightarrow t = ۱۰\ s$$

گام سوم: برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده در $(۰, ۳۰\ s)$ کافی است، مساحت سطح زیر نمودار را در این بازه به دست بیاوریم؛ یعنی $S_۱$.



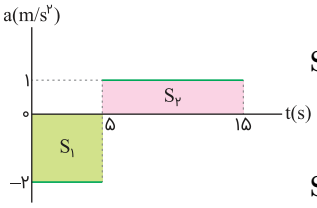
$$\text{در مرحلهٔ دوم}: a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$\Rightarrow -۱ = \frac{v_{۳۰s} - ۳۰}{۳۰ - ۱۰} \Rightarrow v_{۳۰s} = ۱۰\ m/s$$

$$S_۱ = S_{کل} - S_۲ = \frac{۳۰ \times ۴۰}{۲} - \frac{۱۰ \times ۱۰}{۲} = ۵۵۰\ m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

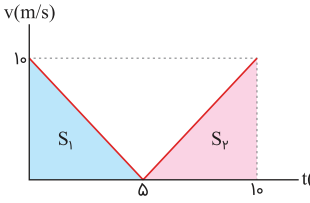
۱۳ گزینه ۲

سطح زیر نمودار شتاب- زمان با تغییرات سرعت برابر است.



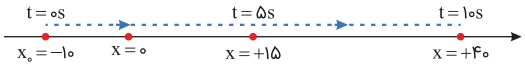
$$S_۱ = \Delta v_۱ = -۱۰$$
$$\Rightarrow v_۵ - v_۰ = -۱۰$$
$$\Rightarrow v_۵ - ۱۰ = -۱۰ \Rightarrow v_۵ = ۰$$
$$S_۲ = \Delta v_۲ = ۱۰ \Rightarrow v_{۱۵} - v_۵ = ۱۰$$
$$\Rightarrow v_{۱۵} = ۱۰\,m/s$$

اکنون نمودار سرعت- زمان حرکت جسم را رسم می‌کنیم، مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان با جابه‌جایی برابر است. در این صورت داریم:



$$S_۱ = \Delta x = \frac{۱۰ \times ۵}{۲} = ۲۵\,m$$
$$x_۵ - x_۰ = ۲۵ \Rightarrow x_۵ - (-۱۰) = ۲۵ \Rightarrow x_۵ = ۱۵\,m$$
$$S_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times ۱۰ = ۲۵\,m \Rightarrow x_{۱۰} - x_۵ = ۲۵$$
$$\Rightarrow x_{۱۰} - ۱۵ = ۲۵ \Rightarrow x_{۱۰} = ۴۰\,m$$

بنابراین می‌توان مسیر حرکت جسم را رسم کرد:



در این صورت می‌توان نتیجه گرفت:

۱) بردار مکان جسم یک بار تغییر کرده است، اما علامت سرعت تغییر نکرده است.

۲) جهت حرکت جسم تغییر نکرده است در این صورت مسافت و جابه‌جایی باهم برابر است.

۳) شتاب متوسط در مدت‌زمان نشان داده‌شده برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۰ - ۱۰}{۱۵ - ۰} = ۰$$

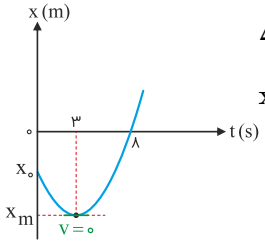
۴) سرعت متوسط در مدت‌زمان نشان داده‌شده برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۵۰}{۱۰} = ۵\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۱۴ گزینه ۳

از $۳\,s$ تا $۸\,s$ داریم:



$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$
$$x_m = \frac{۱}{۲}a(۵)^۲ + ۰$$

از ۰ تا $۳\,s$ (تکنیک حرکت به‌طور معکوس):

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + ۰ \Rightarrow x_m - x_۰ = \frac{۱}{۲}a(۳)^۲$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}a(۵)^۲ - |x_۰| = \frac{۱}{۲}a(۳)^۲ \Rightarrow |x_۰| = \frac{۱}{۲}a(۲۵) - \frac{۱}{۲}a(۹) = ۸a$$
$$\Rightarrow x_۰ = -۸a$$

$$\vec{d} = \text{جابه‌جایی} = \Delta x = x_۲ - x_۱ = ۰ - x_۰ = ۸a$$

$$\ell = \text{مسافت طی‌شده} = (x_m - x_۰) + (x_m - ۰) = \frac{۱}{۲}a \times ۹ + \frac{۱}{۲}a \times ۲۵ = ۱۷a$$

$$\frac{\vec{d}}{\ell} = \frac{۸a}{۱۷a} = \frac{۸}{۱۷}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۱۵ گزینه ۳

در بازهٔ زمانی $۲\,s$ تا $۱۰\,s$ مسافت طی‌شده بیش از دو برابر مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ است، درحالی‌که بازهٔ زمانی آن دو برابر بازهٔ زمانی $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ است؛ بنابراین در بازهٔ زمانی $۲\,s$ تا $۱۰\,s$ تندی متوسط بیشتر از بازهٔ زمانی $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ است. علاوه بر این برای مقایسهٔ گزینهٔ (۲) و (۳) بخشی از مسیر هر دو گزینه یکسان است (یعنی بازهٔ ۲ تا ۶ ثانیه) پس کافی است بازهٔ زمانی صفر تا $۲\,s$ را با $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ مقایسه کنیم. باتوجه‌به نمودار، مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ بیش از دو برابر مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا $۲\,s$ است. پس تندی متوسط در بازهٔ زمانی $۲\,s$ تا $۱۰\,s$ بیشتر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۱۶ گزینه ۱

روش اول:

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی دلخواه با سرعت در وسط آن بازهٔ زمانی برابر است. یعنی سرعت متوسط بین دو لحظهٔ $t_۲ = ۴\,s$ و $t_۳ = ۶\,s$ با سرعت در لحظهٔ $t = ۵\,s$ برابر است. در این صورت داریم:

$$v_{av(۴\,s-۶\,s)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۵۴ - ۶۴}{۶ - ۴} = \frac{-۱۰}{۲} = -۵\,m/s$$
$$v_{av(۴\,s-۶\,s)} = v_{t=۵\,s} = -۵\,m/s$$

ازطرفی سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت نیز با سرعت در لحظهٔ $t = ۵\,s$ برابر است. پس داریم:

$$v_{av(۰-۱۰\,s)} = v_{t=۵\,s} = -۵\,m/s \Rightarrow |v_{av(۰-۱۰\,s)}| = ۵\,m/s$$

روش دوم:

باتوجه‌به شکل مسیرِ حرکت جسم در لحظهٔ $t_۲ = ۴\,s$ جهت حرکت جسم تغییر کرده است. ازطرفی می‌دانیم تندی حرکت جسم در لحظهٔ $t_۱ = ۲\,s$ با $t_۲ = ۶\,s$ برابر است. اکنون با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{av(۲-۴)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶۴ - ۵۴}{۴ - ۲} = ۵\,m/s$$
$$v_{av(۲-۴)} = \frac{v_۲ + v_۴}{۲} \Rightarrow ۵ = \frac{v_۲ + ۰}{۲} \Rightarrow v_۲ = ۱۰\,m/s$$

اکنون برای محاسبهٔ شتاب داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۰}{۲} = -۵\,m/s^۲$$

در این صورت می‌توان نوشت:

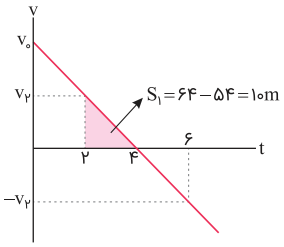
$$t = ۲\,s \Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow ۱۰ = -۵(۲) + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۲۰\,m/s$$
$$t = ۱۰\,s \Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow v = -۵(۱۰) + ۲۰ = -۳۰\,m/s$$

پس بزرگی سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$|v_{av(۰-۱۰)}| = |\frac{v_{۱۰} + v_۰}{۲}| = |\frac{-۳۰ + ۲۰}{۲}| = ۵\,m/s$$

روش سوم:

با رسم نمودار سرعت- زمان و استفاده از سطح زیر نمودار خواهیم داشت:



$$S_۱ = \frac{۱}{۲} v_۲ (۲)$$
$$\Rightarrow v_۲ = ۱۰\,m/s$$
$$v_۴ = at + v_۲$$
$$\Rightarrow ۰ = ۲a + ۱۰ \Rightarrow a = -۵\,m/s^۲$$

برای محاسبهٔ سرعت اولیهٔ حرکت با استفاده از معادلهٔ سرعت- زمان داریم:

$$v_{۴} = at + v_{۰} \Rightarrow ۰ = -۵(۴) + v_{۰} \Rightarrow v_{۰} = ۲۰\,m/s$$

برای محاسبهٔ سرعت در لحظهٔ $t = ۱۰\,s$ داریم:

$$v_{۱۰} = at + v_{۰} \Rightarrow v_{۱۰} = -۵(۱۰) + ۲۰ = -۳۰\,m/s$$

در این صورت سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$v_{av(۰-۱۰)} = \frac{v_{۰} + v_{۱۰}}{۲} = \frac{۲۰ + (-۳۰)}{۲} = -۵\,m/s$$
$$\Rightarrow |v_{av(۰-۱۰)}| = ۵\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۱۷ گزینه ۳

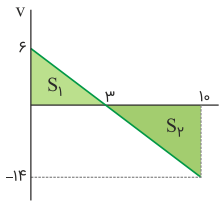
باتوجه‌به ماکزیمم سهمی می‌توانیم سرعت اولیه و شتاب حرکت را محاسبه کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_{۰}}{۲}\Delta t$$

$$۳۶ - ۲۷ = \frac{۰ + v_{۰}}{۲} \times ۳ \Rightarrow v_{۰} = ۶\,m/s$$

$$v = at + v_{۰} \Rightarrow ۰ = a \times ۳ + ۶ \Rightarrow a = -۲\,m/s^{۲}$$

کافی است نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم:

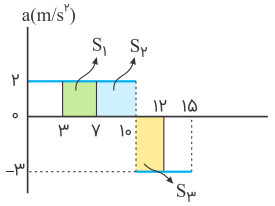


$$\left.\begin{matrix} S_{۱} = ۹ \\ |S_{۲}| = ۴۹ \end{matrix}\right\} \Rightarrow S = ۵۸\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۸ گزینه ۳

