

گام اول

الف) انرژی جنبشی یک دنده ۴۰ کیلوگرمی با انرژی جنبشی یک گلوله ۱۰۰ گرمی برابر است ← $K_1 = K_2$ ، $\begin{cases} m_1 = 40 \text{ kg} \\ m_2 = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg} \end{cases}$ ،
 ب) بزرگی تکانه دنده چندبرابر بزرگی تکانه گلوله است. ← $\frac{p_1}{p_2} = ?$

گام دوم

ابتدا با استفاده از داده مسئله یعنی $K_1 = K_2$ نسبت سرعت دنده به سرعت گلوله را به دست آورده تا در نهایت، نسبت بزرگی تکانه آنها را بیابیم:

$$K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow 40 \times v_1^2 = \frac{1}{10} \times v_2^2 \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 = \frac{1}{400} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} = \frac{40}{0.1} \times \frac{1}{20} = 20$$

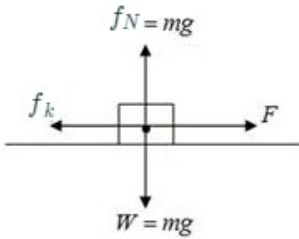
گام اول

الف) جسمی به جرم 6 kg ← 6 kg $m = 6 \text{ kg}$

ب) اگر به جسم نیروی افقی 24 N وارد کنیم، شتاب حرکت 3 m/s^2 می‌شود ← $a = 3 \text{ m/s}^2$ ، $F = 24 \text{ N}$
 ج) ضریب اصطکاک لغزشی بین سطح و جسم کدام است؟ ← $\mu_k = ?$

گام دوم

باتوجه به نیروهای وارد بر جسم و استفاده از قانون دوم نیوتن، نیروی عمودی تکیه‌گاه و ضریب اصطکاک را به دست می‌آوریم:



مؤلفه y برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است، بنابراین:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow f_N - mg = 0 \Rightarrow f_N = mg$$

با به‌کارگیری قانون دوم نیوتن در راستای x داریم:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \\ f_k = \mu_k f_N \\ f_N = mg \end{cases} \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 24 - \mu_k \times 6 \times 10 = 6 \times 3 \Rightarrow \mu_k = 0/1$$

گام اول

دونبروی $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ و \vec{F}_2 به جسم $1/5 \text{ kg}$ اثر می‌کند: ← $m = 1/5 \text{ kg}$

گام دوم

باتوجه به رابطه $\vec{F}_{eq} = m\vec{a}$ ، برآیند نیروها را حساب می‌کنیم:

$$\vec{F}_{eq} = m\vec{a} = 1/5 (2\vec{i} - 4\vec{j}) = 2/5\vec{i} - 4/5\vec{j}$$

با توجه به اینکه برآیند نیروها، جمع مؤلفه‌های x و y است، نیروی \vec{F}_2 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{eq} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ \vec{F}_2 &= \vec{F}_{2x}\vec{i} + \vec{F}_{2y}\vec{j} \\ \Rightarrow 2/5\vec{i} - 4/5\vec{j} &= 2\vec{i} - 5\vec{j} + F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j} \\ \Rightarrow 2/5\vec{i} - 4/5\vec{j} &= (2 + F_{2x})\vec{i} + (-5 + F_{2y})\vec{j} \\ \Rightarrow \begin{cases} 2/5 = 2 + F_{2x} \Rightarrow F_{2x} = -8/5 \\ -4/5 = -5 + F_{2y} \Rightarrow F_{2y} = -21/5 \end{cases} &\Rightarrow \vec{F}_2 = -8/5\vec{i} - 21/5\vec{j} \end{aligned}$$

نیروهای وارد بر جسم بزرگتر را رسم کرده و قانون دوم نیوتن را برای این جسم می‌نویسیم و هر دو جرم را برحسب M در نظر می‌گیریم:

$$F - f_{k_1} - f_{k_2} = Ma$$

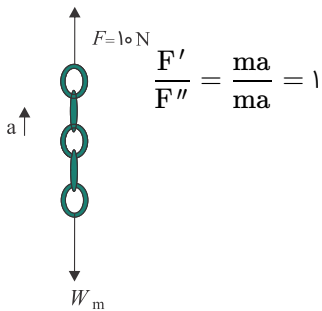
$$\Rightarrow F - \mu_k \left(M + \frac{M}{\gamma} \right) g - \mu_k \frac{M}{\gamma} g = Ma$$

$$\Rightarrow F - \mu_k M g - \mu_k \frac{M}{\gamma} g - \mu_k \frac{M}{\gamma} g = Ma$$

$$\Rightarrow F - 2\mu_k M g = Ma \Rightarrow F = M(a + 2\mu_k g)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

باتوجه به قانون دوم نیوتن و اینکه شتاب دستگاه و هر زنجیره باهم برابر است، داریم:



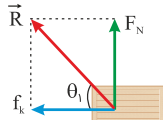
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

راه حل اول: در حالت اول چون سرعت جسم ثابت است، پس $f_k = F_1 = 10\text{N}$ است.

$$F_N = F_v + mg = 10 + 40 = 50\text{N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$$

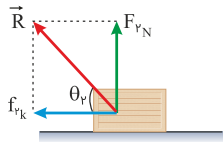
$$\tan \theta_1 = \frac{50}{10} = 5$$



$$F_{vN} = mg - F_v = 40 - 10 = 30\text{N}$$

$$f_{vk} = \mu_k F_{vN} = \frac{1}{5} \times 30\text{N} = 6\text{N}$$

$$\tan \theta_v = \frac{F_{vN}}{f_{vk}} = \frac{30}{6} = 5$$



چون $\tan \theta_v = \tan \theta_1 < 90^\circ$ است، پس $\theta_v = \theta_1$ است.

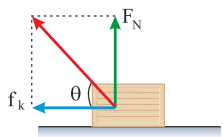
راه حل دوم: اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند را از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$$

است پس داریم: $f_k = \mu_k F_N$

$$R = F_N \sqrt{1 + \mu_k^2} \Rightarrow \frac{R}{F_N} = \sqrt{1 + \mu_k^2}$$

در شکل زیر $\sin \theta = \frac{F_N}{R} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_k^2}}$ است، پس تا زمانی که μ_k تغییر نکند زاویه بین نیروی سطح و f_k یا همان سطح افقی تغییر نمی‌کند؛ پس $\theta_1 = \theta_v$ است.



روش اول:

$$F_1 = k_1 x_1 \Rightarrow F_1 = 100 \times 0.02 = 2 \text{ N}$$

$$\frac{F_1}{m} = \frac{F_2}{m + m} \Rightarrow F_2 = 4 \text{ N}$$

$$F_2 = k_2 x_2 \Rightarrow 4 = 200 x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{2}{100} m = 2 \text{ cm}$$

روش دوم:

قانون دوم نیوتن را برای هر یک از جسم‌ها و نیز برای کل مجموعه می‌نویسیم:

$$\sum F = ma \Rightarrow k_1 x_1 - \mu mg = ma \Rightarrow 100 \times 0.02 - 0.15 \times m \times 10 = m \times 0.5 \Rightarrow m = 1 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \text{برای کل: } \sum F = ma &\Rightarrow k_2 x_2 - \mu(m + m)g = (m + m)a \\ &\Rightarrow 200 x_2 - (0.15 \times 2 \times 10) = 2 \times 0.5 \\ &\Rightarrow 200 x_2 - 3 = 1 \Rightarrow x_2 = \frac{4}{200} m = 2 \text{ cm} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

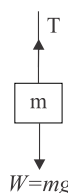
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۹

گام اول

الف) اگر اندازه نیروی کشش نخ $\frac{1}{3}$ وزن جسم باشد $\leftarrow T = \frac{W}{3}$
 ب) اندازه شتاب حرکت جسم چند برابر شتاب گرانش است؟ $\leftarrow \frac{|a|}{g} = ?$

گام دوم

کافی است نیروهای وارد بر جسم m را رسم کرده و با استفاده از قانون دوم نیوتن شتاب آن را به دست آوریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow W - T = ma \xrightarrow{T = \frac{W}{3}} mg - \frac{mg}{3} = ma \Rightarrow a = \frac{2g}{3}$$


گام اول

الف) گلوله‌ای به جرم $۲۰۰\text{ g} \leftarrow ۰/۲\text{ kg}$ $m = ۲۰۰\text{ g}$

ب) از ارتفاع ۳۵ m متری سطح زمین $y_0 = ۳۵\text{ m}$

ج) با سرعت اولیه ۳۰ m/s $v_0 = ۳۰\text{ m/s}$

د) تحت زاویه ۳۷° نسبت به افق روبه‌بالا پرتاب می‌شود. $\alpha = ۳۷^\circ$

ه) بردار تغییر تکانه گلوله در این مدت در SI، کدام است؟ $\Delta \vec{P} = ?$

گام دوم

برداری تغییر تکانه گلوله برابر است با:

$$\Delta \vec{P} = m\Delta \vec{v} = m(\Delta v_x \vec{i} + \Delta v_y \vec{j})$$

در حرکت پرتابی سرعت در راستای افقی (v_x) ثابت است ($\Delta v_x = 0$)؛ بنابراین داریم:

$$\Delta \vec{P} = m\Delta v_y \vec{j}$$

کافی است تغییرات سرعت در راستای عمودی را محاسبه کنیم:

$$v_{oy} = v_0 \sin \alpha = ۳۰ \times \sin ۳۷ = ۳۰ \times ۰/۶ = ۱۸\text{ m/s}$$

$$v_y^f - v_{oy}^i = -g\Delta y \Rightarrow v_y^f = -g \times ۱۰ + ۱۸ = -۱۰\text{ m/s}$$

جهت سرعت در لحظه برخورد به زمین روبه‌پایین است بنابراین:

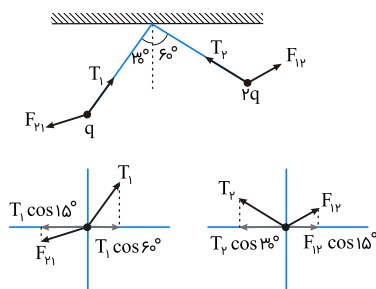
$$v_y = -۱۰\text{ m/s}$$

علامت منفی برای سرعت مدنظر قرار می‌دهیم، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\Delta v_y = -۱۰ - ۱۸ = -۲۸$$

$$\Delta \vec{P} = ۲ \times -۲۸ \vec{j} = -۵۶ \vec{j}$$

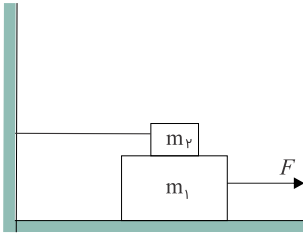
نیروی الکتریکی وارد بر هر گلوله را مشخص کرده و چون دو آونگ، در حالت تعادل قرار دارند، نیروها را در راستای افق تجزیه کرده و برابر هم قرار می‌دهیم:



$$\begin{cases} F_{11} \cos 15^\circ = T_1 \cos 60^\circ \\ F_{12} \cos 15^\circ = T_2 \cos 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{11} \times \cos 15^\circ = T_1 \times \frac{1}{2} \\ F_{12} \times \cos 15^\circ = T_2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \xrightarrow{F_{12}=F_{11}} \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{3}$$

گام اول

- الف) اصطکاک سطح افقی با وزن m_1 ناچیز است $\leftarrow f_{1k} = 0$
 ب) نیروی F حداقل باید ۱۲ نیوتن باشد تا وزن m_1 به حرکت درآید $\leftarrow F = 12\text{ N}$
 ج) نیروی افقی F حداکثر چند نیوتن می‌تواند باشد؟ $\leftarrow F_{\max} = ?$
 د) تا وزنه‌ها نسبت به هم نلغزند $\leftarrow a_1 = a_2$



گام دوم

در حالت اول (قبل از باز شدن نخ)، به جرم m_1 دو نیرو وارد می‌شود. نیروی ۱۲ نیوتنی و نیروی اصطکاک ایستایی که از جسم m_2 به m_1 وارد می‌شود. از آنجاکه جسم در آستانه حرکت است، داریم:

$$\sum F = 0 \Rightarrow F - f_{fs \max} = 0 \Rightarrow f_{fs \max} = 12\text{ N}$$

در حالت دوم (بعد از باز شدن نخ)، نیرویی که باعث می‌شود جسم m_2 بر روی m_1 نلغزد برابر $f_{fs \max}$ است. ابتدا در این حالت شتاب جسم m_2 را به دست می‌آوریم و باتوجه به اینکه $a_1 = a_2$ است، قانون دوم نیوتن را برای جسم m_1 می‌نویسیم تا اندازه نیروی F_{\max} به دست آید:

$$\begin{cases} \sum F_{\nu} = m_{\nu} a_{\nu} \\ \sum F_{\nu} = f_{fs \max} = 12\text{ N} \end{cases} \Rightarrow 12 = 6 \times a_{\nu} \Rightarrow a_{\nu} = 2\text{ m/s}^2$$

$$\begin{cases} \sum F_1 = m_1 a_1 \\ a_1 = a_2 = 2\text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow F_{\max} - f_{fs \max} = m_1 a_1 \Rightarrow F_{\max} - 12 = 6 \times 2 \Rightarrow F_{\max} = 24\text{ N}$$

گام اول

الف) ماهواره A در جهت حرکت وضعی زمین طوری به دور زمین می‌چرخد که در هر شبانه‌روز فقط یک بار در یک زمان معین به وسیله ناظری ساکن در سطح زمین رؤیت می‌شود $\leftarrow T_A = 24\text{ h}$

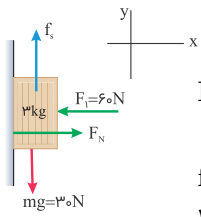
- ب) اگر شعاع گردش ماهواره B، ۹ برابر شعاع مدار ماهواره A باشد $\leftarrow \frac{r_B}{r_A} = 9$
 ج) دوره گردش ماهواره A و B به دور زمین چند ساعت است؟ $\leftarrow T_A = ?$, $T_B = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه $T^2 \propto r^3$ داریم:

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{\sqrt{r_B^3}}{\sqrt{r_A^3}} \Rightarrow \frac{T_B}{24} = \sqrt{(9)^3} \Rightarrow \frac{T_B}{24} = 27 \Rightarrow T_B = 24 \times 27 = 648\text{ h}$$

در حالت اول که نیروی F_1 به جسم وارد می‌شود و جسم ساکن است، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. پس:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{در راستای } x : F_N = F_1 = 60 \text{ N} \\ \text{در راستای } y : f_s = mg = 30 \text{ N} \end{cases}$$

با وارد شدن نیروی F_2 به جسم، چون $F_2 > mg$ است جهت نیروی اصطکاک قرینه می‌شود. با توجه به اینکه در حالت اول $f_s = 30 \text{ N}$ بوده است و نیروی عمودی سطح و جنس دو سطح تغییر نکرده است، پس بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی بزرگ‌تر یا مساوی 30 N است.