گام اول: سرعت متحرک را در لحظه‌های $t = ۷\,s$ و $t = ۱۰\,s$ به دست می‌آوریم:



$$S_۱ = ۴ \times ۲ = ۸\,m/s$$
$$v_۷ - v_۳ = ۸ \Rightarrow v_۷ - ۱ = ۸ \Rightarrow v_۷ = ۹\,m/s$$
$$S_۲ = ۳ \times ۲ = ۶\,m/s$$
$$v_{۱۰} - v_۷ = ۶ \Rightarrow v_{۱۰} - ۹ = ۶ \Rightarrow v_{۱۰} = ۱۵\,m/s$$

گام دوم: جابه‌جایی را در بازهٔ زمانی $۷\,s$ تا $۱۰\,s$ محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x_۱}{\Delta t_۱} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \Rightarrow \Delta x_۱ = ۳ \times \frac{۱۵ + ۹}{۲} = ۳۶\,m$$

گام سوم: سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۱۲\,s$ به دست می‌آوریم دقت کنید که سرعت در ابتدای بازهٔ زمانی ($۱۰\,s$ تا $۱۲\,s$)، $۱۵\,m/s$ است:

$$S_۳ = ۳ \times ۲ = ۶\,m/s \Rightarrow \Delta v = -۶\,m/s \Rightarrow v_{۱۲} - v_{۱۰} = -۶$$
$$\Rightarrow v_{۱۲} - ۱۵ = -۶ \Rightarrow v_{۱۲} = ۹\,m/s$$

گام چهارم: جابه‌جایی را در بازهٔ زمانی ($۱۰\,s$ تا $۱۲\,s$) محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{۱۵ + ۹}{۲} \times ۲ = ۲۴\,m$$

گام پنجم: سرعت متوسط را در بازهٔ زمانی $۷\,s$ تا $۱۲\,s$ به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۴ + ۳۶}{۵} = ۱۲\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۱۹ گزینه ۳

ابتدا در مدت $۱۱\,s$ جابه‌جایی دو متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_A = vt = ۱۰ \times ۱۱ = ۱۱۰\,m$$

$$\begin{cases} \Delta x_{۱B} = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۵^۲ + ۲ \times ۵ = ۳۵\,m \\ \Delta x_{۲B} = vt_۲ = (+at_۱ + v_۰)t_۲ = (+۲ \times ۵ + ۲)(۱۱ - ۵) = ۷۲\,m \end{cases}$$

$$\Delta x_B = \Delta x_{۱B} + \Delta x_{۲B} = ۱۰۷\,m$$

حال می‌توانیم با مساوی قرار دادن مسافت‌های پیموده شده لحظهٔ رسیدن دو متحرک به یکدیگر و همچنین اندازهٔ سرعت آن‌ها را محاسبه کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} x_B = vt = ۱۲t \\ x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \\ x_A = \frac{۱}{۲}(-۲)t^۲ + ۱۰t + ۳ \end{array}\right\} \Rightarrow x_A = x_B$$

$$-t^۲ + ۱۰t + ۳ = ۱۲t \Rightarrow t^۲ + ۲t - ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱ \\ t = -۳ \end{cases}$$

$$v_B = ۱۲\,m/s$$

$$v_A = -at + v_۰ = -۲ \times ۱ + ۱۰ = ۸\,m/s$$

$$v_B - v_A = ۱۲ - ۸ = ۴\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۲۰ گزینه ۲

جهت حرکت جسم تغییر نکرده است و حرکت تندشونده می‌باشد، در این صورت مسافت و جابه‌جایی برابر هستند.
پس می‌توان نوشت:

$$x_۱ + (x_۱ + at^۲) = (x_۱ + ۲at^۲) + ۴ \Rightarrow ۲x_۱ + a = x_۱ + ۲a + ۴$$
$$\Rightarrow x_۱ = a + ۴ = ۴ + ۴ = ۸\,m$$

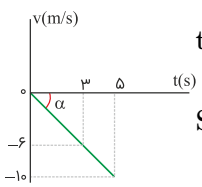
با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۸ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱^۲ + v_۰ \times ۱$$
$$\Rightarrow v_۰ + ۲ = ۸ \Rightarrow v_۰ = ۶\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۲۱ گزینه ۳

سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر مسافت پیموده شده است. کافی است سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۵\,s$ بیابیم.



$$\tan\alpha = \frac{۶}{۳} = \frac{v}{۵} \Rightarrow v = ۱۰\,m/s$$

$$S = \frac{۵ \times ۱۰}{۲} = ۲۵\,m$$

نکته: چون متحرک تغییر جهت نداده بنابراین جابه‌جایی متحرک و مسافت طی‌شده باهم برابرند؛ لذا مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر مسافت پیموده شده و همچنین جابه‌جایی متحرک است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۲ گزینه ۴

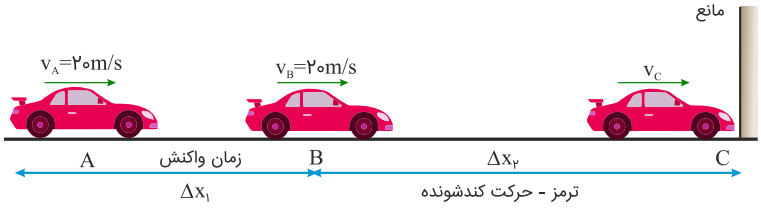
ثانیهٔ دوم ۲ : $\begin{cases} t_۱ = ۲\,s \\ t_۲ = ۴\,s \end{cases}$

$$v = ۲t^۲ - ۴t - ۲ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t_۱=۲\,s} v_۱ = ۲(۲)^۲ - ۴(۲) - ۲ = -۲\,m/s \\ \xrightarrow{t_۲=۴\,s} v_۲ = ۲(۴)^۲ - ۴(۴) - ۲ = ۱۴\,m/s \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۴ - (-۲)}{۴ - ۲} = \frac{۱۶}{۲} = ۸\,m/s^۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۲۳ گزینه ۳



$$\Delta x_۱ = v t_۱ = ۲۰ \times ۰/۵ = ۱۰\,m$$

$$\Delta x_۲ = ۵۲ - ۱۰ = ۴۲m$$

$$v_C^۲ - v_B^۲ = -۲a(\Delta x_۲) \rightarrow v_C^۲ - ۲۰^۲ = -۲ \times ۴ \times ۴۲$$

$$v_C^۲ = -۳۳۶ + ۴۰۰ = ۶۴ \Rightarrow v_C = ۸m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

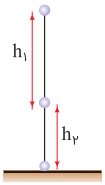
۲۴ گزینه ۴

فقط نیروی وزن روی جسم کار انجام می‌دهد بنابراین کار انجام‌شده در ثانیهٔ آخر حرکت برابر با کار نیروزی وزن گلوله است:

$$W = mgh_۲ \Rightarrow ۷۰ = ۰/۲ \times ۱۰ \times h_۲ \Rightarrow h_۲ = ۳۵\,m$$

حال به دو روش می‌توانیم پاسخ سؤال را ادامه دهیم:

* ادامهٔ پاسخ از روش اول:



جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را محل رها شدن جسم فرض می‌کنیم.

معادلهٔ حرکت سقوط آزاد را یک‌بار برای کل مسیر و یک‌بار برای قسمت اول مسیر می‌نویسیم:

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{کل مسیر}: \ h = -\frac{۱}{۲}(-۱۰)t^۲ = ۵t^۲ & (۱) \\ \text{از ابتدا تا لحظهٔ } (t-۱)s: \ h_۱ = h - h_۲ = -\frac{۱}{۲}(-۱۰)(t-۱)^۲ = ۵(t-۱)^۲ & (۲) \end{cases}$$

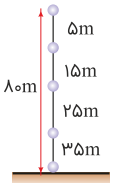
$$\xrightarrow{\text{تفاضل دو رابطهٔ (۱) , (۲)}} h - (h - h_۲) = ۵t^۲ - ۵(t-۱)^۲ = ۵t^۲ - ۵(t^۲ - ۲t + ۱) = ۱۰t - ۵$$

$$\xrightarrow{h_۲ = ۳۵\,m} ۳۵ = ۱۰t - ۵ \Rightarrow t = ۴\,s \qquad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۳) \Rightarrow (۲)} h - ۳۵ = ۵(۴-۱)^۲ \Rightarrow h = ۳۵ + ۴۵ = ۸۰\,m$$

** ادامهٔ پاسخ از روش دوم:

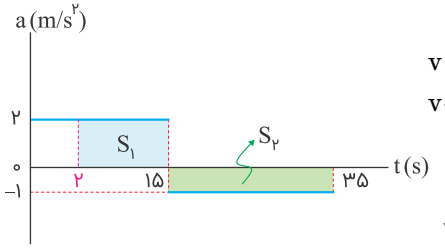
در سقوط آزاد مسافت طی‌شده در هر ثانیه، تشکیل تصاعد حسابی با قدرنسبت ۱۰ می‌دهد و جملهٔ اول تصاعد $\frac{g}{۲}$ است. در این سؤال مسافت طی‌شده در ثانیهٔ آخر را به دست آوردیم، داریم:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

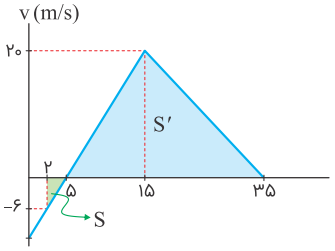
۲۵ گزینه ۱

مساحت سطح زیر نمودار شتاب - زمان با تغییرات سرعت (Δv) برابر است.



$$v_{۱۵} - v_{۲} = S_{۱} \Rightarrow v_{۱۵} - (-۶) = ۲۶ \Rightarrow v_{۱۵} = ۲۰\,m/s$$
$$v_{۳۵} - v_{۱۵} = S_{۲} \Rightarrow v_{۳۵} - ۲۰ = -۲۰ \Rightarrow v_{۳۵} = ۰$$