پس در حالت دوم اگر فرض کنیم که جسم ساکن است، بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{در راستای } x : F_N = F_1 = 60 \text{ N} \\ \text{در راستای } y : F_2 = mg + f_s \end{cases}$$

$$\Rightarrow 55 = 30 + f_s \Rightarrow f_s = 25 \text{ N}$$

چون f_s در این حالت از $f_s = 30 \text{ N}$ در حالت اول کمتر است، پس فرض ساکن ماندن جسم درست است. بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم در این حالت $f_s = 25 \text{ N}$ است. نیروی سطح وارد بر جسم در این حالت برابر است با:

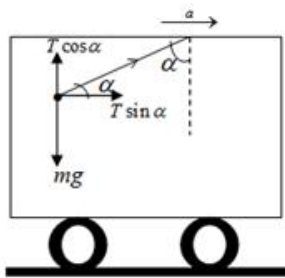
$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{60^2 + 25^2} = \sqrt{(5 \times 12)^2 + (5 \times 5)^2} = 5\sqrt{12^2 + 5^2} = 5 \times 13 = 65 \text{ N}$$

گام اول

الف) وزنه‌ای به جرم $۲۰۰g = ۰/۲kg$ ← $m = ۲۰۰g$
 ب) اتومبیل با شتاب ثابت $۷/۵m/s^2$ در حال حرکت است ← $a = ۷/۵m/s^2$
 ج) کشش نخ چند نیوتن است؟ ← $T = ?$

گام دوم

باتوجه به شکل، با حرکت اتومبیل، نخ متصل به گلوله با راستای قائم زاویه α ساخته و ثابت می‌ماند. گلوله تحت اثر دو نیروی $W = mg$ و کشش نخ T است و همراه اتومبیل با شتاب ثابت a حرکت می‌کند. طبق قانون دوم نیوتن این شتاب باید توسط نیرویی ایجاد شده باشد، (باتوجه به شکل) $T \sin \alpha$ این شتاب را در راستای افق ایجاد کرده است. اما جسم در راستای قائم حرکتی ندارد پس برآیند نیروهای وارد بر آن در راستای قائم صفر است. بنابراین:



$$\begin{cases} \sum F_x = ma \Rightarrow T \sin \alpha = ma \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \alpha - mg = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = mg \end{cases}$$

حال کافی است دو رابطه را بر هم تقسیم کنیم تا زاویه α را به دست آوریم:

$$\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{ma}{mg} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{a}{g} = \frac{۷/۵}{۱۰} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow \alpha = ۳۷^\circ$$

اگر در رابطه‌ای که برآیند نیروها را در راستای قائم نوشتیم، مقدار α را قرار دهیم، مقدار T به دست خواهد آمد:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = mg \Rightarrow T \times 0/8 = 0/2 \times 10 \Rightarrow T = ۲/۵N$$

$$\left. \begin{aligned} & m(g - a) = k\Delta L \\ & \Rightarrow 5(10 - 2) = 200(L_1 - L_0) \\ & \text{حرکت آسانسور با شتاب } 1 \text{ m/s}^2 \text{ کند شونده رو به پایین (a رو به بالاست)} \\ & m(g + a) = k\Delta L \Rightarrow 5(10 + 1) = 200(L_2 - L_0) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & L_1 - L_0 = 0/2 \Rightarrow L_1 = 0/2 + L_0 \\ & \Rightarrow L_2 - L_0 = 0/275 \Rightarrow L_2 = 0/275 + L_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow L_2 - L_1 = 0/075 \text{ m} = 7/5 \text{ cm}$$

گام اول

الف) در نقطه‌ای که فاصله‌اش تا سطح زمین n برابر شعاع زمین است. $h = nR_e \leftarrow$

ب) شتاب گرانش، $\frac{1}{4}$ شتاب گرانش در روی زمین است. $\frac{g_h}{g} = \frac{1}{4} \leftarrow$

ج) n کدام است؟ $\leftarrow n = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه شتاب گرانش در فاصله r از سطح زمین ($g = G \frac{M_e}{r^2}$) داریم:

$$\begin{cases} r = R_e \Rightarrow g = G \frac{M_e}{R_e^2} \\ r' = R_e + h \Rightarrow g_h = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_h}{g} = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \cdot \frac{R_e^2}{GM_e} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{R_e^2}{(R_e + nR_e)^2}$$

$$\xrightarrow{h=nR_e} \frac{1}{4} = \frac{R_e^2}{R_e^2(1+n)^2} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{(1+n)^2} \Rightarrow 1+n = 2 \Rightarrow n = 1$$

گزینه ۲

چون وزنه متصل به فنر با شتاب ثابت a حرکت می‌کند، می‌توان گفت که نیروی کشسانی فنر برابر با نیروی برآیند وارد بر وزنه است:

$$F_e = F \Rightarrow kx = ma \Rightarrow k \times (140 - 136) = 2 \times 2 \Rightarrow k = 1 \text{ N/cm}$$

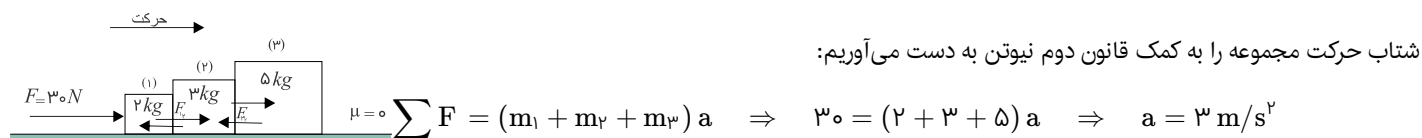
گام اول

الف) برآیند نیروهای وارد بر جسم ۳ کیلوگرمی چند نیوتون است؟ ← $F_{eq3} = ?$

ب) سطح افقی بدون اصطکاک ← $\mu_k = 0$

گام دوم

ابتدا شتاب جسم 3 kg را به دست می‌آوریم و سپس برآیند نیروی وارد بر آن را محاسبه می‌کنیم. مطابق شکل، به جسم ۳ کیلوگرمی دنیرو وارد می‌شود. یکی از جسم ۲ کیلوگرمی و دیگری از جسم ۵ کیلوگرمی.



نیروی F ، نیروی وارد شده به هر سه جسم است و این سه جسم باهم حرکت می‌کنند و دارای شتاب یکسانی هستند، بنابراین شتاب جسم سه کیلوگرمی نیز برابر با 3 m/s^2 است.

حال جرم و شتاب جسم را داریم و می‌توانیم نیروی وارد بر آن را محاسبه کنیم:

$$\begin{cases} F_{eq3} = ma \\ m = 3 \text{ kg} \Rightarrow F_{eq3} = 3 \times 3 = 9 \text{ (N)} \\ a = 3 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

گام اول

الف) سیاره‌ای که شعاع آن نصف شعاع زمین ← $R_{سیاره} = \frac{1}{2} R_{زمین}$

ب) جرم سیاره $\frac{1}{4}$ جرم کره زمین ← $M_{سیاره} = \frac{1}{4} M_{زمین}$

ج) شتاب گرانی در سطح سیاره، چندبرابر شتاب گرانی در سطح کره زمین خواهد شد؟ ← $\frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه زیر داریم:

$$g = G \frac{M}{r^2} \Rightarrow \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{M_{سیاره}}{M_{زمین}} \times \left(\frac{R_{زمین}}{R_{سیاره}} \right)^2 = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$$

گام اول

الف) نیروی مرکزگرایی ماهواره $\frac{1}{16}$ وزن ماهواره $\leftarrow F_{\text{مرکزگرا}} = \frac{1}{16}W$
 ب) ارتفاع h چندبرابر شعاع زمین است؟ $\leftarrow \frac{h}{R_e} = ?$

گام دوم

می‌دانیم نیروی مرکزگرایی ماهواره همان وزن ماهواره و شتاب آن برابر با شتاب گرانشی در آن ارتفاع است، پس $\frac{g_h}{g_e} = \frac{1}{16}$ است.

حال با استفاده از رابطه $g = G \frac{M_e}{r^2}$ نسبت $\frac{h}{R_e}$ را به دست می‌آوریم (برای این منظور باید نسبت شتاب جاذبه در ارتفاع h را به شتاب جاذبه در روی زمین محاسبه کنیم):

$$\begin{cases} g_h = G \frac{M_e}{(R_e + h)^2} \\ g_e = G \frac{M_e}{R_e^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_h}{g_e} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{G \frac{M_e}{(R_e + h)^2}}{G \frac{M_e}{R_e^2}} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{R_e}{R_e + h} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4R_e = R_e + h \Rightarrow \frac{h}{R_e} = 3$$

گام اول

الف) یک جسم 400 گرمی $\leftarrow m = 400g = 0.4kg$

ب) در لحظه $t = 2s$ اندازه سرعت جسم چند متر بر ثانیه است؟ $\leftarrow v_{(t=2)}$

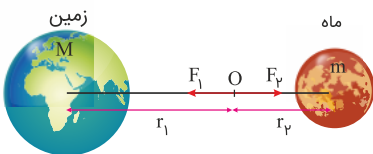
گام دوم

با توجه به رابطه $\vec{p} = m\vec{v}$ ابتدا در لحظه $t = 2s$ بردار سرعت و سپس اندازه آن را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{p} = 6t\vec{i} + 4t^2\vec{j} \xrightarrow{t=2s} \vec{p} = 12\vec{i} + 16\vec{j} \xrightarrow{\vec{p}=m\vec{v}} 12\vec{i} + 16\vec{j} = 0.4 \times \vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = 30\vec{i} + 40\vec{j} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(30)^2 + (40)^2} = 50 \text{ m/s}$$

نقطه مطرح شده در صورت سؤال که در آن نیروهای گرانشی زمین و ماه باهم مساوی هستند را مطابق شکل زیر نقطه O فرض می‌کنیم:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow G \frac{Mm'}{r_1^2} = G \frac{mm'}{r_2^2}$$

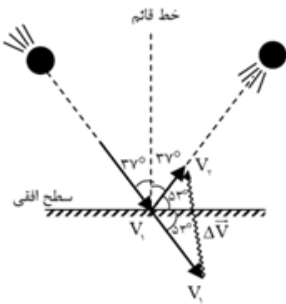
$$\Rightarrow \frac{81m}{r_1^2} = \frac{m}{r_2^2} \Rightarrow r_1 = 9r_2$$

گام اول

الف) توپی به جرم $5\text{ kg} \leftarrow m = 5\text{ kg}$ ب) با سرعت $10\text{ m/s} \leftarrow v_1 = 10\text{ m/s}$ ج) با سرعت 8 m/s تحت زاویه 37° درجه نسبت به خط قائم برمی‌گردد. $v_2 = 8\text{ m/s}$ د) زمان برخورد 0.1 s ثانیه باشد. $\Delta t = 0.1\text{ s}$

گام دوم

مطابق شکل، ابتدا تغییرات سرعت در این مدت‌زمان را حساب کرده و به کمک رابطه‌های $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ ، $\Delta \vec{P} = m \Delta \vec{V}$ ، متوسط نیروی وارد بر توپ را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} |\Delta \vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos(\omega_{37^\circ} + \omega_{53^\circ})} \\ \cos 2 \times \omega_{37^\circ} = 2 \cos^2 \omega_{37^\circ} - 1 = 2 \times (0.6)^2 - 1 = -\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow |\Delta \vec{v}| = \sqrt{(10)^2 + (8)^2 - \left(2 \times 10 \times 8 \times -\frac{2}{5}\right)} = \sqrt{\frac{1044}{5}} \text{ m/s}$$