حالا می‌توانیم با رسم نمودار سرعت - زمان جابه‌جایی را از ۲ تا ۱۵ ثانیه به دست آوریم:



$$\Delta x = S + S'$$
$$\Delta x = \frac{۳ \times (-۶)}{۲} + \frac{۳۰ \times ۲۰}{۲} = ۲۹۱\,m$$
$$x_{۳۵} - (-۱۶) = ۲۹۱ \Rightarrow x_{۳۵} = ۲۷۵\,m$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۲۶ گزینه ۳

ابتدا سرعت دو متحرک را حساب می‌کنیم:

$$v_A = \frac{۲۰۰ - ۱۰۰}{۱۰} = ۱۰\,m/s$$
$$v_B = \frac{۲۰۰}{۱۰} = ۲۰\,m/s$$

چون دو متحرک هم‌جهت حرکت کرده‌اند، سرعت نسبی آن‌ها برابر است با:

$$v = ۲۰ - ۱۰ = ۱۰\,m/s$$

هنگامی‌که فاصلهٔ دو متحرک کمتر یا مساوی ۲۰ متر می‌شود یعنی فاصلهٔ دو متحرک ابتدا ۲۰ متر شده، سپس به صفر رسیده و مجدداً برابر ۲۰ m می‌شود. پس می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow ۴۰ = ۱۰t \Rightarrow t = ۴\,s$$

روش دوم:
باتوجه‌به نمودار، معادلهٔ حرکت جسم‌ها را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_{۰} \Rightarrow \begin{cases} x_A = ۱۰t + ۱۰۰ \\ x_B = ۲۰t - ۲۰۰ \end{cases}$$

با استفاده از شرط مسأله در مورد فاصلهٔ دو جسم داریم:

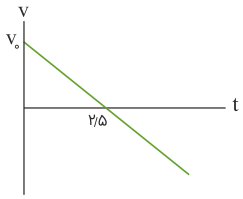
$$\begin{cases} x_A - x_B = ۲۰ \Rightarrow -۱۰t + ۳۰۰ = ۲۰ \Rightarrow t = ۲۸\,s \\ x_B - x_A = ۲۰ \Rightarrow -۱۰t' - ۳۰۰ = ۲۰ \Rightarrow t' = ۳۲\,s \end{cases} \Rightarrow \Delta t = ۴\,s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۲۷ گزینه ۳

گام اول: طبق تقارنی که حرکت با شتاب ثابت نسبت به لحظهٔ تغییر جهت دارد، اگر جابه‌جایی در یک بازهٔ زمانی صفر باشد، سرعت در لحظهٔ وسط آن بازه برابر با صفر است؛ بنابراین چون جابه‌جایی در ثانیهٔ سوم حرکت صفر است، متحرک در لحظهٔ $۲/۵\,s$ تغییر جهت داده است.

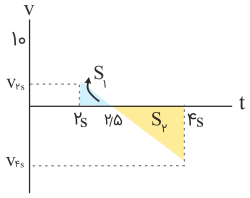
گام دوم: چون شتاب $-۴\,m/s^۲$ است و متحرک در لحظهٔ $t = ۲/۵\,s$ تغییر جهت داده است، نمودار سرعت زمان متحرک به‌صورت زیر خواهد بود:



باتوجه‌به $a = -۴\,m/s^۲$، $v_۰$ برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۴ = \frac{۰ - v_۰}{۲/۵ - ۰} \Rightarrow v_۰ = ۱۰\ m/s$$

گام سوم: سرعت‌های متحرک در لحظات $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۴\,s$ را تعیین می‌کنیم و با استفاده از مساحت زیر نمودار، مسافت طی‌شده در بازهٔ $(۲\,s\ ,\ ۴\,s)$ را به دست می‌آوریم.



$$v = at + v_۰ = -۴t + ۱۰ \Rightarrow \begin{cases} v_{۲s} = ۲\ m/s \\ v_{۴s} = -۶\ m/s \end{cases}$$

$$L = S_۱ + S_۲ = \frac{۲ \times ۰/۵}{۲} + \frac{۱/۵ \times ۶}{۲} = ۵\,m$$

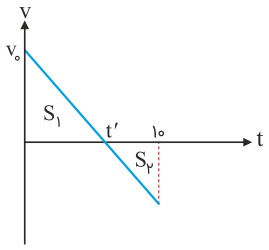
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۲۸ گزینه ۴

$$v_0 > 0 \rightarrow \underset{0-10}{\vec{v}_{av}} = 7/5\vec{i} = \frac{\vec{\Delta x}}{\underbrace{\Delta t}_{10\,s}} \Rightarrow \vec{\Delta x} = 75\vec{i} \Rightarrow \Delta x = +75\,m$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\underbrace{\Delta t}_{10}} = 8/5\,m/s \Rightarrow \ell = 85\,m$$

چون حرکت با شتاب ثابت است پس نمودار $v-t$ آن خطی (شیب ثابت) است. چون تندی متوسط از بزرگی سرعت متوسط بیشتر است پس حتماً تغییر جهت داشته‌ایم و درنتیجه نمودار نزولی بوده و در یک لحظه از محور t گذشته است.



$$\begin{cases} \text{جابه‌جایی} = S_1 - S_2 = 75 \\ \text{مسافت طی‌شده} = S_1 + S_2 = 85 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = 80\,m \\ S_2 = 5\,m \end{cases}$$

تکنیک حرکت معکوس از t' تا صفر برای حذف v_0:

$$\left.\begin{aligned} S_1 = 80 = \frac{1}{2}a(t')^2 \\ S_2 = 5 = \frac{1}{2}a(10-t')^2 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{تقسیم بر هم}} \frac{80}{5} = \left(\frac{t'}{10-t'}\right)^2 \Rightarrow t' = 8\,s$$

$$\Rightarrow v_0 = 20\,m/s\ ,\ S_1 = 80$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-20}{8} = -2/5$$

مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول $\ell = \Delta x_{0-2} = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = 35\,m$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۲۹ گزینه ۲

گام اول: ابتدا با استفاده از رابطهٔ $K = \frac{1}{2}mv^2$، تندی گلوله، هنگام برخورد به زمین را (v) به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 24/2 = \frac{1}{2} \times 0/1 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 484 = 4 \times 121$$

$$\Rightarrow v = 2 \times 11 = 22\ m/s$$

گام دوم: یک ثانیه قبل از برخورد به زمین تندی گلوله به‌اندازهٔ $a = g = 10\ m/s^2$ کمتر از لحظهٔ برخورد به زمین است و برابر است با:

$$v_1 = v - g = 22 - 10 = 12\ m/s$$

گام سوم: سرعت متوسط در ثانیهٔ آخر برابر با میانگین سرعت‌های ابتدا و انتهای این بازه یعنی $\frac{v_1 + v}{2}$ است؛ پس:

$$v_{av} = \frac{v + v_1}{2} = \frac{22 + 12}{2} = 17\ m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۳۰ گزینه ۳

با توجه به نمودار، متحرک در $t = ۵\,s$ متوقف می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۵a + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۵a$$

معادلهٔ مکان - زمان را می‌نویسیم و دو لحظهٔ $t = ۱\,s$ و $t = ۱۲\,s$ را در آن جایگذاری می‌کنیم. دقت کنید $v_۰ = -۵a$ است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} ۶۶ = \frac{۱}{۲}a - ۵a + x_۰ \\ ۰ = \frac{۱}{۲}a \times ۱۴۴ - ۵a \times ۱۲ + x_۰ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده می‌کنیم}} \begin{cases} ۶۶ = -\frac{۹}{۲}a + x_۰ \quad (I) \\ ۰ = ۱۲a + x_۰ \Rightarrow a = -\frac{x_۰}{۱۲} \quad (II) \end{cases}$$

رابطهٔ (II) را در (I) جایگذاری می‌کنیم:

$$۶۶ = \frac{۹x_۰}{۲۴} + x_۰ \Rightarrow ۶۶ = \frac{۳۳x_۰}{۲۴} \Rightarrow x_۰ = ۴۸\,m$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۳۱ گزینه ۳

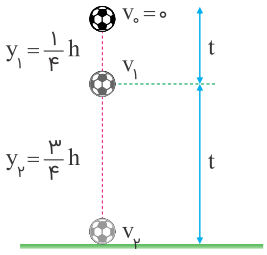
نیم ثانیهٔ سوم بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۱\,s$ و $t_۲ = ۱/۵\,s$ است. در این صورت برای محاسبهٔ سرعت متوسط در این بازه می‌توان نوشت:

$$v_۱ = -gt_۱ \Rightarrow v_۱ = -g$$
$$v_۲ = -gt_۲ \Rightarrow v_۲ = -۱/۵g$$
$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} = \frac{-g + (-۱/۵g)}{۲} = -۱/۲۵g = -۱/۲۵ \times ۹/۸ = -۱۲/۲۵\,m/s$$
$$\Rightarrow |v_{av}| = ۱۲/۲۵\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

۳۲ گزینه ۳

چون حرکت از حال سکون و با شتاب ثابت انجام شده است و $y_۲ = ۳y_۱$ است، یعنی بازه‌های زمانی حرکت باهم برابر است. پس می‌توان نوشت:



$$|v_۱| = gt$$
$$|v_۲| = g(۲t) = ۲v_۱$$

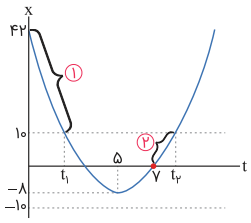
در این صورت برای محاسبهٔ تندی متوسط داریم:

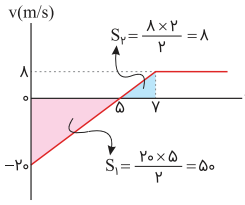
$$S_{av} = v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} = \frac{v_۱ + ۲v_۱}{۲} = \frac{۳}{۲}v_۱ = ۱۰\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۳۳ گزینه ۴

ابتدا با استفاده از نمودار سرعت-زمان، در بازه زمانی $۰ - ۵s$ شیب خط را که همان شتاب است محاسبه می‌کنیم که برابر با $a = ۴\ m/s^۲$ است. سپس نمودار مکان- زمان آن را رسم می‌کنیم. در ۷ ثانیه نخست حرکت شتاب ثابت و پس از آن حرکت سرعت ثابت است.