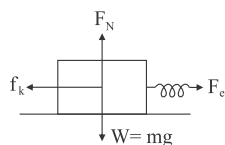
$$\begin{cases} \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \\ \Delta \vec{P} = m \Delta \vec{v} \end{cases} \Rightarrow |\vec{F}| \Delta t = m |\Delta \vec{v}| \Rightarrow |\vec{F}| = \frac{5 \times \sqrt{\frac{1044}{5}}}{0.1} = 600\sqrt{145} \text{ N}$$

گام اول

- الف) فنری با ثابت $k = 50 \text{ N/m} \leftarrow 50 \text{ N/m}$
- ب) به وزنه‌ای به جرم 5 kg بسته‌ایم $\leftarrow m = 5 \text{ kg}$
- ج) آن را با سرعت ثابت روی سطح افقی می‌کشیم $\leftarrow a = 0$
- د) 10 سانتی‌متر افزایش طول پیدا کند $\leftarrow x = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$
- ه) ضریب اصطکاک جنبشی چقدر است؟ $\leftarrow \mu_k = ?$

گام دوم

برای به دست آوردن μ_k باید F_N و f_k را به دست بیاوریم. قانون دوم نیوتون را در راستای افقی و قائم نوشته و در نهایت ضریب اصطکاک جنبشی را محاسبه می‌کنیم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 5 \times 10 = 50 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_e - f_k = 0 \Rightarrow F_e = f_k \quad (*)$$

$$\begin{cases} f_k = \mu_k \cdot F_N \\ F_e = k \cdot x \end{cases} \xrightarrow{(*)} kx = \mu_k \cdot F_N \Rightarrow 50 \times 0.1 = \mu_k \times 50 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

گام اول

الف) ماهواره‌ای به جرم $250 \text{ kg} \leftarrow 250 \text{ kg}$: جرم ماهواره

ب) فاصله ماهواره از سطح زمین $1600 \text{ km} \leftarrow 1600 \text{ km}$

ج) انرژی جنبشی ماهواره چند گیگاژول است؟ \leftarrow گیگاژول؟ $K = \frac{1}{2}mv^2$

گام دوم

ماهواره‌ای در ارتفاع h از سطح زمین در حال چرخش است و فاصله آن از مرکز زمین r می‌باشد:

$$r = R_e + h \Rightarrow r = 6400 + 1600 = r = 8000 \text{ km}$$

نیروی گرانش بین ماهواره و زمین همان نیروی مرکزگرا است؛ پس داریم:

$$\begin{cases} F = \frac{GmM_e}{r^2} \\ F = m\frac{v^2}{r} \end{cases} \xrightarrow{\text{جرم ماهواره } m} \frac{GM_e}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{GM_e}{r} = v^2 \quad (1)$$

می‌دانیم با فاصله گرفتن از سطح زمین، شتاب گرانش زمین کاهش یافته و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$g_h = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2}$$

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2} \Rightarrow GM_e = gR_e^2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{gR_e^2}{r} = v^2 \quad (3)$$

انرژی جنبشی از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می‌آید، که در آن مقدار v^2 را از رابطه (۳) قرار می‌دهیم، داریم:

$$K = \frac{1}{2}m\frac{gR_e^2}{r} = \frac{1}{2} \times 250 \times \frac{10 \times (6400 \times 10^3)^2}{8000 \times 10^3} = 125 \times \frac{10 \times 64 \times 64 \times 10^{10}}{8 \times 10^6}$$

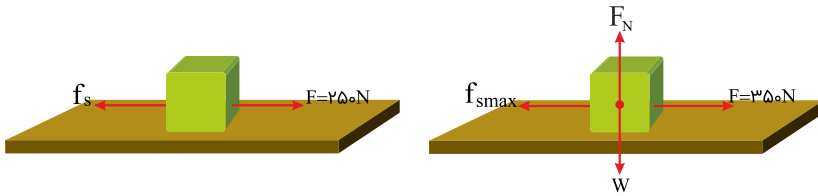
$$\Rightarrow K = \frac{125 \times 8 \times 64 \times 10^{11}}{10^6} = \frac{64 \times 10^{14}}{10^6} = 64 \times 10^8 = 6/4 \times 10^9 \text{ J} = 6/4 \text{ GJ}$$

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، داریم:

$$W_{\text{جس}} = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{f_k} + \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{F_N}} = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$\Rightarrow F \cos 37^\circ \cdot d + f_k \cdot d \cos 180^\circ = \frac{1}{2} \times 4(4^2 - 0)$$

$$\Rightarrow 40 \times 0/8 \times 1/6 - f_k \times 1/6 = 32 \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$



$$f_s = F = 250 \text{ N}$$

$$\left. \begin{aligned} f_{s \max} &= F = 350 \text{ N} \\ f_{s \max} &= \mu_s W \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mu_s \times 500 = 350 \Rightarrow \mu_s = 0.7$$

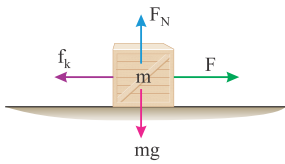
نکته: نیروی اصطکاک ایستایی f_s فرمول ندارد و اندازه آن با نیروی محرک برابر است. نیروی اصطکاک آستانه حرکت $f_{s \max}$ هم فرمول دارد و هم اندازه آن با نیروی محرک برابر است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول: شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 3 = 4a \Rightarrow a = \frac{3}{4} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و از قانون دوم نیوتون f_k را به دست می‌آوریم:

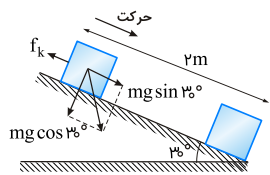


$$F - f_k = ma \Rightarrow 177 - f_k = 36 \times \frac{3}{4} \Rightarrow f_k = 150 \text{ N}$$

گام سوم: حال نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند یعنی برآیند نیروهای اصطکاک و عمودی سطح را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} R &= \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \\ F_N &= mg = 360 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = \sqrt{(150)^2 + (360)^2} = 390 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰



سرعت ثابت است؛ پس طبق قانون دوم نیوتن داریم:

$$\sum F = 0 \Rightarrow f_k = mg \sin 30^\circ \Rightarrow f_k = 2 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ N}$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos \theta = 10 \times 2 \times \cos 180^\circ = -20 \text{ J}$$

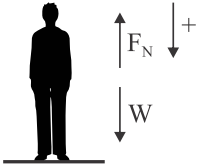
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

گام اول

الف) شخصی به وزن 600N ← $W = 600\text{N}$
 ب) ترازو عدد 480N را نشان می‌دهد. ← $f_N = 480\text{N}$
 ج) شتاب آسانسور چند متر بر مجذور ثانیه و به کدام جهت است؟ ← $a = ?$

گام دوم

از آنجاکه شتاب شخص با شتاب آسانسور برابر است، شتاب شخص را با استفاده از قانون دوم نیوتن به دست می‌آوریم (جهت مثبت را روبه پایین در نظر می‌گیریم).



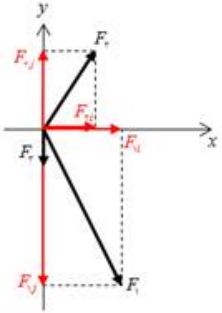
$$\begin{cases} \sum F = ma \\ W = 600\text{N} \Rightarrow m = 60\text{kg} \end{cases} \Rightarrow W - f_N = ma \Rightarrow 600 - 480 = 60 \times a \Rightarrow a = \frac{120}{60} = +2\text{m/s}^2$$

بنابراین آسانسور با شتاب 2m/s^2 و هم‌جهت با جهت در نظر گرفته‌شده؛ یعنی رو به پایین در حال حرکت است.

گام اول

الف) وزنه‌ای به جرم $m = 5 \text{ kg} \leftarrow 5 \text{ kg}$ ب) بزرگی شتاب حاصل از این نیروها چند متر بر مربع ثانیه است؟ $\leftarrow |\vec{a}| = ?$

گام دوم

برای فهم بهتر مسئله بردارهای نیرو را روی محورهای مختصات x و y تجزیه می‌کنیم. بزرگی برآیند نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} |\vec{F}_x| = |\vec{F}_{1i} + \vec{F}_{2i}| = 30 \text{ N} \\ |\vec{F}_y| = |\vec{F}_{1j} - \vec{F}_{2j}| = 40 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow |\vec{F}_{\text{eq}}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ N}$$

باتوجه به رابطه $|\vec{F}| = m|\vec{a}|$ ، بزرگی شتاب حاصل از برآیند نیروها را برابر است با:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{50}{5} = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\uparrow N = mg + ma = 50 + 10 = 60 \text{ N}$$

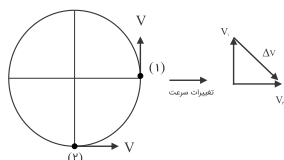
$$\downarrow N' = mg - ma = 50 - 10 = 40 \text{ N}$$

$$N - N' = 60 - 40 = 20 \text{ N}$$

نکته: وقتی بردار شتاب آسانسور رو به بالاست علامت آن مثبت و وقتی رو به پایین است علامت آن منفی است. به‌طورکلی نیرویی که از کف آسانسور به جسم وارد می‌شود برابر وزن ظاهری جسم بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = mg \pm ma$$

مطابق شکل، ابتدا تغییرات سرعت را به دست می آوریم و سپس در رابطه $|\Delta p| = m |\Delta v|$ جایگذاری می کنیم تا اندازه تغییر تکانه در این مسیر به دست آید:



$$v_1 = v_2 = v$$

$$|\Delta v| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2} = v\sqrt{2}$$

$$|\Delta p| = m |\Delta v| \Rightarrow |\Delta p| = \sqrt{2}mv$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

گام اول

الف) جسمی به جرم ۵۰ گرم $m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}$ ←

ب) از ارتفاع ۶۰ متری رها می شود $h = 60 \text{ m}$, $v_0 = 0$ ←

ج) در لحظه ای، سرعت آن به 14 m/s می رسد $v_1 = 14 \text{ m/s}$ ←

د) یک ثانیه پس از آن، سرعت جسم به 23 m/s می رسد $v_2 = 23 \text{ m/s}$ ←

ه) تغییر تکانه جسم در این یک ثانیه چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ $\Delta p = ? \text{ kg.m/s}$ ←

گام دوم

با استفاده از رابطه $\Delta p = m\Delta v$ ، تغییر تکانه را در این بازه به دست می آوریم:

$$\Delta p = m\Delta v = \frac{5}{100} (23 - 14) = \frac{9}{20} \text{ kg.m/s}$$

$$F = 24 \text{ N}$$

$$\begin{cases} F - mg = ma \\ mg = 2 \times 10 = 20 \text{ N} \Rightarrow 24 - 20 = 2a \Rightarrow 4 = 2a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2 \\ F = 24 \text{ N} \end{cases}$$

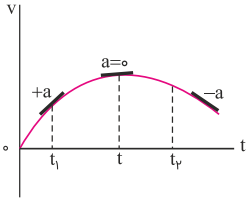
پس جهت شتاب جسم روبه بالا است. از طرفی کار برابر است با حاصل ضرب F و d . باتوجه به اینکه F ثابت است، اندازه کار با جابه جایی متناسب است. حال به بررسی حالت های مختلف می پردازیم:

الف) اگر ابتدا جسم ساکن باشد یا به طرف بالا در حرکت باشد، حرکت جسم تندشونده می شود و در ثانیه های متوالی جابه جایی جسم افزایش پیدا می کند در نتیجه اندازه کار F نیز افزایش پیدا می کند.

ب) در صورتی که ابتدا جهت حرکت جسم روبه پایین باشد، حرکت جسم کندشونده می شود اما بعد از توقف جسم دوباره حرکتش روبه بالا و تندشونده می شود، پس در ثانیه های متوالی، جابه جایی جسم تا توقف کم می شود و بعد از توقف زیاد می شود؛ بنابراین اندازه کار نیروی F ابتدا کاهش و بعد افزایش پیدا می کند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر با شتاب حرکت است و تغییرات نیروی خالص تابع تغییرات شتاب متحرک است. ($F = ma$)
از t_1 تا t اندازه شتاب در حال کاهش و از t تا t_2 اندازه شتاب در حال افزایش است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۸

گام اول

الف) فقط دو نیروی $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 6\vec{j}$ و \vec{F}_2 بر ذره‌ای وارد می‌شوند $\leftarrow \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$
ب) این ذره با سرعت ثابت $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ حرکت می‌کند. $\leftarrow \vec{a} = 0$
ج) در این حالت نیروی \vec{F}_2 کدام است؟ $\leftarrow \vec{F}_2 = ?$

گام دوم

چون شتاب حرکت صفر است بنابراین طبق قانون دوم نیوتن داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{a} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \sum \vec{F} = m \times 0 = 0$$

بنابراین کافی است برآیند دو نیروی وارد بر جسم صفر شود:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow 2\vec{i} - 6\vec{j} + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{F}_2 = -2\vec{i} + 6\vec{j}$$

گام اول

الف) جسم از حال سکون $v_0 = 0$ ←

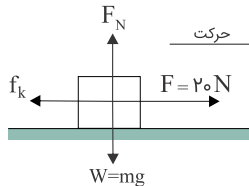
ب) تحت نیروی ثابت ← شتاب ثابت

ج) بعد از ۳ ثانیه نخ بسته شده به جسم پاره می شود ← $t = 3s$ ، تنها نیرویی که به جسم وارد می شود از این به بعد، نیروی اصطکاک است.د) کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظه ایستادن طی می کند چند متر است؟ ← $v = 0, \Delta x = ?$

گام دوم

حرکت جسم از دو بخش تشکیل شده است. بخش اول حرکت با شتاب ثابت تحت تأثیر نیروهای $F = 20N$ و نیروی اصطکاک و بخش دوم، حرکت با شتاب ثابت (کند شونده) تحت تأثیر نیروی اصطکاک. پس باید مقدار مسافت طی شده در هر بخش را با استفاده از معادله مکان آن به دست آوریم:

بخش اول

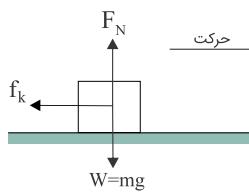


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 4 \times 10 = 40N$$

$$\sum F_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k \cdot F_N} 20 - \frac{3}{10} \times 40 = 4 \times a \Rightarrow a = 2m/s^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times 2 \times (3)^2 + 0 = 9m$$

بخش دوم) ابتدا سرعت در لحظه $t = 3s$ ، (لحظه اولیه بخش دوم) را به دست آورده و در نهایت شتاب و جابه جایی را محاسبه می کنیم:



$$v_0' = at + v_0 \rightarrow v_0' = 2 \times 3 + 0 = 6m/s$$

$$\sum F_x' = ma' \Rightarrow 0 - f_k = ma' \Rightarrow -\frac{3}{10} \times 40 = 4 \times a' \Rightarrow a' = -3m/s^2$$

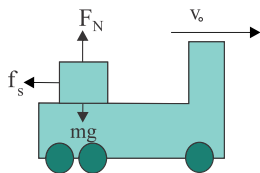
با توجه به معادله مستقل از زمان داریم:

$$v^2 - v_0'^2 = 2a'\Delta x' \Rightarrow 0 - (6)^2 = 2 \times -3 \times \Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 6m$$

در نهایت جابه جایی کل برابر است با:

$$\Delta x_T = \Delta x + \Delta x' = 9 + 6 = 15m$$

حداقل مسافتی که کامیون می‌تواند برای توقف طی کند معادل است با حداکثر شتابی که برای توقف می‌تواند داشته باشد به طوری که جعبه نلغزد. به این ترتیب جعبه در آستانه حرکت قرار می‌گیرد اما حرکتی ندارد. در این حالت شتاب جعبه همان شتاب حداکثری کامیون در موقع متوقف شدن، است. شکل زیر نیروهای وارد بر جعبه را نشان می‌دهد:



قانون دوم نیوتن را برای جعبه می‌نویسیم:

$$f_{s_{\max}} = ma_{\max} \Rightarrow \mu_s F_N = ma_{\max} \Rightarrow \mu_s mg = a_{\max} \Rightarrow a_{\max} = \mu_s g = 0.5 \times 10 = 5 \text{ m/s}^2$$

اکنون با داشتن حداکثر شتاب جعبه و کامیون، از معادله مستقل از زمان برای کامیون تا لحظه توقف، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_{\max} \Delta x \Rightarrow 0 - \left(12 \times \frac{10}{36} \right)^2 = 2(-5) \Delta x \Rightarrow -400 = -10 \Delta x \Rightarrow \Delta x = 40 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

گام اول

الف) دو وزنه A و B با سرعت اولیه یکسان $(v_0)_A = (v_0)_B$ ←

ب) جرم وزنه A نصف جرم وزنه B $m_A = \frac{1}{2} m_B$ ←

ج) ضریب اصطکاک وزنه A دو برابر ضریب اصطکاک وزنه B $\mu_{kA} = 2\mu_{kB}$ ←

د) مسافتی که وزنه A طی می‌کند تا بایستد، چند برابر مسافتی است که وزنه B طی می‌کند تا بایستد؟ ← $\frac{d_A}{d_B} = ?$

گام دوم

باتوجه به اینکه به دو وزنه در راستای افقی فقط نیروی اصطکاک وارد می‌شود، با کمک قانون دوم نیوتن و معادله مستقل از زمان داریم:

$$\Sigma F_A = m_A a_A \Rightarrow -f_{kA} = m_A a_A \Rightarrow \mu_{kA} \times F_{NA} = m_A a_A \Rightarrow \mu_{kA} m_A g = m_A a_A \Rightarrow a_A = \mu_{kA} g \quad (\text{I})$$

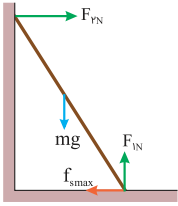
$$\Sigma F_B = m_B a_B \Rightarrow -f_{kB} = m_B a_B \Rightarrow \mu_{kB} \times F_{NB} = m_B a_B \Rightarrow \mu_{kB} m_B g = m_B a_B \Rightarrow a_B = \mu_{kB} g \quad (\text{II})$$

$$\text{وزنه A: } v_A^2 - (v_0)_A^2 = 2a_A d_A \Rightarrow d_A = \frac{-(v_0)_A^2 (\text{I})}{2a_A} = \frac{-(v_0)_A^2}{2\mu_{kA} g}$$

$$\text{وزنه B: } v_B^2 - (v_0)_B^2 = 2a_B d_B \Rightarrow d_B = \frac{-(v_0)_B^2 (\text{II})}{2a_B} = \frac{-(v_0)_B^2}{2\mu_{kB} g}$$

$$\div \frac{d_A}{d_B} = \frac{\frac{-(v_0)_A^2}{2\mu_{kA} g}}{\frac{-(v_0)_B^2}{2\mu_{kB} g}} \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{\mu_{kB}}{\mu_{kA}} = \frac{1}{2}$$

نردبان در حال تعادل است بنابراین برآیند نیروهایی که در هر راستا بر نردبان وارد می‌شود، صفر است، پس داریم:



$$F_{1N} - mg = 0 \Rightarrow F_{1N} = 160 \text{ N}$$

نیرویی که از طرف نردبان به سطح افقی وارد می‌شود هم‌اندازه نیرویی است که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند. این نیرو برآیند نیروهای F_{1N} و $f_{s \max}$ است:

$$R = \sqrt{F_{1N}^2 + f_{s \max}^2} \Rightarrow (200)^2 = (160)^2 + f_{s \max}^2 \Rightarrow f_{s \max} = 120 \text{ N}$$

حالا از رابطه $f_{s \max} = F_{1N} \mu_s$ ضریب اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم:

$$f_{s \max} = F_{1N} \mu_s \Rightarrow 120 = 160 \times \mu_s \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

از رابطه $\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}}$ نسبت تندی ماهواره‌ها را به دست می‌آوریم. دقت کنید که r_A و r_B فاصله ماهواره‌ها از مرکز زمین هستند:

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{R_e + \frac{R_e}{4}}{R_e + \frac{R_e}{2}}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{2}}} = \sqrt{\frac{5}{6}} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{5}{6}$$

حالا رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ را نسبتی می‌نویسیم و نسبت انرژی جنبشی‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m}{2m} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$$

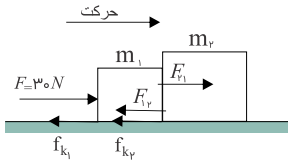
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول

الف) اگر در همین حالت که نیروی F وارد می‌شود، ضریب اصطکاک جنبشی نصف شود. $\mu''_k = \frac{\mu_k}{2} \leftarrow$
 ب) نیرویی که دو جسم به هم وارد می‌کنند چندبرابر می‌شود؟ $\leftarrow \frac{F''_{12}}{F_{12}} = \frac{F''_{21}}{F_{21}} = ?$

گام دوم

مطابق شکل، تمام نیروهای افقی وارد بر دو جسم را رسم می‌کنیم.



باتوجه به قانون دوم نیوتن نسبت نیروی F به نیرویی که دو جسم به هم وارد می‌کنند را در دو حالت مختلف حساب کرده و در نهایت $\frac{F''_{12}}{F_{12}}$ را به دست می‌آوریم. (یک بار قانون دوم نیوتن را برای حالتی که دارای ضریب اصطکاک جنبشی μ_k است و یک بار برای حالتی که ضریب اصطکاک نصف شده است می‌نویسیم)
 حالت اول:

$$\begin{cases} F - f_{k1} - f_{k2} = (m_1 + m_2) a_1 \\ F_{12} - f_{k2} = m_2 a_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{F_{12}} = \frac{(m_1 + m_2)(a + \mu_k g)}{m_2(a + \mu_k g)} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \quad (1)$$

حالت دوم:

$$\begin{cases} F - f''_{k1} - f''_{k2} = (m_1 + m_2) a_2 \\ F''_{12} - f''_{k2} = m_2 a_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{F''_{12}} = \frac{(m_1 + m_2)(a + \frac{\mu_k}{2} g)}{m_2(a + \frac{\mu_k}{2} g)} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \quad (2)$$

در نتیجه نسبت $\frac{F''_{12}}{F_{12}}$ برابر است با:

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{F''_{12}}{F_{12}} = 1$$

گام اول

الف) جسمی به جرم 4 kg با سرعت $10 \text{ m/s} \leftarrow 10 \text{ m/s}$ ، $m = 4 \text{ kg}$ ، $v_1 = 10 \text{ m/s}$

ب) با تغییر سرعت جسم، انرژی جنبشی آن ۹ برابر می‌شود \leftarrow جرم ثابت می‌ماند و $\frac{K_2}{K_1} = 9$

ج) بزرگی تکانه آن چقدر افزایش می‌یابد؟ $\leftarrow \Delta p = ?$

گام دوم

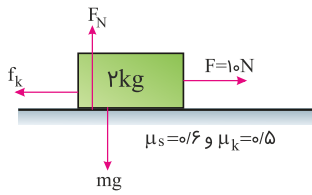
طبق رابطه $K_2 = 9K_1$ ، سرعت ثانویه را به دست آورده و در نهایت بزرگی تغییرات تکانه را محاسبه می‌کنیم:

$$K_2 = 9K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = 9 \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 9 \times (10)^2 \Rightarrow v_2 = \pm 30 \text{ m/s}$$

باتوجه به اینکه مقدار افزایش تکانه را از ما خواسته، پس مقدار سرعت نیز افزایش یافته است $(v_2 = +30 \text{ m/s})$:

$$\Delta p = m \Delta v = 4 \times (30 - 10) = 80 \text{ kg.m/s}$$

با کاهش ۳۰ نیوتنی از مقدار نیروی F ، اندازه F به ۱۰ نیوتن می‌رسد.



$$F - f_k = ma \Rightarrow 10 - 0/5 \times 20 = 2 \times a \Rightarrow a = 0$$

چون شتاب صفر شده است، بنابراین بردار سرعت تغییر نمی‌کند و چون قبل از کاهش نیرو جسم در حال حرکت بوده است با همان سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

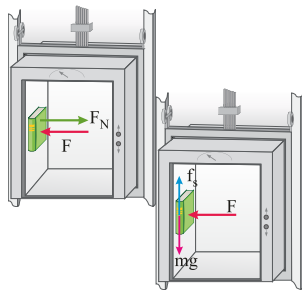
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

در لحظه باز شدن چتر، f_D (نیروی مقاومت هوا) دارای اندازه بزرگی است. باتوجه به اینکه جهت بردار سرعت در این لحظه به سمت پایین است و برآیند دو نیروی \vec{f}_D و وزن به سمت بالا است، حرکت چتر باز کندشونده می‌شود پس تندی چتر باز کاهش می‌یابد. با کاهش تندی، اندازه f_D و در نتیجه برآیند دو نیروی f_D و mg نیز کم می‌شود. پس طبق رابطه $F_{net} = ma$ ، با کم شدن اندازه F_{net} ، اندازه a نیز کم می‌شود.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: نیروی F_N را به دست می‌آوریم:

$$F_N = F = 32N$$



گام دوم: آسانسور در راستای قائم شتاب دارد. نیروی اصطکاک ایستایی باعث شتاب گرفتن کتاب روبه بالا است:

$$f_s - mg = ma \Rightarrow f_s = 2(10 + 2) = 24N$$

گام سوم: نیرویی که دیواره آسانسور به کتاب وارد می‌کند را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{32^2 + 24^2} = 40N$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

$$\frac{g_h}{g_o} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{10} = \left(\frac{6400}{6400 + 1600} \right)^2 = \frac{64}{100} \Rightarrow g_h = 6/4 \text{ m/s}^2$$

چون نیروی مرکزگرا همان نیروی وزن ماهواره است پس:

$$F = mg_h = 500 \times 6/4 = 3200N$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

برآیند نیروهای وارد بر جسم، با شتاب رابطه مستقیم دارد. بنابراین لحظه‌ای که جهت برآیند نیروهای وارد بر جسم عوض می‌شود، یعنی جهت شتاب عوض می‌شود. کافی است دو بار از معادله مکان- زمان مشتق گرفته تا معادله شتاب- زمان به دست آید. سپس معادله شتاب- زمان را برابر صفر قرار می‌دهیم تا لحظه موردنظر را بیابیم؛ سپس زمان به دست آمده را در معادله سرعت- زمان قرار می‌دهیم.

$$x = t^3 - 6t^2 + 8t$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 3t^2 - 12t + 8$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 6t - 12 = 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

$$v = 3t^2 - 12t + 8 \xrightarrow{t=2 \text{ s}} v = 3 \times 4 - 12 \times 2 + 8 = -4 \text{ m/s}$$

$$|v| = |-4| = 4 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

گام اول: ابتدا با استفاده از نیروی وزن، جرم توپ را به دست می‌آوریم:

$$W = F/\lambda \Rightarrow mg = F/\lambda \Rightarrow m \times 10 = F/\lambda \Rightarrow m = 0.48 \text{ kg}$$

گام دوم: دو نیروی f_D و W در نقطه اوج بر هم عمودند و برآیند آنها در این نقطه برابر است با:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{f_D^2 + W^2} = \sqrt{f_D^2 + F/\lambda^2}$$

گام سوم: برآیند نیروها را طبق قانون دوم نیوتون برابر با ma قرار می‌دهیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + F/\lambda^2} = 0.48 \times \frac{65}{6} \Rightarrow \sqrt{f_D^2 + F/\lambda^2} = 5/2$$

$$f_D^2 = 5/2^2 - F/\lambda^2 = (5/2 - F/\lambda)(5/2 + F/\lambda) = 0.4 \times 10 = 4 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_D = 2 \text{ N}$$

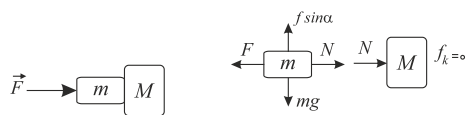
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول

الف) سطح افقی بدون اصطکاک است $f_k = 0$ ←
 ب) کمترین مقدار نیروی افقی F چند نیوتن باشد تا از لغزیدن جرم m بر روی جرم M جلوگیری کند؟ ← F_{\min} و نیروی وزن با نیروی اصطکاک بین دو جسم برابر است.