$$\left.\begin{array}{l} ۱ : \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۱۰ - ۴۲ = ۲t_۱^۲ - ۲۰t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۲\ s \\ ۲ : \Delta x = v\Delta t \Rightarrow ۱۰ - ۰ = ۸(t_۲ - ۷) \Rightarrow t_۲ = ۸/۲۵\ s \end{array}\right\} \Delta t = ۶/۲۵\ s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۳۴ گزینه ۲

از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ داریم:

$$-۴ = \frac{v_{۱۰} - v_۵}{۱۰ - ۵} \Rightarrow v_{۱۰} - v_۵ = -۲۰\ m/s \quad (I)$$
$$۲ = \frac{v_{۱۲} - v_{۱۰}}{۱۲ - ۱۰} \Rightarrow v_{۱۲} - v_{۱۰} = ۴\ m/s \quad (II)$$

دو معادلهٔ (I) و (II) را باهم جمع می‌کنیم:

$$(I) + (II) = v_{۱۲} - v_۵ = ۴ - ۲۰ = -۱۶\ m/s$$

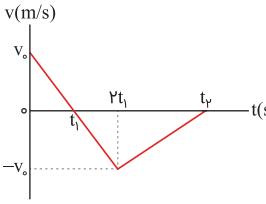
حال شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $۵\ s$ تا $۱۲\ s$ را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{v_{۱۲} - v_۵}{۱۲ - ۵} = \frac{-۱۶}{۷}\ m/s^۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۳۵ گزینه ۳

از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ $۲t_۱$، شتاب حرکت ثابت است. در این صورت مقادیر سرعت در ابتدای حرکت و لحظهٔ $۲t_۱$ برابر است.



در این صورت می‌توان نوشت:

$$a_{۱(۰-۲t_۱)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-v_۰ - v_۰}{۲t_۱} = \frac{-۲v_۰}{۲t_۱} = -\frac{v_۰}{t_۱}$$

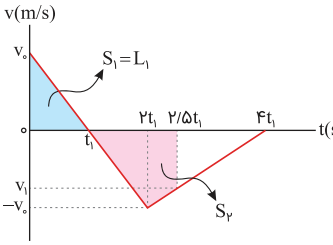
$$a_{۲(t_۲-۲t_۱)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰-(-v_۰)}{t_۲ - ۲t_۱} = \frac{v_۰}{t_۲ - ۲t_۱}$$

با استفاده از شرط سؤال داریم:

$$|a_۱| = ۲a_۲ \Rightarrow \frac{v_۰}{t_۱} = ۲\frac{v_۰}{t_۲ - ۲t_۱} \Rightarrow t_۲ - ۲t_۱ = ۲t_۱$$

$$\Rightarrow t_۲ = ۴t_۱$$

برای محاسبهٔ تندی متوسط در بازه‌های زمانی خواسته‌شده می‌توان نوشت:



$$S_{av(۰-t_۱)} = \frac{\ell_۱}{\Delta t} = \frac{\frac{۱}{۲}v_۰t_۱}{t_۱}$$

$$\Rightarrow S_{av(۰-t_۱)} = \frac{۱}{۲}v_۰$$

برای تعیین تندی متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $۲/۵t_۱$ ابتدا سرعت $v_۱$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_۱}{-v_۰} = \frac{۴t_۱ - ۲/۵t_۱}{۴t_۱ - ۲t_۱} \Rightarrow v_۱ = -\frac{۳}{۴}v_۰$$ (شتاب در این بازهٔ زمانی ثابت است)

بنابراین خواهیم داشت:

$$S'_{av(t_۱-۲/۵t_۱)} = \frac{\frac{v_۰ \times t_۱}{۲} + \frac{v_۰ + \frac{۳}{۴}v_۰}{۲} \times ۰/۵t_۱}{۲/۵t_۱ - t_۱}$$

$$\Rightarrow S'_{av} = \frac{۵}{۸}v_۰$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{S_{av}}{S'_{av}} = \frac{\frac{v_۰}{۲}}{\frac{۵}{۸}v_۰} = \frac{۴}{۵}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۳۶ گزینه ۴

روش اول:

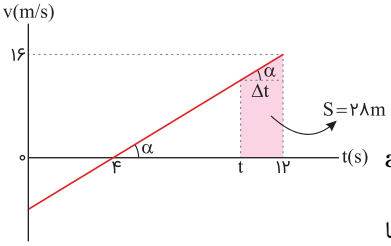
باتوجه‌به نمودار مکان- زمان داده‌شده ابتدا تندی متحرک A را حساب می‌کنیم:

$$|v_A| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|۶۴ - ۲۸|}{۱۲} = ۳\,m/s$$

در این صورت تندی متحرک B برابر است با:

$$v_B = \frac{۱۶}{۳}|v_A| = \frac{۱۶}{۳}(۳) = ۱۶\,m/s$$

اکنون می‌توان نمودار سرعت- زمان مربوط به متحرک B که با شتاب ثابت حرکت می‌کند را رسم کرد:



باتوجه‌به نمودار، شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۶ - ۰}{۱۲ - ۴} = ۲\,m/s^۲$$

باتوجه‌به نمودار مکان- زمان داده‌شده مشخص می‌شود از لحظهٔ (t) تا لحظهٔ $t = ۱۲\,s$ متحرک B، ۲۸ متر جابه‌جا شده است. پس باتوجه‌به سطح زیر نمودار مشخص‌شده می‌توان نوشت:

$$۲۸ = (\frac{(۱۶ - ۲\Delta t) + ۱۶}{۲})\Delta t$$
$$\Rightarrow ۵۶ = (۳۲ - ۲\Delta t)\Delta t \Rightarrow ۵۶ = ۳۲\Delta t - ۲\Delta t^۲$$
$$\Rightarrow ۲\Delta t^۲ - ۳۲\Delta t + ۵۶ = ۰ \Rightarrow \Delta t = ۲\,s \Rightarrow t = ۱۲ - ۲ = ۱۰\,s$$

در لحظهٔ $t = ۱۰\,s$ متحرک B از مبدأ عبور کرده و جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند.

اکنون مکان متحرک A در این لحظه را حساب می‌کنیم:

$$x_A = vt + x_۰ \Rightarrow x_A = -۳t + ۶۴ = -۳(۱۰) + ۶۴ = ۳۴\,m$$

چون متحرک B در مبدأ قرار دارد، فاصلهٔ دو متحرک برابر ۳۴ m است.

روش دوم:

ابتدا سرعت متحرک A را مشخص کرده و معادلهٔ حرکت آن را می‌نویسیم:

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۸ - ۶۴}{۱۲} = -۳\,m/s$$
$$x_A = v_A t + x_{۰A} = -۳t + ۶۴$$

باتوجه‌به اطلاعات مربوط به نمودار در مورد متحرک B می‌توان نوشت:

$$(t = ۱۲\,s) : v_B = \frac{۱۶}{۳}|v_A| = \frac{۱۶}{۳}(۳) = ۱۶\,m/s$$ در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند

$$۴\,s \le t \le ۱۲\,s : a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۶ - ۰}{۸} = ۲\,m/s^۲$$

اکنون باتوجه‌به مشخص بودن شتاب حرکت، می‌توان سرعت اولیهٔ متحرک B را مشخص کرد:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow ۲ = \frac{۰ - v_۰}{۴} \Rightarrow v_۰ = -۸\,m/s$$

با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان می‌توان مکان اولیه را نیز مشخص کرد:

$$\begin{cases} x_B = t^۲ - ۸t + x_۰ \\ t = ۱۲\,s \\ x = ۲۸\,m \end{cases} \Rightarrow ۲۸ = ۱۴۴ - ۹۶ + x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۲۰\,m$$
$$\Rightarrow x_B = t^۲ - ۸t + ۲۰$$

اکنون می‌توان لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان برای متحرک B را مشخص کرد:

$$x_B = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۸t + ۲۰ = ۰ \Rightarrow t = ۱۰\,s$$

در این صورت فاصلهٔ دو متحرک برابر است با:

$$d = x_A - x_B = (-۳t + ۶۴) - ۰ = -۳(۱۰) + ۶۴ = ۳۴\,m$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

۳۷ گزینه ۱

ابتدا معادلهٔ حرکت دو جسم را می‌نویسیم:

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = \dfrac{۰ - ۱۶}{۸ - ۰}t + ۱۶ \Rightarrow x_A = -۲t + ۱۶ \\ x_B = \dfrac{-۲۵ - (-۲۹)}{۸ - ۰}t + (-۲۹) \Rightarrow x_B = ۰/۵t - ۲۹ \end{cases}$$

در لحظه‌ای که دو جسم به هم می‌رسند داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -۲t + ۱۶ = ۰/۵t - ۲۹ \Rightarrow ۲/۵t = ۴۵ \Rightarrow t = ۱۸\,s$$

مکان دو جسم در این لحظه برابر است با:

$$x_A = x_B = ۰/۵ \times ۱۸ - ۲۹ \Rightarrow x_A = x_B = -۲۰\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

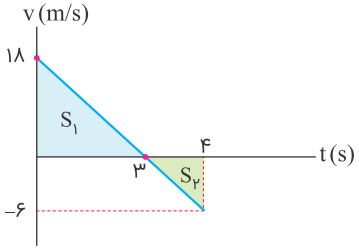
۳۸ گزینه ۳

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{۱۰\,s} - x_۰}{۱۰ - ۰} = \frac{۲۰ - (-۴۰)}{۱۰} = ۶\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۳۹ گزینه ۲

ابتدا نمودار سرعت - زمان را در مدت موردنظر با نقطه‌یابی رسم می‌کنیم:



$$v = -۶t + ۱۸$$

$$|S_۱| = \frac{۱۸ \times ۳}{۲} = ۲۷\,m$$

$$|S_۲| = \frac{۶ \times ۱}{۲} = ۳\,m$$

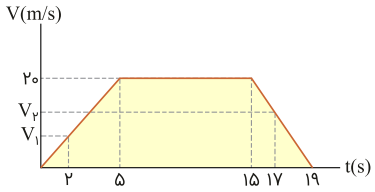
$$\text{مسافت طی‌شده } \ell = |S_۱| + |S_۲| = ۲۷ + ۳ = ۳۰\,m$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۳۰}{۴} = ۷/۵\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۴۰ گزینه ۳