گام دوم

ابتدا نیروهای وارد بر دو جسم را مشخص کنیم. سطح افقی بدون اصطکاک است و تنها نیروی اصطکاک، همان اصطکاک ایستایی بین دو جسم است. شرط اینکه جسم m به پایین نلغزد این است که وزن آن با نیروی اصطکاک برابر باشد.



نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} mg = f_s \max \\ f_s \max = \mu_s \times N \\ \mu_s = 0/5 \\ m = 10 \text{ kg} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow mg = \mu_s \times N \Rightarrow N = \frac{mg}{\mu_s} = \frac{10 \times 10}{0/5} = 200 \text{ N}$$

شتاب را از قانون دوم نیوتن برای جسم M می‌یابیم، و در قانون دوم نیوتن (برای کل مجموعه) قرار می‌دهیم تا نیروی F را به دست آوریم:

$$\begin{cases} N = Ma \\ M = 20 \text{ kg} \Rightarrow 200 = 20a \Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2 \\ N = 200 \text{ N} \end{cases}$$

$$\sum F = ma \Rightarrow F = (M + m)a = (20 + 10) \times 10 = 300 \text{ N}$$

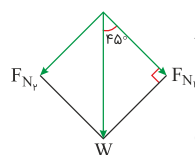
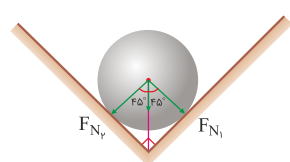
$$\overrightarrow{\Delta P} = m \overrightarrow{\Delta v}$$

می‌دانیم پرتابه در راستای افقی تغییر سرعت ندارد؛ بنابراین تغییر سرعت را در راستای قائم به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= v_0 \sin \alpha \\ v_2 &= -gt + v_0 \sin \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 = -gt + v_0 \sin \alpha - v_0 \sin \alpha \Rightarrow \Delta v = -gt$$

$$\overrightarrow{\Delta P} = m(-gt)\vec{j} \Rightarrow \Delta P = mgt$$

نیروهای F_{N_1} و F_{N_2} به دیوارها عمودند؛ بنابراین چون دیوارها برهم عمودند F_{N_1} و F_{N_2} نیز بر یکدیگر عمودند و هم‌اندازه هستند:



$$\tan 45^\circ = \frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = 1 \Rightarrow F_{N_2} = F_{N_1}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{F_{N_1}}{W} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{F_{N_1}}{50} \Rightarrow F_{N_1} = 25\sqrt{2} \text{ N}$$

m یک کمیت اسکالر است؛ بنابراین از رابطه تکانه $(\vec{P} = m\vec{v})$ ، می‌توان دریافت که تغییرات تکانه، نشان‌دهنده تغییرات سرعت جسم است.

$$\vec{P} = \delta\vec{i} + (-3t + 6)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} P_x = mv_x = 5 \Rightarrow \text{سرعت در راستای محور } x \text{ ثابت است} \\ P_y = mv_y = -3t + 6 \Rightarrow \text{حرکت با شتاب ثابت در راستای محور } y \end{cases}$$

با تعیین علامت تکانه، نوع حرکت متحرک را به دست می‌آوریم. از طرفی چون سرعت در راستای محور x ثابت است، نوع حرکت و تغییرات سرعت را v_y تعیین می‌کند:

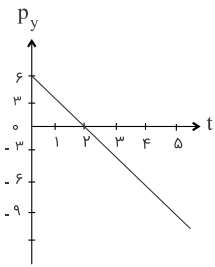
$$P_y = mv_y = -3t + 6 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

t	۲	
v	+	-
a	-	-
حاصل ضرب علامت های v و a	-	+
نوع حرکت	کند شونده	تند شونده

باتوجه به جدول تعیین علامت، حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

روش دوم: می‌توانیم با رسم نمودار $P_y - t$ (که با توجه به اینکه m مقداری ثابت است، معادل نمودار $v_y - t$ است) در بازه زمانی $1s$ تا $5s$ نوع حرکت را بررسی کنیم.

مطابق نمودار زیر مشاهده می‌کنیم در بازه زمانی $1s$ تا $2s$ ، اندازه‌ی سرعت متحرک در حال کاهش است پس در این بازه زمانی حرکت کندشونده می‌باشد. در بازه زمانی $2s$ تا $5s$ اندازه‌ی سرعت متحرک در حال افزایش است و در نتیجه حرکت تندشونده است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۶

گام اول

الف) وزن دو جسم A و B به ترتیب $10N$ و $20N$ ← $W_A = 10(N)$, $W_B = 20(N)$

ب) ضریب اصطکاک جنبشی همه سطوح برابر با $0/5$ ← $\mu_k = 0/5$

ج) جسم B با نیروی افقی F با سرعت ثابت کشیده می‌شود ← $a = 0$

د) نیرویی که سطح B به جسم A وارد می‌کند چند نیوتن است؟ ← $R = \sqrt{N^2 + f_{kA}^2} = ?$

گام دوم

نیروهایی که از طرف سطح B به جسم A وارد می‌شوند، نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح می‌باشند، بنابراین باید برآیند این دوی نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} N = W_A = 10(N) \\ f_{kA} = \mu_k N = \frac{1}{5} \times 10 = 2(N) \end{array} \right. \Rightarrow R = \sqrt{N^2 + f_{kA}^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{5} \times 10\right)^2} = 5\sqrt{5}(N)$$

گام اول

الف) گلوله‌ای به جرم $m = ۰/۲ \text{ kg} \leftarrow ۰/۲ \text{ kg}$
 ب) زمان تأثیر نیرو برابر با $۰/۱$ ثانیه $\leftarrow \Delta t = ۰/۱ \text{ s}$
 ج) بزرگی نیرو چند نیوتن است؟ $\leftarrow |\vec{F}_{\text{net}}| = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه $\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ، ابتدا تغییرات تکانه را به دست می‌آوریم و در نهایت بزرگی نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} \\ \vec{v}_1 = ۱۰\vec{i} - \lambda\vec{j} \Rightarrow \Delta \vec{p} = ۰/۲ \times (\epsilon\vec{i} - \omega\vec{j} - ۱۰\vec{i} + \lambda\vec{j}) = -۰/۱\lambda\vec{i} + ۰/۶\vec{j} \\ \vec{v}_2 = \epsilon\vec{i} - \omega\vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = \frac{-۰/۱\lambda\vec{i} + ۰/۶\vec{j}}{۰/۱} = -\lambda\vec{i} + \epsilon\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_{\text{net}}| = \sqrt{(-\lambda)^2 + (\epsilon)^2} = ۱۰ \text{ N}$$

گزینه ۲

گام اول

الف) جرم جسمی $m = ۲ \text{ kg} \leftarrow ۲ \text{ kg}$
 ب) سرعت آن به اندازه $\lambda \text{ m/s}$ افزایش یابد. $\leftarrow v_2 = v_1 + \lambda$
 ج) انرژی جنبشی آن ۴ برابر می‌شود $\leftarrow K_2 = ۴K_1$

گام دوم

ابتدا با استفاده از نسبت $\frac{K_2}{K_1} = ۴$ سرعت اولیه را حساب کرده و در نهایت طبق رابطه $P = mv$ ، تکانه جسم را قبل از افزایش سرعت می‌یابیم:

$$\frac{K_2}{K_1} = ۴ \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = ۴ \Rightarrow \left(\frac{v_1 + \lambda}{v_1}\right)^2 = ۴$$

$$\Rightarrow \frac{v_1 + \lambda}{v_1} = ۲ \Rightarrow v_1 = \lambda \text{ m/s}$$

$$p_1 = mv_1 = ۲ \times \lambda = ۱۶ \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

گزینه ۳

گام اول

الف) بزرگی اندازه حرکت (تکانه) جسمی به جرم ۲ کیلوگرم برابر $۶ \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ است. $\leftarrow m = ۲ \text{ kg}$ ، $|P| = ۶ \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
 ب) انرژی جنبشی جسم چند ژول است؟ $\leftarrow K = ?$

گام دوم

باتوجه به رابطه زیر داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{p=mv} K = \frac{p^2}{2m} = \frac{۶^2}{۲ \times ۲} = ۹ \text{ kg} \cdot \text{m/s} = ۹ \text{ J}$$

گام اول

الف) ذره‌ای به جرم $۰/۰۲$ گرم $\leftarrow m = ۰/۰۲ \text{ g} = ۲ \times ۱۰^{-۵} \text{ kg}$

ب) با بار الکتریکی $۴ \mu\text{C}$ $\leftarrow q = ۴ \mu\text{C} = ۴ \times ۱۰^{-۶} \text{ C}$

ج) با سرعت ۲۰۰ m/s به سمت مغرب و افقی حرکت می‌کند. $\leftarrow v = ۲۰۰ \text{ m/s}$

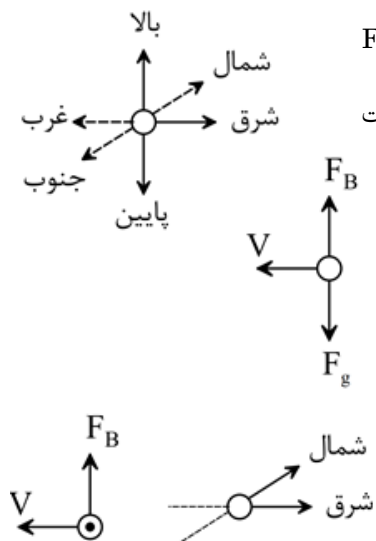
د) جهت و اندازه میدان مغناطیسی که قادر است مسیر ذره را در همان جهت و افقی نگه دارد. $\leftarrow F_B = F_g, B = ?$

گام دوم

برای اینکه ذره در مسیر خود باقی بماند باید نیرویی برابر با نیروی گرانشی و در جهت مخالف آن به ذره وارد شود، بنابراین:

$$F_g = F_B \Rightarrow mg = qvB \Rightarrow B = \frac{mg}{qv} \xrightarrow{g=۱۰ \text{ m/s}^2} B = \frac{۲ \times ۱۰^{-۵} \times ۱۰}{۴ \times ۱۰^{-۶} \times ۲۰۰} = ۰/۲۵ \text{ T}$$

اما برای تعیین جهت میدان از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم؛ طبق قاعده دست راست جهت میدان باید در جهت جنوب باشد، اما از آنجاکه ذره دارای بار منفی است، در نهایت جهت میدان معکوس شده و روبه شمال می‌شود.