ابتدا نمودار سرعت- زمان حرکت اتومبیل را رسم می‌کنیم:



باتوجه‌به ثابت بودن شتاب در ۵ ثانیهٔ اول حرکت می‌توان سرعت در لحظهٔ $t = ۲\,s$ را حساب کرد:

$$\frac{۲۰}{۵} = \frac{v_۱}{۲} \Rightarrow v_۱ = ۸\,m/s$$

در چهار ثانیهٔ آخر حرکت نیز شتاب ثابت است. در این صورت داریم:

$$\frac{۲۰}{۴} = \frac{v_۲}{۲} \Rightarrow v_۲ = ۱۰\,m/s$$

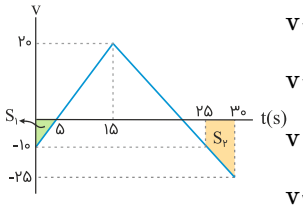
در این صورت شتاب متوسط بین دو لحظهٔ خواسته شده برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۰ - ۸}{۱۵} = \frac{۲}{۱۵}\,m/s^۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۴۱ گزینه ۱

بهترین روش رسم نمودار سرعت- زمان است.



$$v_{۱۵} = at + v_۰$$

$$v_{۱۵} = ۲ \times ۱۵ - ۱۰ \Rightarrow v_{۱۵} = ۲۰\,m/s$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲t + (-۱۰) \Rightarrow t = ۵s$$

$$v_{۲۵} = at + v_۰$$

$$v_{۲۵} = -۳ \times ۱۰ + ۲۰ = -۱۰\,m/s$$

$$v_{۳۰} = -۳ \times ۱۵ + ۲۰ = -۲۵\,m/s$$

$$\frac{\text{مساحت ذوزنقه ثانیهٔ ششم}\ S_۲}{\text{مساحت مثلث ثانیهٔ اول}\ S_۱} = \frac{\frac{۲۵ + ۱۰}{۲} \times ۵}{\frac{۱۰ \times ۵}{۲}} = \frac{۳۵}{۱۰} = ۳/۵$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

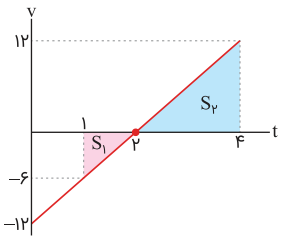
۴۲ گزینه ۱

روش اول:

معادلهٔ سرعت- زمان را به دست می‌آوریم:

$$x = \underbrace{۳}_{\frac{۱}{۲}a} t^۲ \underbrace{-۱۲t}_{v_۰} + ۹ \xrightarrow{v=at+v_۰} v = ۶t - ۱۲$$

نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم و با استفاده از سطح زیر نمودار مسافت را حساب می‌کنیم و سپس تندی متوسط را حساب می‌کنیم:



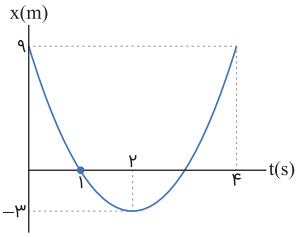
$$l = S_۱ + S_۲ = ۳ + ۱۲ = ۱۵\,m$$

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۴ - ۱} = ۵\,m/s$$

روش دوم: نمودار سهمی را رسم می‌کنیم و مکان متحرک در لحظات $t_۱ = ۱\,s$ و $t_۲ = ۴\,s$ را نیز تعیین می‌کنیم:

$$x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۹ \Rightarrow t_{\text{رأس}} = \frac{-(-۱۲)}{۲(۳)} = ۲\,s \quad , \quad x_{\text{رأس}} = ۳(۲)^۲ - ۱۲(۲) + ۹ = -۳\,m$$

$$\begin{cases} x_{۱\,s} = ۳(۱)^۲ - ۱۲(۱) + ۹ = ۰ \\ x_{۴\,s} = ۳(۴)^۲ - ۱۲(۴) + ۹ = ۹\,m \end{cases}$$



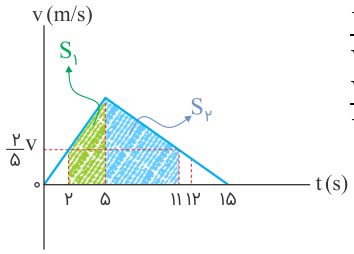
باتوجه‌به نمودار مسافت و تندی متوسط را حساب می‌کنیم.

$$l = ۳ + ۳ + ۹ = ۱۵\,m \Rightarrow S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۳} = ۵\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۴۳ گزینه ۲

با رسم نمودار سرعت- زمان مربوط به حرکت جسم می‌توان نوشت:



$$\frac{v_۲}{v_۵}=\frac{۲}{۵}\Rightarrow v_۲=\frac{۲}{۵}v$$
$$\frac{v_{۱۱}}{v_۵}=\frac{۱۵-۱۱}{۱۵-۵}\Rightarrow v_{۱۱}=\frac{۲}{۵}v$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$v_۲=v_{۱۱}=\frac{۲}{۵}v$$

باتوجه‌به جابه‌جایی انجام‌شده بین دو لحظهٔ $t_۱=۲\,s$ تا $t_۲=۱۱\,s$ داریم:

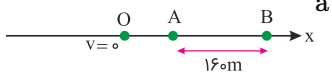
$$S_۱+S_۲=۱۲۶\Rightarrow(\frac{۲}{۵}v+v)\times\frac{۳}{۲}+(\frac{۲}{۵}v+v)\times(\frac{۱۱-۵}{۲})=۱۲۶$$
$$\Rightarrow\frac{۷}{۵}v(\frac{۳}{۲}+۳)=۱۲۶\Rightarrow ۶/۳\,v=۱۲۶\Rightarrow v=۲۰\,m/s$$

برای محاسبهٔ تندی در لحظهٔ $t=۱۲\,s$ داریم:

$$\frac{v_{۱۲}}{v_۵}=\frac{۱۵-۱۲}{۱۵-۵}\Rightarrow v_{۱۲}=\frac{۳}{۱۰}v=\frac{۳}{۱۰}\times۲۰=۶\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۱

۴۴ گزینه ۲



$$a=۲\,m/s^۲$$
$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\xrightarrow{a=۲m/s^۲\,,\,v_۰=۰\,,\,x_۰=۰}x=t^۲\Rightarrow\begin{cases}OA=t_{OA}^۲ & (۱)\\ OB=t_{OB}^۲\Rightarrow OA+۱۶۰=(t_{OA}+۸)^۲ & (۲)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱)\Rightarrow(۲)}t_{OA}^۲+۱۶۰=t_{OA}^۲+۱۶t_{OA}+۶۴\Rightarrow ۱۶t_{OA}=۹۶\Rightarrow t_{OA}=۶\,s$$
$$OA=t_{OA}^۲\Rightarrow OA=۶^۲=۳۶\,m$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۴۵ گزینه ۲

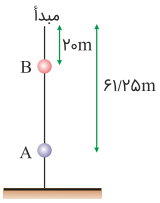
در نمودار مکان- زمان نقطهٔ مینیمم جایی است که سرعت متحرک صفر می‌شود.

$$\Delta x=\frac{v+v_۰}{۲}\Delta t\Rightarrow ۰-۱۸=\frac{۰+v_۲}{۲}\times۶\Rightarrow v_۰=-۶\,m/s$$
$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=a\times۶-۶\Rightarrow a=۱\,m/s^۲$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۴۶ گزینه ۴

بهترین راه‌حل این است که در نظر بگیریم گلولهٔ A به مدت $۳/۵\,s$ و گلولهٔ B به مدت $۲\,s$ سقوط کرده‌اند.



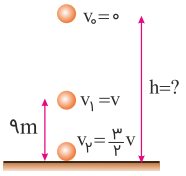
$$|h_A| = |-\frac{۱}{۲}gt^۲| = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times (۳/۵)^۲ = ۶۱/۲۵m$$

$$|h_B| = |-\frac{۱}{۲}gt^۲| = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times (۲)^۲ = ۲۰m$$

$$\Delta h = |h_A - h_B| = ۶۱/۲۵ - ۲۰ = ۴۱/۲۵\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۴۷ گزینه ۱



جهت بالا را مثبت و مبدأ را محل رها شدن گلوله فرض می‌کنیم.

معادلهٔ مستقل از زمان در حرکت سقوط آزاد را یک‌بار برای قسمت اول و بار دیگر برای کل مسیر می‌نویسیم:

$$v_۱^۲ = -۲g(y_۱ - y_۰) \Rightarrow v^۲ = -۲ \times ۱۰ \times [-(h-۹) - ۰] \Rightarrow v^۲ = -۲۰ \times (-h+۹) \qquad (۱)$$

$$v_۲^۲ = -۲g(y_۲ - y_۰) \Rightarrow (\frac{۳}{۲}v)^۲ = -۲ \times ۱۰ \times (-h - ۰) \Rightarrow \frac{۹}{۴}v^۲ = -۲۰ \times (-h) \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲)-(۱)} \frac{۹}{۴}v^۲ - v^۲ = -۲۰[(-h) - (-h+۹)] \Rightarrow \frac{۵}{۴}v^۲ = -۲۰ \times (-۹) \Rightarrow \frac{۵}{۴}v^۲ = ۱۸۰ \Rightarrow v^۲ = ۱۴۴\,m^۲/s^۲$$

با جایگذاری مقدار $v^۲$ در رابطهٔ (۲) داریم:

$$\frac{۹}{۴}v^۲ = -۲۰ \times (-h) \xrightarrow{v^۲ = ۱۴۴\,m^۲/s^۲} \frac{۹}{۴} \times (۱۴۴) = ۲۰h \Rightarrow h = ۱۶/۲\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۴۸ گزینه ۲

گام اول:

سرعت اولیهٔ هر دو جسم صفر است.

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و به یک مقصد معین می‌رسند، پس جابه‌جایی آن‌ها یکسان است:

$$\Delta x_۱ = \Delta x_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}a_۱ {t_۱}^۲ = \frac{۱}{۲}a_۲ {t_۲}^۲ \quad (۱)$$

گام دوم: متحرک شماره (۱) که شتاب بیشتری دارد $۲s$ زودتر به مقصد رسیده، پس:

$$t_۱ = t_۲ - ۲ \quad (۲)$$

گام سوم: چون زمان حرکت متحرک شماره (۱) را می‌خواهیم $t_۲$ را از رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم و $t_۱$ را به دست می‌آوریم:

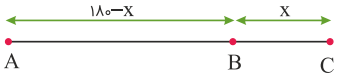
$$\xrightarrow{(۱)\ ,\ (۲)} a_۱ {t_۱}^۲ = \frac{۹}{۱۶}a \times (t_۱ + ۲)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{۱۶} = (\frac{t_۱}{t_۱ + ۲})^۲ \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{t_۱}{t_۱ + ۲}$$

$$\Rightarrow ۴t_۱ = ۳t_۱ + ۶ \Rightarrow t_۱ = ۶s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۴۹ گزینه ۲



$$\begin{cases} ۱۸۰ - x = v_A t \\ x = v_C t \end{cases} \Rightarrow \frac{۱۸۰ - x}{x} = \frac{v_A}{v_C} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} ۱۸۰ - x = v_C \times ۲۵ \\ x = v_A \times ۱۶ \quad (۲) \end{cases} \Rightarrow \frac{۱۸۰ - x}{x} = \frac{v_C \times ۲۵}{v_A \times ۱۶}$$

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{v_A}{v_C} = \frac{v_C \times ۲۵}{v_A \times ۱۶} \Rightarrow \frac{v_A^۲}{v_C^۲} = \frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow \frac{v_A}{v_C} = \frac{۵}{۴} \xrightarrow{(۱)} \frac{۱۸۰ - x}{x} = \frac{۵}{۴}$$

$$\Rightarrow ۴(۱۸۰) - ۴x = ۵x \Rightarrow x = ۸۰\,m$$

حال با جایگذاری $x = ۸۰$ در معادلهٔ (۲) مقدار V_A را به دست می آوریم:

$$x = v_A \times ۱۶ \Rightarrow ۸۰ = v_A \times ۱۶ \Rightarrow v_A = ۵\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

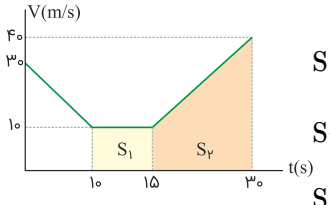
۵۰ گزینه ۳

کافی است نمودار سرعت- زمان حرکت را رسم کنیم. سطح زیر نمودار $(v-t)$ برابر با جابه‌جایی است که نسبت جابه‌جایی به زمان برابر با سرعت متوسط است.

$$t=۱۰\,s \text{ تا } t=۰ \text{ از}: \ v_۱=a_۱t+v_۰ \xrightarrow{a_۱=-۲\,m/s^۲} v_۱=-۲\times ۱۰+۳۰=۱۰\,m/s$$

$$t=۱۵\,s \text{ تا } t=۱۰\,s \text{ از}: \ v_۲=a_۲t+v_۱ \xrightarrow{a_۲=۰} v_۲=v_۱=۱۰\,m/s$$

$$t=۳۰\,s \text{ تا } t=۱۵\,s \text{ از}: \ v_۳=a_۳t+v_۲ \xrightarrow{a_۳=۲\,m/s^۲} v_۳=۲\times ۱۵+۱۰=۴۰\,m/s$$



$$S_۱=۱۰\times ۵=۵۰\,m$$

$$S_۲=\frac{۴۰+۱۰}{۲}\times ۱۵=۳۷۵\,m$$

$$S_{کل}=S_۱+S_۲=۴۲۵\,m$$

$$v_{av}=\frac{S_{کل}}{\Delta t}=\frac{۴۲۵}{۲۰}=۲۱/۲۵\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

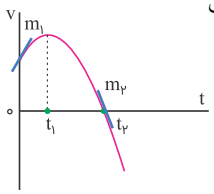
۵۱ گزینه ۴

علت نادرستی گزینه‌های دیگر را بررسی می‌کنیم:

۱) در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$ تندی در حال افزایش است.

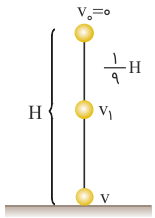
۲) شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ نشان‌دهندهٔ شتاب متحرک است. بزرگی شیب خط مماس در لحظهٔ $t_۲$، بیشتر از بزرگی شیب خط مماس در لحظهٔ $t_۱$ است.

۳) قبل از لحظهٔ $t_۱$ شتاب در جهت محور x است چون شیب خط مماس مثبت است و پس از لحظهٔ $t_۱$ شتاب در خلاف جهت محور x است چون شیب خط مماس منفی است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۵۲ گزینه ۳



$$v_{av}=\frac{v_۱+v_۰}{۲}\Rightarrow v_۱=۲v_{av}=۲\times ۴/۹\Rightarrow v_۱=g$$

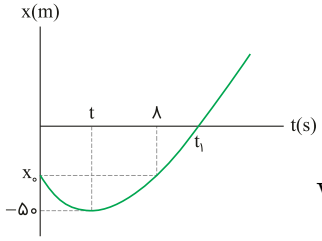
$$\left(\frac{v}{v_۱}\right)^۲=\frac{H}{\frac{۱}{۹}H}$$

$$\frac{v}{g}=۳\Rightarrow v=۳g=۲۹/۴\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۵۳ گزینه ۱

در لحظه‌ای که متحرک به مکان $x = -۵۰\,m$ می‌رسد، سرعت برابر صفر است.



با استفاده از معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی داریم:

$$v_{t_۱}^۲ - v_t^۲ = ۲a(x_{t_۱} - x_t)$$
$$\Rightarrow (۲۰)^۲ - ۰ = ۲a(۰ - (-۵۰)) \Rightarrow a = ۴\,m/s^۲$$

در ۸ ثانیهٔ اول حرکت، سرعت متوسط برابر صفر است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_۰ + v_۸}{۲} = ۰ \Rightarrow v_۰ = -v_۸$$
$$v = at + v_۰ \Rightarrow v_۸ = ۴(۸) - v_۸ \Rightarrow ۲v_۸ = ۳۲ \Rightarrow v_۸ = ۱۶\,m/s$$
$$\Rightarrow v_۰ = -۱۶\,m/s$$

برای محاسبهٔ سرعت متوسط در مدت‌زمان مشخص‌شده می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{v_{t_۱} + v_۰}{۲} = \frac{۲۰ + (-۱۶)}{۲} = ۲\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

۵۴ گزینه ۱

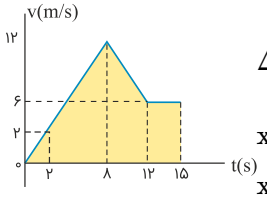
شتاب در بازهٔ زمانی $(۰\ ,\ ۸)$ ثابت و برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(۸) - v(۰)}{۸ - ۰} = \frac{۱۲ - ۰}{۸ - ۰} = \frac{۳}{۲}\,m/s^۲$$

در لحظهٔ $t = ۲\,s$ سرعت را به دست می آوریم:

$$v(۲) = at + v_۰ \Rightarrow v = \frac{۳}{۲} \times ۲ + ۰ = ۳\,m/s$$

حال به کمک سطح زیر نمودار سرعت- زمان جابه جایی را در بازهٔ زمانی $(۲\ ,\ ۱۵)$ محاسبه می کنیم:

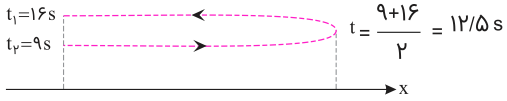


$$\Delta x = x_۲ - x_۱ = x_۲ - (-۶) = S$$
$$x_۲ + ۶ = \left(\frac{(۱۲ + ۳)۶}{۲} + \frac{(۱۲ + ۶)۴}{۲} + (۳ \times ۶)\right)$$
$$x_۲ + ۶ = ۹۹ \Rightarrow x_۲ = ۹۳$$

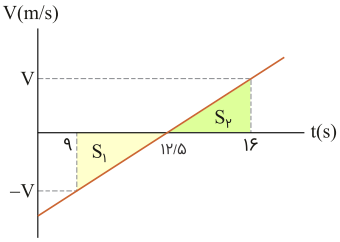
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۵۵ گزینه ۲

جابه‌جایی بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۹\,s$ و $t_۲ = ۱۶\,s$ برابر صفر است. در این صورت مکان اولیه و نهایی جسم بین این دو لحظه برابر است. پس می‌توان لحظهٔ تغییر جهت حرکت جسم را مشخص کرد.



با رسم نمودار سرعت- زمان مربوط به حرکت جسم مشخص بودن شتاب، می‌توان تندی حرکت در لحظه‌های $t = ۹\,s$ و $t = ۱۶\,s$ را حساب کرد.