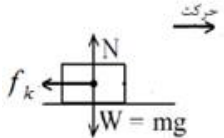


گام اول

- الف) با سرعت $54 \text{ km/h} \leftarrow 54 \text{ km/h}$ $v_0 = 54 \text{ km/h}$
 ب) ضریب اصطکاک جنبشی 0.2 باشد $\mu_k = 0.2$
 ج) اتومبیل پس از طی چند متر متوقف می‌شود؟ $v = 0, \Delta x = ?$

گام دوم

قانون دوم نیوتون را برای اتومبیل در دو راستای قائم و افقی نوشته و در نهایت با محاسبه شتاب حرکت اتومبیل و معادله مستقل از زمان، جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 10m$$

$$f_k = \mu_k \times F_N = 0.2 \times 10 \times m = 2m$$

$$\sum F_x = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -2m = ma \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

در نتیجه مقدار جابه‌جایی برابر است با: (دقت شود که واحد سرعت باید تبدیل شود)

$$v_0 = 54 \text{ km/h} = 54 \times \frac{5}{18} = 15 \text{ m/s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (15)^2 = 2 \times -2 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 56.25 \text{ m} \simeq 56 \text{ m}$$

گام اول

- الف) جسمی به جرم $0.5 \text{ kg} \leftarrow 0.5 \text{ kg}$ $m = 0.5 \text{ kg}$
 ب) اگر سرعت جسم در مبدأ زمان $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$ $\vec{v}_1 = 2\vec{i} + \vec{j}$ ، $t = 0$
 ج) سرعت آن در لحظه $t = 2 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟ $v_2 = ?$ ، $t = 2 \text{ s}$

گام دوم

با استفاده از رابطه‌های $\vec{F}_{\text{net}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ و $\Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v}$ ، سرعت در لحظه $t = 2 \text{ s}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p} \\ \Delta \vec{p} = m\Delta \vec{v} \end{cases} \Rightarrow \vec{F} \Delta t = m\Delta \vec{v}$$

$$\begin{cases} \vec{F} \Delta t = m\Delta \vec{v} \\ \vec{F} = \vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j} \\ \Delta t = t_2 - t_1 = 2 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow \left(\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j} \right) \times 2 = \frac{1}{2} \times (\vec{v}_2 - 2\vec{i} - \vec{j}) \Rightarrow \vec{v}_2 = 6\vec{i} - \vec{j}$$

$$\Rightarrow |\vec{v}_2| = \sqrt{(6)^2 + (-1)^2} = \sqrt{37} \text{ m/s}$$

گام اول

الف) جسمی به جرم $۲\text{kg} \leftarrow ۲\text{kg}$ $m = ۲\text{kg}$

ب) با سرعت $m/s \leftarrow ۵\text{m/s}$ $v_1 = ۵\text{m/s}$

ج) نیروی افقی $F = ۳\text{N}$ در جهت حرکت به مدت ۴ ثانیه بر جسم وارد می‌شود. $\Delta t = ۴\text{s}$, $F = ۳\text{N}$

د) تکانه جسم چند kg.m/s می‌شود؟ $p_2 = ?\text{kg.m/s}$

گام دوم

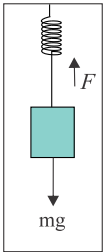
ابتدا به کمک قانون دوم نیوتن شتاب حرکت در مدت ۴ ثانیه را به دست آورده و با توجه به معادله سرعت زمان، سرعت در پایان این مدت را محاسبه می‌کنیم تا تکانه نهایی جسم به دست آید:

$$\sum F = ma \Rightarrow ۳ = ۲ \times a \Rightarrow a = ۱/۵ \text{ m/s}^2$$

$$v_2 = a t + v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{۳}{۲} \times ۴ + ۵ = ۱۱ \text{ m/s}$$

$$p_2 = m v_2 = ۲ \times ۱۱ = ۲۲ \text{ kg.m/s}$$

به وزن متصل به نیروسنج، دو نیروی وزن و نیروی نیروسنج وارد می‌شود. حال در حرکت روبه بالا و روبه پایین قانون دوم نیوتن را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} \text{حرکت روبه بالا: } F_1 - mg = ma \\ \text{حرکت روبه پایین: } mg - F_2 = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = m(a + g) & (۱) \\ F_2 = m(g - a) & (۲) \end{cases}$$

رابطه (۲) را به (۱) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m(g - a)}{m(g + a)} = \frac{g - a}{g + a} = \frac{۱۰ - ۲}{۱۰ + ۲} = \frac{۸}{۱۲} = \frac{۲}{۳}$$

باتوجه به اینکه شخص صندوق را به سمت غرب هل می‌دهد؛ شخص، نیرویی به سمت شرق به زمین وارد می‌کند؛ پس نیروی اصطکاک وارد بر شخص به سمت غرب خواهد بود.

از طرفی صندوق به سمت غرب حرکت می‌کند، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر صندوق به سمت شرق خواهد بود.

در این سؤال که ترکیب سقوط آزاد و دینامیک است، ابتدا از فرمول‌های سقوط آزاد، سرعت برخورد گلوله در لحظه برخورد به زمین را با استفاده از معادله مستقل از زمان به دست می‌آوریم و می‌دانیم چون جسم رها شده، پس: $v_0 = 0$

$$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v^2 - 0 = -2(10)(-45)$$

$$\Rightarrow v^2 = 900 \Rightarrow v = \pm 30 \text{ m/s} \xrightarrow{\text{جهت سرعت روبه پایین است}} v = -30 \text{ m/s}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = m \times \frac{0 - (-30)}{0/3} = \frac{30 \cdot m}{0/3} = 100 \text{ m}$$

از طرفی وزن گلوله $W = mg = 10 \text{ m}$ است، پس نیروی وارد بر گلوله را برحسب وزن به صورت زیر داریم:

$$\begin{cases} F = 100 \text{ m} \\ W = 10 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow F = 10 W$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۵

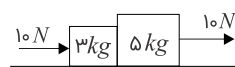
گام اول

الف) سطح افقی بدون اصطکاک است. $f_k = 0 \leftarrow$

ب) نیرویی که از طرف وزنه ۵ کیلوگرمی بر وزنه ۳ کیلوگرمی وارد می‌شود چند نیوتن است؟ $F_{5,3} = ? \leftarrow$

گام دوم

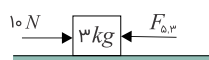
ابتدا شتاب سیستم را تعیین می‌کنیم. بر دو جسم ۳ و ۵ کیلوگرمی دنیروی ۱۰ نیوتنی در یک سو وارد می‌شود که برآیند آن‌ها ۲۰ نیوتن است. بنابر قانون دوم نیوتن داریم:



$$\sum F = ma \Rightarrow 20 = (3 + 5)a \Rightarrow a = 2/5 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب هرکدام از وزنه‌ها برابر با $2/5 \text{ m/s}^2$ است.

از طرفی بر جسم ۳ کیلوگرمی دنیروی وارد می‌شود، یکی نیرویی که جرم 5 kg بر 3 kg وارد می‌کند و دیگری نیروی 10 N که خلاف جهت هم هستند. با توجه به قانون دوم نیوتن نیروی وارد بر جسم از طرف جسم 5 kg را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} \sum F = ma \\ F = 10 - N \end{cases} \Rightarrow 10 - N = 3 \times 2/5 \Rightarrow N = 2/5 \text{ N}$$

گام اول

الف) جسم ۲ کیلوگرمی ← $m = 2\text{kg}$ ب) تغییر سرعت جسم بعد از ۲ ثانیه چند متر بر ثانیه خواهد شد؟ ← $\Delta v = ? \text{ m/s}$, $\Delta t = 2\text{s}$

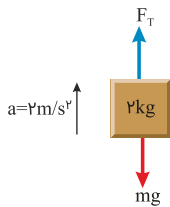
گام دوم

همزمان چهار نیرو به جسم وارد می‌شود، با توجه به اینکه جسم در حالت تعادل قرار دارد ($\sum F = 0$) با حذف نیروی ۱۵ نیوتنی، اندازه بردار برآیند بقیه نیروها برابر ۱۵ نیوتن است. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتن داریم:

$$\begin{cases} F = ma \\ a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ \sum F = 15\text{N} \end{cases} \Rightarrow F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 15 = 2 \times \frac{\Delta v}{2} = 1\Delta v \text{ m/s}$$

گزینه ۲

گام اول: در حالت اول که وزنه را به بالا می‌کشیم، نیروی کشش طناب را به دست می‌آوریم:



$$F_T - mg = ma \Rightarrow F_T - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow F_T = 24\text{ N}$$

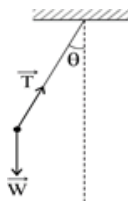
گام دوم: با دو برابر شدن نیروی کشش طناب، با استفاده از قانون دوم نیوتن، شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:



$$2F_T - mg = ma_2 \Rightarrow 2 \times 24 - 20 = 2 \times a_2 \Rightarrow a_2 = 14 \text{ m/s}^2$$

بنابراین شتاب در حالت جدید $\frac{a_2}{a_1} = \frac{14}{2} = 7$ برابر حالت اول است.

باتوجه به اینکه به نوسانگر دو نیروی کشش نخ و وزن وارد می‌شود و کمیت نیرو، کمیتی برداری است، داریم:



$$\Sigma \vec{F} = \vec{T} + \vec{W}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۴

گام اول

الف) سه نیروی ۸ و ۶ و ۱۲ نیوتنی به جسمی با جرم ۴ kg اعمال شده. $\leftarrow m = 4 \text{ kg}, |F_1| = 8 \text{ N}, |F_2| = 6 \text{ N}, |F_3| = 12 \text{ N}$

ب) جسم ساکن است $\leftarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$

ج) هرگاه نیروی ۶ نیوتنی حذف شود $\leftarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = |\vec{F}_2|$

د) با چه شتابی حرکت می‌کند؟ $\leftarrow a = ?$

گام دوم

می‌دانیم برآیند نیروها، هرگاه نیروی ۶ نیوتنی حذف شود برابر است با حاصل ضرب جرم در شتاب، باتوجه به این مطلب و استفاده از قانون دوم نیوتن شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \sum |\vec{F}_T| = ma \\ |\vec{F}_T| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = |\vec{F}_2| = 6 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow 6 = 4 \times a \Rightarrow a = 1.5 \text{ m/s}^2$$

برای آنکه صندوق نلغزد، باید نیروی حاصل از ترمز با نیروی اصطکاک آستانه حرکت آن برابر باشد.



$$f_{s \max} = F \Rightarrow \mu_s mg = ma \Rightarrow a_{\max} = \mu_s g = 2/5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{مسافت کامیون تا توقف: } \Delta x_{\min} = \frac{|v^2 - v_0^2|}{2a_{\max}} = \frac{15^2}{2 \times 2/5} = 45 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

طبق قانون اول نیوتن اگر به جسمی به‌طور هم‌زمان چند نیرو اثر کند و این نیروها اثر یکدیگر را خنثی کنند، به عبارت دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر شود. می‌گوییم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

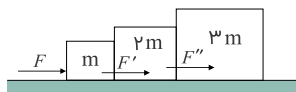
در مدت زمانی که آسانسور با سرعت ثابت حرکت کرده، سرعت شخص ثابت و شتاب برابر صفر است. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتن و رابطه کار خواهیم داشت:

$$\sum F = ma \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = Mg = (70 + 5) \times 10 = 750 \text{ N}$$

$$W_{F_N} = Nd \cos \theta \xrightarrow{\theta=0, d=6m} W_{F_N} = 750 \times 6 \times 1 = 4500 \text{ J}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

شتاب سیستم ثابت است؛ پس برای مقایسه برآیند نیروهای وارد بر هر جسم کافی است جرمشان را باهم مقایسه کنیم. نیروی F به $6m$ ، نیروی F' به $5m$ و نیروی F'' به $3m$ وارد می‌شود؛ بنابراین $F > F' > F''$ است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

گام اول

الف) یک جسم 200 گرمی $\leftarrow m = 200g = 0.2 \text{ kg}$

ب) اندازهٔ تکانهٔ آن در لحظهٔ $t = 1 \text{ s}$ چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ $\leftarrow P_{(t=1)} = ? \text{ kg.m/s}$

گام دوم

برای محاسبهٔ اندازهٔ تکانه از رابطهٔ $|P| = m|v|$ استفاده می‌کنیم. ابتدا باید از معادلهٔ مکان متحرک مشتق گرفته و معادلهٔ سرعت و اندازهٔ سرعت در لحظهٔ $t = 1 \text{ s}$ را بیابیم:

$$\begin{cases} x = 6t + 3 \xrightarrow{v_x = \frac{dx}{dt}} v_x = 6 \text{ m/s} \xrightarrow{t=1s} v_x = 6 \text{ m/s} \\ y = -3t^2 - 2t \xrightarrow{v_y = \frac{dy}{dt}} v_y = -6t - 2 \xrightarrow{t=1s} v_y = -6 - 2 = -8 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow |v| = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2} = \sqrt{(6)^2 + (-8)^2} = 10 \text{ m/s}$$

بنابراین تکانه برابر است با:

$$|P| = m|v| = \frac{2}{10} \times 10 = 2 \text{ kg.m/s}$$

گام اول

الف) با ثابت ماندن جرم $m_1 = m_2 = m \leftarrow$ ب) انرژی جنبشی ۷۵ درصد کاهش می یابد. $K_2 = K_1 - \frac{75}{100}K_1 = \frac{1}{4}K_1 \leftarrow$ ج) اندازه تکانه چند درصد کاهش می یابد؟ $\leftarrow \frac{(p_1 - p_2)}{p_1} \times 100 = ?$

گام دوم

ابتدا با توجه به رابطه $K_2 = \frac{1}{4}K_1$ و اینکه جرم ثابت می ماند، نسبت سرعتها را به دست می آوریم:

$$K_2 = \frac{1}{4}K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2}v_1$$

در نتیجه درصد کاهش یافته اندازه تکانه برابر است با:

$$p = mv$$

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1} \times 100 = \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{mv_2}{mv_1}\right) \times 100 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times 100 = 50\%$$

گزینه ۴

سؤال ترکیبی از فصل حرکت بر خط راست و فصل دینامیک است. ابتدا از فصل حرکت بر خط راست، شتاب را به دست می آوریم (سؤال از کتاب درسی است).

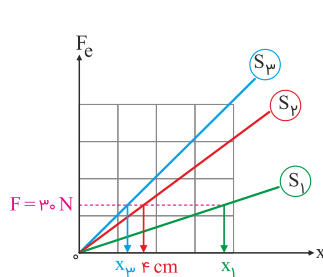
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v=0, v_0=36 \text{ km/h}=10 \text{ m/s}} 0 - 10^2 = 2a \times 4 \Rightarrow a = -12/5 \text{ m/s}^2$$

اکنون از فصل دینامیک بزرگی نیروی اصطکاک را به دست می آوریم.

$$-f_k = ma \Rightarrow -f_k = 2000 \times (-12/5) \Rightarrow f_k = 25000 \text{ N}$$



گزینه ۴



$$\frac{\text{شیب } S_3}{\text{شیب } S_1} = \frac{k_3}{k_1} \Rightarrow 3 = \frac{k_3}{k_1}$$

$$F_3 = F_1 \Rightarrow k_3 x_3 = k_1 x_1 \Rightarrow x_1 = 3x_3$$

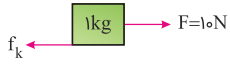
به راحتی و با مقایسه تغییر طول فنرها در اثر اعمال نیروی ثابت (مثلاً 30 N) از روی نمودار مشخص می گردد که تغییر طول S_1 باید بیشتر از 4 cm و S_3 باید کمتر از 4 cm باشد.

برای حل این گونه سؤالات فقط باید تعیین کنیم که هر جسم حرکت می‌کند یا خیر؛ بنابراین هرکدام را جداگانه در نظر می‌گیریم.
برای جسم بالایی داریم:

$$f_{s \max} = \mu_s N = 0.5 \times 10 = 5 \text{ N}$$

چون $F > f_{s \max}$ جسم ۱ کیلوگرمی حرکت می‌کند و اصطکاک آن با جسم پایینی از نوع اصطکاک جنبشی و برابر $f_k = 2 \text{ N}$ است:

$$f_k = \mu_k N = 0.2 \times 10 = 2 \text{ N}$$



برای جسم پایینی داریم:

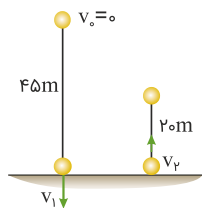
$$f_{s \max} = \mu_s N = 0.5(4 + 1) \times 10 = 25 \text{ N}$$



دقت: نیروی اصطکاک بین دو جسم نیرویی است که می‌خواهد جسم پایینی را به حرکت درآورد، ولی چون $f'_k < f_{s \max}$ نتیجه می‌گیریم که جسم پایینی ساکن است و اصطکاک آن f_s بوده که با نیروی محرک یعنی f'_k برابر است.

$$f_s = f'_k = 2 \text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷



$$v_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \times 10 \times 45} = 30 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 20} = 20 \text{ m/s}$$

چون v_1 روبه پایین است با علامت منفی و v_2 با علامت مثبت در نظر گرفته می‌شود.
طبق قانون دوم نیوتون و رابطه آن با تغییرات تکانه جسم خواهیم داشت:

$$F = ma = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{m(v_2 - v_1)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{200 \times 10^{-3} (20 - (-30))}{2 \times 10^{-3}} = 5000 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

هنگامی که بار اول نخ را به آرامی پایین می‌کشیم و به تدریج نیرو را افزایش می‌دهیم، نیروی وزن وزنه در راستای پایین به ما کمک می‌کند و در نهایت نخ از بالای وزنه پاره می‌شود؛ اما در بار دوم وقتی به صورت ضربه‌ای و در یک لحظه نخ را به پایین می‌کشیم، باتوجه به قانون لختی، وزنه با تغییر ناگهانی سرعت مخالفت می‌کند و نیروی لحظه‌ای باعث می‌شود نخ از پایین وزنه پاره شود.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

گام اول

الف) جسمی به جرم ۴kg ← $m = ۴\text{kg}$

ب) با ضریب اصطکاک جنبشی $\frac{1}{۴}$ ← $\mu_k = \frac{1}{۴}$

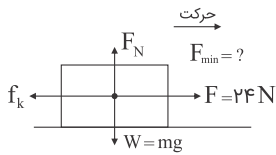
ج) جسم را با نیروی ۴۰ نیوتون می‌کشیم ← $F = ۴۰\text{N}$

د) جسم در جهت نیرو حرکت می‌کند ← $F > f_k$

ه) این نیرو را حداکثر چند نیوتون می‌توانیم کاهش دهیم، بدون اینکه سرعت جسم کاهش یابد؟ ← $F - F_{\min} = ?$, $a = ۰$

گام دوم

باتوجه به اینکه شتاب برابر صفر است، داریم:



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_{\min} - f_k = ۰ \Rightarrow F_{\min} = f_k$$

از طرفی نیروی اصطکاک از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} f_k = \mu_k \times F_N \\ F_N = mg \end{cases} \Rightarrow f_k = \frac{1}{۴} \times ۴ \times ۱۰ = ۱۰\text{N} \Rightarrow F_{\min} = ۱۰\text{N}$$

در نتیجه حداکثر میزان نیرویی که ما می‌توانیم کاهش دهیم بدون اینکه سرعت کم شود، برابر است با:

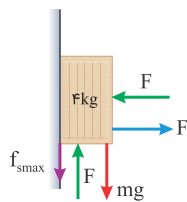
$$F - F_{\min} = ۴۰ - ۱۰ = ۳۰\text{N}$$

$$\frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{۹/۸} = \left(\frac{۶۴۰۰}{۶۴۰۰ + ۶۴۰۰} \right)^2 = \frac{1}{۴} \Rightarrow g_h = \frac{۹/۸}{۴} \text{ m/s}^2$$

$$W = mg_h = ۸۰ \times \frac{۹/۸}{۴} = ۱۹۶ \text{ N}$$

در صورتی که آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا یا کندشونده به سمت پایین حرکت کند عدد ترازو بیشتر از وزن عدد آن هنگام سکون آسانسور است. به عبارتی هنگامی که بردار شتاب به سمت بالا باشد، عددی که ترازو نشان می‌دهد بیشتر از حالت سکون است.

گام اول: جسم در آستانه حرکت رو به بالا است بنابراین جهت نیروی اصطکاک جنبشی رو به پایین است. همه نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



گام دوم: در حالت افقی $F = F_N$ و در حالت قائم $F = f_{s \max} + mg$ است:

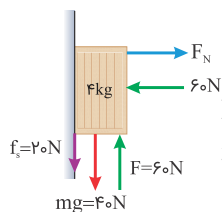
$$f_{s \max} = F_N \mu_s = 0/5 F$$

$$\Rightarrow F = 0/5 F + 40 \Rightarrow 0/5 F = 40 \Rightarrow F = 80 \text{ N}$$

گام سوم: حال F_N ، و $f_{s \max}$ در نهایت R را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_N = F = 80 \text{ N} \\ f_{s \max} = 0/5 F = 40 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{F_N^2 + f_{s \max}^2} = \sqrt{80^2 + 40^2} = 40\sqrt{5} \text{ N}$$

گام چهارم: در حالتی که $F = 60 \text{ N}$ است وضعیت جسم را بررسی می‌کنیم:



$$F_N = F = 60 \text{ N}$$

$$f_{s \max} = \mu_s F \Rightarrow f_{s \max} = 0/5 \times 60 = 30 \text{ N}$$

جسم دیگر در آستانه حرکت نیست و $f_s = 20 \text{ N}$ رو به پایین به جسم وارد می‌شود. در این حالت R' را محاسبه می‌کنیم:

$$R' = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{20^2 + 60^2} = 20\sqrt{10} \text{ N}$$

گام پنجم: نسبت $\frac{R'}{R}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{20\sqrt{10}}{40\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

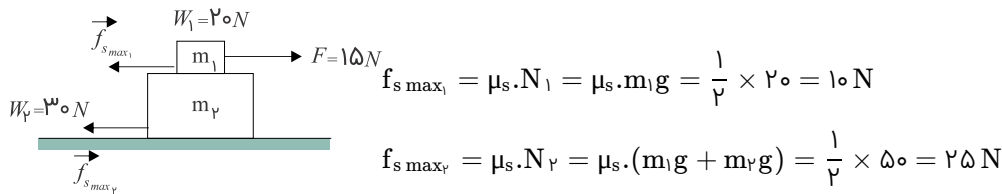
باتوجه به اینکه $F = \frac{dP}{dt}$ است، ابتدا اندازه نیرو را در لحظه $t = 5 \text{ s}$ محاسبه کرده و با استفاده از قانون دوم نیوتن، شتاب حرکت در این لحظه را به دست می‌آوریم:

$$P = t^3 - 5t - 20 \xrightarrow{F = \frac{dP}{dt}} F = 3t^2 - 5 \xrightarrow{t=5\text{s}} F = 3 \times (5)^2 - 5 = 70 \text{ N}$$

$$F = ma \Rightarrow 70 = 5 \times a \Rightarrow a = 14 \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

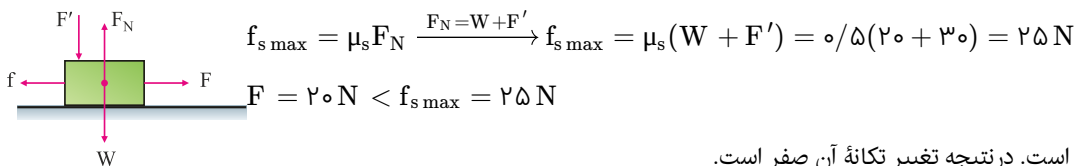
برای حل مسئله، ابتدا بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی بین وزنه m_1 و m_2 و همچنین بین وزنه m_2 و زمین را محاسبه می‌کنیم و با نیروی $F = 15 \text{ N}$ مقایسه می‌کنیم:



باتوجه به اینکه $F > f_{s \max 1}$ است، جسم m_1 بر روی جسم m_2 می‌لغزد اما چون $F < f_{s \max 2}$ می‌باشد، جسم m_2 بر روی زمین حرکت نمی‌کند.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

در این نوع سؤالات ابتدا باید تعیین کنیم که جسم از آستانه حرکت گذشته است یا خیر. بنابراین نیروی محرک را با نیروی بیشینه اصطکاک ایستایی مقایسه می‌کنیم.



جسم به آستانه حرکت نرسیده و ساکن است. در نتیجه تغییر تکانه آن صفر است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۱

گام اول

الف) اتومبیلی به جرم ۴ تن $m = 4 \text{ ton} = 4000 \text{ kg}$

ب) با سرعت $v_0 = 20 \text{ m/s}$

ج) در اثر ترمز با شتاب ثابت در مدت 4 s متوقف می‌شود $\Delta t = 4 \text{ s}, v = 0, a < 0$

د) نیروی ترمز چند نیوتون است؟ $F = ?$

گام دوم

ابتدا با استفاده از معادله سرعت، شتاب حرکت را به دست آورده و سپس به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی ترمز را محاسبه می‌کنیم: (نیروی ترمز، تنها نیروی وارد شونده بر اتومبیل در حین ترمز است)

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 4 + 20 \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma = 4000 \times -5 = -20000 \text{ N}$$

توجه: علامت منفی، نشان‌دهنده این است که نیروی ترمز، خلاف جهت حرکت اتومبیل است.

گام اول: نیروی افقی F را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} F - f_k &= Ma \\ F_N &= Mg = 1600 \text{ N} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F - 1600 \times 0/2 = 160 \times \frac{1}{4} \Rightarrow F = 360 \text{ N}$$

گام دوم: در حالتی که m کیلوگرم از محتویات صندوق کم کرده‌ایم، نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه می‌کنیم:

$$F'_N = (160 - m)g$$

گام سوم: با همان اندازه $F = 360 \text{ N}$ ، شتاب دو برابر شده است:

$$F - f'_k = (160 - m)a \Rightarrow 360 - (160 - m)g \times \underbrace{\mu_k}_2 = (160 - m)0/5$$

$$\Rightarrow 360 - 320 + 2m = 80 - 0/5m \Rightarrow 40 = 2/5m \Rightarrow m = 100 \text{ kg}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۸

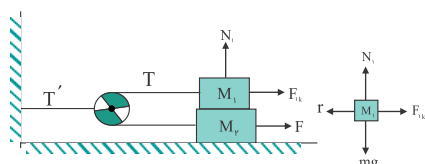
گام اول

الف) شتاب حرکت وزنه M_2 برابر $\frac{5m}{8}$ ← $\frac{5m}{8}$ $a_2 =$ (نیروی کشش T'' برابر با چند نیوتن است؟) ← $T'' = ? (N)$

گام دوم

ابتدا قانون دوم نیوتن را برای جسم M_1 می‌نویسیم تا کشش طناب T را به دست بیاوریم:

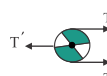
از آنجا که M_1 و M_2 با طناب به هم متصل هستند دارای شتاب یکسانی می‌باشند. ($a_1 = a_2 = 5 \text{ m/s}^2$)



$$\sum F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow T - f_{1k} = M_1 a_1 \xrightarrow{\frac{f_{1k} = \mu_k N}{N = M_1 g}} T - \mu_k N = M_1 a_1$$

$$\xrightarrow{\mu_k = 0/2} T = 5 \times 5 + 0/2 \times 50 \rightarrow T = 35 (N)$$

با توجه به ناچیز بودن جرم قرقره، قانون دوم نیوتن را برای آن می‌نویسیم:



$$\sum F = ma \Rightarrow T'' - 2T = 0 \Rightarrow T'' = 70 (N)$$

گام اول

الف) جسمی به جرم ۵۰ گرم $m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}$ ←
 ب) بزرگی تغییر تکانه در فاصله زمانی $t = 0$ تا $t = 5 \text{ s}$ در SI کدام است؟ ← $\Delta P = ?$ $\Delta t = 5 \text{ s}$