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{۱۶ - ۱۲/۵} \Rightarrow ۴ = \frac{v}{۳/۵}$$
$$\Rightarrow v = ۱۴\,m/s$$

اکنون برای محاسبهٔ تندی متوسط داریم:

$$\left.\begin{array}{l} s_{av} = \dfrac{\ell}{\Delta t} = \dfrac{S_۱ + S_۲}{\Delta t} \\ S_۱ = S_۲ = \dfrac{۱۴ \times ۳/۵}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow s_{av} = \frac{۲(\frac{۱۴ \times ۳/۵}{۲})}{۱۶ - ۹} = ۷\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۵۶ گزینه ۴

اگر جابه‌جایی در ۴ ثانیهٔ اول حرکت $X_۱$ باشد، جابه‌جایی در ۴ ثانیهٔ دوم $X_۱ + ۱۶a$ و جابه‌جایی در چهار ثانیهٔ سوم $X_۱ + ۳۲a$ و جابه‌جایی در چهار ثانیهٔ چهارم $X_۱ + ۴۸a$ است. با توجه به‌صورت سؤال می‌توان نوشت:

$$X_۱ = (X_۱ + ۱۶a) + (X_۱ + ۳۲a) + (X_۱ + ۴۸a)$$
$$\xrightarrow{X_۱ = ۲۰۰\,m} ۲۰۰ = ۶۰۰ + ۹۶a \Rightarrow a = -\frac{۴۰۰}{۹۶}\,m/s^۲$$
$$\Rightarrow |a| = \frac{۴۰۰}{۹۶} = \frac{۲۵}{۶}\,m/s^۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۵۷ گزینه ۲

ابتدا از فرمول مستقل از شتاب، سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2}\Delta t \Rightarrow ۷۵ = \frac{v_0 + ۲۰}{۲}(۵) \Rightarrow v_0 = ۱۰ m/s$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow ۲۰ = a(۵) + ۱۰ \Rightarrow a = ۲\, m/s^۲$$

طبق تصاعد عددی خواهیم داشت:

$$x_۲ = x_۱ + at^۲$$

$$\Delta x_۲ = ۷۵ + ۲(۵)^۲ = ۱۲۵\, m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta t} = \frac{۱۲۵}{۵} = ۲۵\, m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۵۸ گزینه ۳

گام اول: جابه‌جایی متحرک را در بازهٔ زمانی $۱s$ تا $۶s$ به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = ۳ \times ۵ = ۱۵\, m$$

چون متحرک تغییر جهت داشته پس مسافت بزرگ‌تر از جابه‌جایی است؛ بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ نمی‌توانند درست باشند.
گام دوم: جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های زمانی یک ثانیه‌ای بررسی می‌کنیم. چون سرعت در $t = ۲s$ صفر است، اگر جابه‌جایی در ثانیهٔ سوم d باشد در ثانیه‌های بعدی مضرب فردی از d است:

بازهٔ زمانی $۱s$ تا $۲s$: $\Delta x_۱ = -\vec{d}$

بازهٔ زمانی $۲s$ تا $۳s$: $\Delta x_۲ = \vec{d}$

بازهٔ زمانی $۳s$ تا $۴s$: $\Delta x_۳ = ۳\vec{d}$

بازهٔ زمانی $۴s$ تا $۵s$: $\Delta x_۴ = ۵\vec{d}$

بازهٔ زمانی $۵s$ تا $۶s$: $\Delta x_۵ = ۷\vec{d}$

گام سوم: d را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳ + \Delta x_۴ + \Delta x_۵$$

$$۱۵ = -d + d + ۳d + ۵d + ۷d \Rightarrow ۱۵ = ۱۵d \Rightarrow d = ۱\, m$$

گام چهارم: مسافت طی‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\ell = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳| + |\Delta x_۴| + |\Delta x_۵|$$

$$\ell = ۱ + ۱ + ۳ + ۵ + ۷ = ۱۷\, m$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۵۹ گزینه ۱

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{(v-t)}}{\Delta t} = \frac{\frac{v_{max} \times ۲۵}{۲}}{۲۵} = \frac{v_{max}}{۲} = ۱۰ \Rightarrow v_{max} = ۲۰\, m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۶۰ گزینه ۳

روش کلاسیک:

ابتدا سرعت گلوله در نقطهٔ C را حساب می‌کنیم.

$$\Delta y_{B,C} = \frac{v_C + v_B}{۲}\Delta t \xrightarrow{v_C = \cancel{-۳۰}^{-gt} + v_B} -۹۰ = \frac{۲v_C + ۳۰}{۲} \times ۳ \Rightarrow v_C = -۴۵\,m/s$$

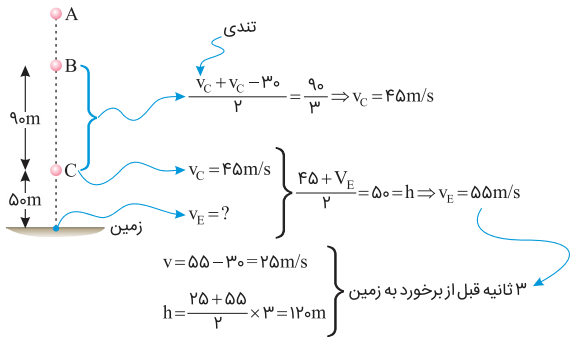
حالا سرعت برخورد گلوله به سطح زمین را حساب می‌کنیم:

$$v^۲_{\text{زمین}} - v^۲_C = -۲g\Delta y \Rightarrow v^۲_{\text{زمین}} - (-۴۵)^۲ = -۲۰(-۵۰) \Rightarrow v_{\text{زمین}} = +۵۵\,m/s$$

سه ثانیه قبل از برخورد گلوله به زمین سرعت گلوله برابر $v = -gt + v_{\text{زمین}} = -۳۰ + ۵۵ = +۲۵\,m/s$ است پس ارتفاع آن از سطح زمین برابر است با:

$$\Delta y = \frac{v + v_{\text{زمین}}}{۲} \times \Delta t = \frac{۲۵ + ۵۵}{۲} \times ۳ = ۱۲۰\,m \Rightarrow h = \Delta y = ۱۲۰\,m$$

روش دوم:



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲

۶۱ گزینه ۱

طبق معادلهٔ $x = ۲t^۲ + ۴t - ۸$ حرکت با شتاب ثابت است و چون شتاب و سرعت اولیهٔ حرکت هم‌علامت‌اند نتیجه می‌گیریم که حرکت تندشونده بدون تغییر جهت است و در این حالت مسافت پیموده شده و جابه‌جایی باهم مساوی هستند.

$$x = ۲t^۲ + ۴t - ۸ \Rightarrow \begin{cases} a = ۴\,m/s^۲ \\ v_۰ = ۴\,m/s \end{cases}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۶۲ گزینه ۲

معادلهٔ مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم. چون نمودار مکان - زمان دو متحرک به‌صورت خط راست است، سرعت دو متحرک ثابت است و معادلهٔ مکان - زمان آن‌ها از رابطهٔ $x = vt + x_0$ به دست می‌آید.

$$\begin{cases} v_A = \frac{500 - 400}{10} = 10\,m/s \\ v_B = \frac{0 - (-300)}{10} = 30\,m/s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t + 400 \\ x_B = 30t - 300 \end{cases}$$

فاصلهٔ دو متحرک برابر $|x_A - x_B|$ است. پس:

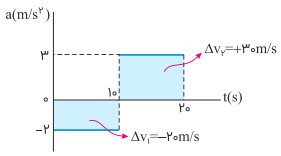
$$|x_A - x_B| = 600 \Rightarrow |10t + 400 - 30t + 300| = 600$$
$$\Rightarrow |-20t + 700| = 600 \Rightarrow \begin{cases} -20t + 700 = 600 \Rightarrow t_1 = 5\,s \\ -20t + 700 = -600 \Rightarrow t_2 = 65\,s \end{cases}$$

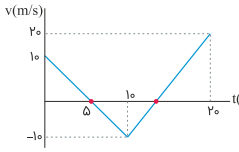
خواستهٔ سؤال $\frac{t_2}{t_1}$ برابر $\frac{65}{5} = 13$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۳ گزینه ۴

گام اول: نمودار سرعت زمان متحرک را تا لحظهٔ $t = 20\,s$ رسم می‌کنیم:





گام دوم: باتوجه‌به نمودار $v - t$ جابه‌جایی متحرک در $10\,s$ اول صفر است؛ پس برای دومین بار در لحظهٔ $t = 10\,s$ از مبدأ عبور می‌کند.

گام سوم: اگر شروع مجدد حرکت را با شتاب $3\,m/s^2$ لحظهٔ $t = 10\,s$ فرض کنیم، بعد $\frac{10}{3}\,s$ سرعت متحرک صفر و $\frac{20}{3}\,s$ بعد سرعت متحرک $+10\,m/s$ شده و در این لحظه مجدداً متحرک از مبدأ عبور می‌کند؛ پس باتوجه‌به اینکه فرض کردید لحظهٔ شروع حرکت $t = 10\,s$ باشد، لحظه‌ای که متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$t = 10 + \frac{20}{3} = \frac{50}{3}\,s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۶۴ گزینه ۲

$$\text{متحرک A}: \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + \cancel{v_0 t} \Rightarrow 75 = \frac{1}{2}(1/5)t^2 \Rightarrow t = 10\,s$$

$$\text{متحرک B}: \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + \cancel{v_0 t} \Rightarrow 150 = \frac{1}{2}a(10)^2 \Rightarrow a_B = 3\,m/s^2$$

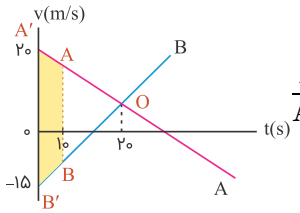
$$\left.\begin{aligned} v_A &= at + v_0 = 1/5 \times 10 + 0 = 15\,m/s \\ v_B &= at + v_0 = 3 \times 10 + 0 = 30\,m/s \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{30}{15} = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۶۵ گزینه ۲

مساحت ناحیهٔ هاشور خورده مجموع مسافتی است که دو متحرک A و B طی کرده‌اند.

از تشابه مثلث‌های $\overset{\Delta}{OAB}$ و $\overset{\Delta}{OA'B'}$ طول ضلع AB را به دست می‌آوریم:



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{۱۰}{۲۰} \Rightarrow AB = \frac{۱}{۲} \times ۳۵ = ۱۷/۵$$

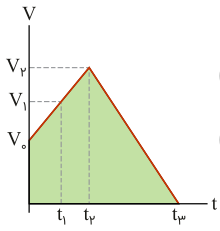
حالا مساحت ذوزنقهٔ $ABA'B'$ که هم‌اندازهٔ مجموع مسافت‌های طی شده است را به دست می‌آوریم:

$$\ell = \frac{۳۵ + ۱۷/۵}{۲} \times ۱۰ = ۲۶۲/۵\,\text{m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۶ گزینه ۲

باتوجه‌به نمودار مشخص است که جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند. در این صورت تندی متوسط و سرعت متوسط در تمامی بازه‌ها باهم برابر است. در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$ شتاب حرکت ثابت است. پس می‌توان نوشت:



$$(۰ - t_۱) : v_{av} = \frac{v_۱ + v_۰}{۲}$$
$$(t_۱ - t_۲) : v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$$

در بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ نیز شتاب حرکت ثابت است. پس می‌توان نوشت:

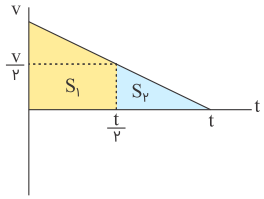
$$(t_۲ - t_۳) : v_{av} = \frac{v_۲ + ۰}{۲} = \frac{v_۲}{۲}$$

در این صورت سرعت متوسط (تندی متوسط) در بازهٔ زمانی $(t_۱ - t_۲)$ از بقیهٔ بازه‌ها بیشتر است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۱

۶۷ گزینه ۲

نمودار $v-t$ حرکت را رسم می‌کنیم:



$$S_۱ = \frac{v + \frac{v}{۲}}{۲} \times \frac{t}{۲} = ۱۵۰ \Rightarrow \frac{۳v}{۸} \times t = ۱۵۰ \Rightarrow vt = ۴۰۰$$

$$S_۲ = \frac{\frac{v}{۲} \times \frac{t}{۲}}{۲} = \frac{vt}{۸} = \frac{۴۰۰}{۸} = ۵۰\,m$$

کل جابه‌جایی اتومبیل برابر $S_۱ + S_۲$ است:

$$\Delta x_{\text{کل}} = ۱۵۰ + ۵۰ = ۲۰۰\,m$$

راه‌حل دوم:

فرض مسئله را عوض می‌کنیم. یعنی اتومبیل از حال سکون شروع به حرکت کرده بعد $\frac{t}{۲}$ از زمان شروع حرکت به اندازهٔ $\Delta x_۱$ جابه‌جا می‌شود و $\frac{t}{۲}$ بعد را به اندازهٔ $۳\Delta x_۱$ جابه‌جا می‌شود. بنابراین کل جابه‌جایی آن $۴\Delta x_۱$ است. ابتدا $\Delta x_۱$ را به دست می‌آوریم:

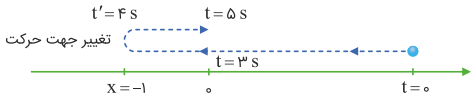
$$۳\Delta x_۱ = ۱۵۰ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۵۰\,m$$

حالا کل جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = ۴\Delta x_۱ = ۴ \times ۵۰ = ۲۰۰\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

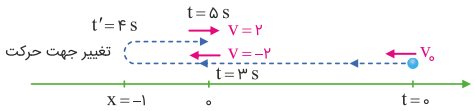
۶۸ گزینه ۳



$$\text{چون حرکت با شتاب ثابت است} \Rightarrow t' = \frac{۳+۵}{۲} = ۴\,s$$

$$\Delta x_{(۵\,s\,تا\,۴\,s)} = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۱ = \frac{۱}{۲}a(۱)^۲ + ۰ \Rightarrow a = ۲\,m/s^۲$$
$$v = at + v_۰ = ۲ \times ۱ + ۰ = ۲\,m/s$$

پس سرعت در لحظهٔ $t = ۳\,s$ برابر با $-۲\,m/s$ است. (تقارن سهمی در حرکت شتابدار با شتاب ثابت)



درنهایت به بررسی حرکت در بازهٔ ۰ تا ۳ s می‌پردازیم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow -۲ = ۲(۳) + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۸\,m/s$$
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۳)^۲ + (-۸)(۳) = -۱۵\,m$$

$$\text{مسافت طی‌شده } \ell_{۵\,s\,تا\,۰\,s} = ۱۵ + ۱ + ۱ = ۱۷\,m$$

$$\text{تندی متوسط } S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۷}{۵}\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۶۹ گزینه ۳

مسافت طی‌شده تا لحظهٔ $t = ۶\,s$ دو برابر اندازهٔ جابه‌جایی در ۳ s اول است پس داریم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۳ = \frac{\ell}{۶} \Rightarrow \ell = ۱۸\,m \Rightarrow \Delta x = ۹\,m$$

در لحظهٔ $t = ۳\,s$ سرعت متحرک صفر است بنابراین اثر جابه‌جایی در ثانیهٔ چهارم را $-x$ فرض کنیم، جابه‌جایی در ثانیهٔ پنجم و ثانیهٔ ششم به ترتیب $-۳x$ و $-۵x$ است. از لحظهٔ $t = ۳\,s$ تا $t = ۶\,s$ متحرک $-۹\,m$ جابه‌جا شده است. بنابراین داریم:

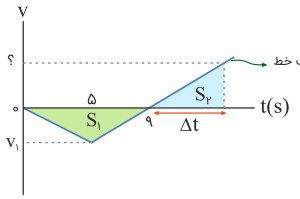
$$-x - ۳x - ۵x = -۹ \Rightarrow -۹x = -۹ \Rightarrow x = ۱$$

بنابراین متحرک در ثانیهٔ هفتم حرکت می‌تواند به اندازهٔ $-۷x = -۷\,m$ جابه‌جا شود و از مبدأ مکان بگذرد. پس کلاً بردار مکان متحرک در ۷ s در جهت محور x است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۷۰ گزینه ۱

چون متحرک از $x = ۰$ شروع به حرکت کرده است و مجدداً می‌خواهد به $x = ۰$ برسد، جابه‌جایی متحرک باید صفر باشد. جابه‌جایی در نمودار $(v - t)$ برابر با مجموع جبری مساحت‌های زیر نمودار $(v - t)$ است؛ بنابراین مساحت سطح پایین محور t باید با مساحت بالای محور t برابر باشد. اگر لحظهٔ برابری این دو مساحت را t در نظر بگیریم، داریم:



$$\text{شیب خط} = \frac{۰ - (-v_۱)}{۹ - ۵} = \frac{v_۱}{۴}$$

$$? = \frac{v_۱}{۴} \times \Delta t$$

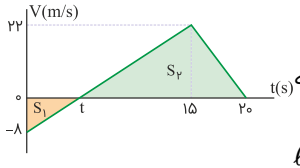
$$S_۱ = S_۲ \Rightarrow \frac{v_۱ \times ۹}{۲} = \frac{\frac{v_۱}{۴}\Delta t \times \Delta t}{۲} \Rightarrow \Delta t = ۶\,s$$

$$t = ۹ + \Delta t = ۹ + ۶ = ۱۵\,s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۷۱ گزینه ۴

سطوح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر مسافت طی‌شده است.



طبق تشابه : $\frac{t}{۸} = \frac{۱۵ - t}{۲۲} \Rightarrow t = ۴\,s$

$$\ell = S_۱ + S_۲ = (\frac{۴ \times ۸}{۲}) + (\frac{۱۶ \times ۲۲}{۲}) = ۱۶ + ۱۷۶ \Rightarrow \ell = ۱۹۲\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۷۲ گزینه ۱

تندی در لحظهٔ $t = ۱۲\,s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان است. پس:

$$v_{t=۱۲\,s} = \frac{۲۴۰}{۱۲ - ۴} = \frac{۲۴۰}{۸} = ۳۰\,m/s$$

اگر مکان متحرک در $t = ۱۴\,(s)$ را $x_{۱۴\,s}$ در نظر بگیریم، تندی متوسط متحرک در بازهٔ $(۲\,s, ۱۴\,s)$ برابر است با:

$$S_{av(۲\,s,۱۴\,s)} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{x_{۱۴\,s} - ۶۰}{۱۴ - ۲}$$

باتوجه‌به صورت تست، $S_{av(۲\,s,۱۴\,s)} = v_{t=۱۲\,s}$ است، پس:

$$\frac{x_{۱۴\,s} - ۶۰}{۱۴ - ۲} = ۳۰ \Rightarrow x_{۱۴\,s} = ۴۲۰\,m$$

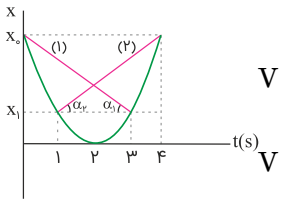
حالا نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم. دو ثانیهٔ اول یعنی $(۰, ۲\,s)$ و دو ثانیهٔ هفتم یعنی $(۱۲\,s, ۱۴\,s)$، پس:

$$\frac{v_{av(۰,۲\,s)}}{v_{av(۱۲\,s,۱۴\,s)}} \frac{\frac{x_{۲\,s} - x_۰}{۲ - ۰}}{\frac{x_{۱۴\,s} - x_{۱۲\,s}}{۱۴ - ۱۲}} = \frac{x_{۲\,s} - x_۰}{x_{۱۴\,s} - x_{۱۲\,s}} = \frac{۶۰ - ۰}{۴۲۰ - ۲۴۰} = \frac{۶۰}{۱۸۰} = \frac{۱}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۷۳ گزینه ۴

شیب خطی که دو نقطه از نمودار مکان- زمان را به هم می‌رساند برابر با سرعت متوسط متحرک بین آن دو نقطه است:



$$V_{av(۰\to ۳s)} = \tan\alpha_۱ = \frac{x_۰ - x_۱}{۳ - ۰} = \frac{\Delta x}{۳}$$

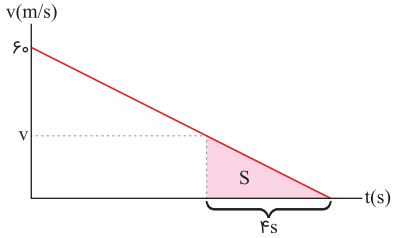
$$V_{av(۱\to ۴s)} = \tan\alpha_۲ = \frac{x_۰ - x_۱}{۴ - ۱} = \frac{\Delta x}{۳}$$

$$|V_{av(۰\to ۳s)}| = |V_{av(۱\to ۴s)}|$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۷۴ گزینه ۱

از نمودار سرعت- زمان استفاده می‌کنیم:



$$S = ۳۲ \Rightarrow \frac{v \times ۴}{۲} = ۳۲ \Rightarrow v = ۱۶\ m/s$$

با تشابه مثلث رنگی و مثلث بزرگ، مساحت مثلث بزرگ که مسافت هواپیما روی باند است به دست می‌آید، توجه کنید که نسبت مساحت‌های دو مثلث با توان دوم نسبت اضلاع رابطه مستقیم دارد. پس داریم:

$$\frac{S}{S_{کل}} = \left(\frac{v}{۶۰}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۳۲}{S_{کل}} = \left(\frac{۱۶}{۶۰}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۳۲}{S_{کل}} = \left(\frac{۴}{۱۵}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۳۲}{S_{کل}} = \frac{۱۶}{۲۲۵} \Rightarrow S_{کل} = ۴۵۰\ m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۲