گام دوم

باید به کمک مشتق از رابطه مکان، سرعت در لحظات $t = 0$ و $t = 5 \text{ s}$ را به دست آورده و در رابطه $\Delta P = m\Delta v$ جایگذاری کنیم:

$$\begin{aligned} \vec{r} &= (\omega t) \vec{i} + (\omega t^2 - 24t) \vec{j} \\ \vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = (\omega) \vec{i} + (2\omega t - 24) \vec{j} \\ \left\{ \begin{array}{l} t = 0: \vec{v}_1 = (\omega) \vec{i} + (-24) \vec{j} \\ t = 5 \text{ s}: \vec{v}_2 = (\omega) \vec{i} + (24) \vec{j} \end{array} \right. &\Rightarrow \Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \omega \vec{i} \Rightarrow |\Delta \vec{v}| = \omega \end{aligned}$$

در نتیجه تغییرات تکانه برابر است با:

$$|\Delta \vec{P}| = m |\Delta \vec{v}| = \frac{\omega}{100} \times 50 = 2/5 \text{ kg.m/s}$$

گزینه ۳

در حالت اول عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطه $F_{1N} = m(g + a)$ به دست می‌آید و در حالت دوم عددی که ترازو نشان می‌دهد از رابطه $F_{2N} = m(g - 2a)$ محاسبه می‌شود پس داریم:

$$\begin{aligned} F_{1N} - F_{2N} &= \cancel{mg} + ma - \cancel{mg} + 2ma \\ \Rightarrow 270 &= 3ma = 3 \times 60 \times a \Rightarrow a = \frac{270}{180} = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

گزینه ۳

جرم گلوله ثابت است.

$$p_1 = mv_1 = 20 \text{ kg.m/s}$$

$$p_2 = mv_2 = 22 \text{ kg.m/s}$$

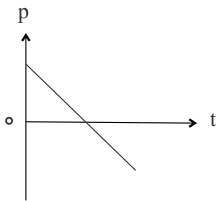
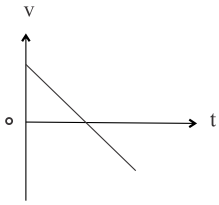
$$\begin{aligned} \text{درصد افزایش انرژی جنبشی} &= \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1^2}{2m}}{\frac{p_1^2}{2m}} \times 100 = \frac{p_2^2 - p_1^2}{p_1^2} \times 100 \\ \Rightarrow \text{درصد افزایش انرژی جنبشی} &= \frac{22^2 - 20^2}{20^2} \times 100 = \frac{(22 - 20)(22 + 20)}{400} \times 100 = \frac{84}{400} \times 100 = 21\% \end{aligned}$$

گزینه ۳

با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ و رابطه $P = mv$ داریم.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2}(mv) \times v \xrightarrow{P=mv} K = \frac{Pv}{2} = \frac{Pmv}{2m} = \frac{P^2}{2m}$$

نمودار تغییرات تکانه با نمودار سرعت زمان یکسان است؛ زیرا تکانه حاصل ضرب جرم در سرعت است و جرم مقدار ثابتی است: $P = mv$ از آنجاکه شتاب ثابت است، سرعت تا رسیدن به نقطه اوج مثبت و در حال کاهش است تا به صفر برسد. سپس منفی و روبه افزایش خواهد بود تا گلوله به زمین اصابت نماید.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

$$\left. \begin{array}{l} \text{تکانه : } p = mv \\ \text{انرژی جنبشی : } K = \frac{1}{2}mv^2 \end{array} \right\} \Rightarrow K = \frac{p^2}{2m}$$

در رابطه تکانه و انرژی جنبشی، K باید برحسب ژول (J) باشد.

$$\begin{aligned} \frac{[J]}{[e]} = [eV] &\Rightarrow 1/8 \text{ eV} = 1/8 \times 1/6 \times 10^{-19} \\ 1/8 \times 1/6 \times 10^{-19} &= \frac{p^2}{2 \times 9 \times 10^{-31}} \Rightarrow p^2 = 18 \times 1/8 \times 1/6 \times 10^{-50} \\ \Rightarrow p &= 72 \times 10^{-26} \Rightarrow p = 7/2 \times 10^{-25} \text{ kg.m/s} \end{aligned}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

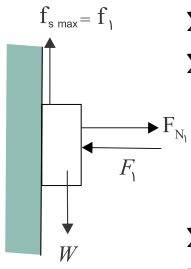
با استفاده از رابطه $k = \frac{P^2}{2m}$ به صورت نسبتی، نسبت خواسته شده را به دست می آوریم:

$$\frac{k_A}{k_B} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2 \times \left(\frac{m_B}{m_A}\right) = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{10}{9}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

حالت اول:

هنگامی که با نیروی افقی F_1 در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، جسم در حالت تعادل است و در هیچ راستایی، حرکت نداریم؛ پس داریم:



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_1 = F_{N_1}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow f_{s \max} = W \Rightarrow f_1 = W \quad (I)$$

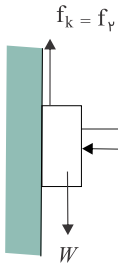
حالت دوم:

هنگامی که با نیروی افقی F_2 با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد، چون شتاب حرکت برابر صفر است، داریم:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_2 = F_{N_2}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow f_k = W \Rightarrow f_2 = W \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} f_1 = f_2$$



$$f_1 = f_2 \Rightarrow \mu_s F_{N_1} = \mu_k F_{N_2} \xrightarrow{\frac{F_{N_1}=F_1}{F_{N_2}=F_2}} \mu_s F_1 = \mu_k F_2$$

$$\xrightarrow{\mu_s > \mu_k} F_1 < F_2$$

پس گزینه "۳" صحیح است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

راه حل اول:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2}{5} \text{ m/s}^2$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + x_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times (1)^2 = 0.2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times (2)^2 = 0.8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_2 - \Delta x_1 = 0.8 - 0.2 = 0.6$$

جابه‌جایی همواره در جهت نیروی برآیند است:

$$W = F d \cos \theta = 2 \times 0.6 = 1.2 \text{ J}$$

راه حل دوم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2}{5} \text{ m/s}^2$$

از فرمول زیر می‌توانیم برای محاسبه جابه‌جایی استفاده کنیم:

$$\text{جابه‌جایی ثانیه } n\text{م} : x = \frac{1}{2} a (2n - 1) + v_0 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} (2 \times 2 - 1) = \frac{3}{5} \text{ m}$$

جابه‌جایی همواره در جهت نیروی برآیند است:

$$W = F d \cos \theta = 2 \times \frac{3}{5} = 1.2 \text{ J}$$

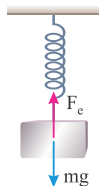
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و تکانه ($K = \frac{p^2}{2m}$) داریم:

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{\frac{p_B^2}{2m_B}}{\frac{p_A^2}{2m_A}} \xrightarrow{K_B = \Delta K_B, p_A = p_B} \frac{\Delta K_B}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \omega$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

در حالت اول:



$$F_e = mg \Rightarrow mg = 200(6\omega - 5\omega) \times 10^{-2} = 30$$

در حالت دوم:

$$F'_e - mg = ma \Rightarrow K\Delta x' - mg = ma$$

$$\Rightarrow 200(6\omega - 5\omega) \times 10^{-2} - 30 = 3a \Rightarrow -10 = 3a \Rightarrow a = -\frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

باتوجه به قانون دوم نیوتن، بردار نیروی \vec{F}_3 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = m\vec{a} \\ \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \\ \vec{F}_1 = -15\vec{i} + 8\vec{j} \\ \vec{F}_2 = -21\vec{i} + 19\vec{j} \\ m = 5\text{kg} \\ \vec{a} = -4\vec{i} + 3\vec{j} \end{cases} \Rightarrow -15\vec{i} + 8\vec{j} - 21\vec{i} + 19\vec{j} + \vec{F}_3 = 5 \times (-4\vec{i} + 3\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}_3 = 16\vec{i} - 12\vec{j}$$

در نتیجه اندازه نیروی \vec{F}_3 برابر است با:

$$|\vec{F}_3| = \sqrt{(16)^2 + (12)^2} = 20\text{N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

نیروی که دو نفر به هم وارد می‌کنند با هم برابر است و طبق قانون دوم نیوتن ($F = ma$) شتاب حرکت با جرم نسبت وارون دارد. شخص سبک‌تر با شتاب بیشتری حرکت می‌کند و در زمان مساوی، مسافت بیشتری را طی می‌کند ($\Delta x = \frac{1}{2}at^2$). بنابراین شخص سبک‌تر در فاصله نقطه O تا A به شخص سنگین‌تر خواهد رسید.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

گام اول

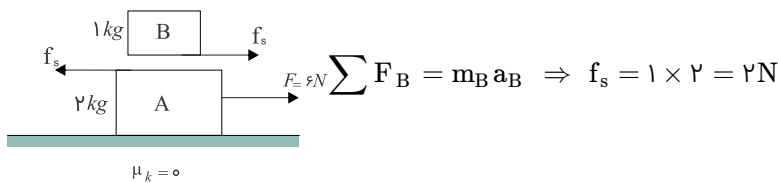
الف) وزنه B روی وزنه A نلغزد $a_A = a_B \leftarrow$
 ب) نیروی اصطکاک بین دو وزنه چند نیوتن است؟ $f_s = ? \leftarrow$

گام دوم

باتوجه به اینکه شتاب جسم A و B با هم برابر هستند، ابتدا دو جسم را به صورت یک سیستم در نظر می‌گیریم و شتاب را محاسبه می‌کنیم، سپس قانون دوم نیوتن را برای جسم B می‌نویسیم تا نیروی اصطکاک ایستایی را به دست بیاوریم:

$$\sum F_{\text{دستگاه}} = (m_A + m_B) a \Rightarrow F = (m_A + m_B) a \Rightarrow f = (\gamma + 1) a \Rightarrow a = \gamma m/s^2$$

حالا کافی است قانون دوم نیوتن را برای جسم B بنویسیم:



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

گام اول

الف) جسمی به جرم $0/5 \text{ kg}$ $\leftarrow 0/5 \text{ kg}$ $m =$
 ب) نیروی متوسط وارد بر جسم در بازه $t_1 = 5 \text{ s}$ تا $t_2 = 7 \text{ s}$ چند نیوتن است؟ $\vec{F} = ? \leftarrow \Delta t = 2 \text{ s}$

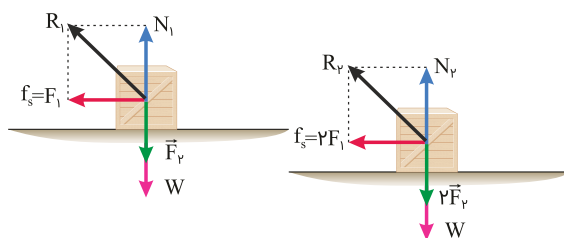
گام دوم

تکانه را در لحظات t_1 و t_2 محاسبه کرده و در رابطه $\vec{F}_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ جایگذاری می‌کنیم:

$$p = t^2 - 10t + 20$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 \text{ s} : p_1 = (5)^2 - 10(5) + 20 = -5 \text{ kg.m/s} \\ t_2 = 7 \text{ s} : p_2 = (7)^2 - 10(7) + 20 = -1 \text{ kg.m/s} \end{cases}$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1} = \frac{(-1) - (-5)}{2} = 2 \text{ N}$$



$$R_1 = \sqrt{f_s^2 + N_1^2} \Rightarrow R_1 = \sqrt{F_1^2 + (W + F_1)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{f_s^2 + N_2^2} \Rightarrow R_2 = \sqrt{(2F_1)^2 + (W + 2F_1)^2}$$

$$R_1 < R_2 < 2R_1$$

$$1 < K < 2$$

تذکر: چون W ثابت است و فقط F_1 و F_2 دو برابر شده‌اند، نمی‌توان گفت که R_2 دو برابر R_1 است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

گام اول

$$\begin{cases} m_1 = 1 \text{ ton} \\ m_2 = 5 \text{ ton} \end{cases}, p_1 = p_2 \leftarrow \text{الف) تکانه اتومبیلی به جرم ۱ تن با تکانه اتومبیلی به جرم ۵ تن برابر است.}$$

ب) انرژی جنبشی کامیون چند برابر انرژی جنبشی اتومبیل است؟ $\leftarrow \frac{K_2}{K_1} = ?$

گام دوم

با توجه به اینکه تکانه اتومبیل با تکانه کامیون برابر است. نسبت سرعت‌های آن‌ها را حساب کرده تا در نهایت نسبت انرژی جنبشی کامیون به انرژی جنبشی اتومبیل را به دست آوریم:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow v_1 = 5v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} = \frac{5}{1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{5}{1} \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{5}$$

با توجه به رابطه $v = R_e \sqrt{\frac{g_0}{r}}$ ، سرعت ماهواره با شعاع زمین و جذر شتاب گرانشی رابطه مستقیم و با جذر شعاع ماهواره نسبت عکس دارد. برای به دست آوردن رابطه فوق کافی است نیروی گرانش را با نیروی مرکزگرای ماهواره برابر قرار دهیم:

$$\begin{cases} \frac{mv^2}{r} = \frac{GM_e m}{r^2} \Rightarrow rv^2 = GM_e \\ mg_0 = \frac{GM_e m}{R_e^2} \Rightarrow R_e^2 g_0 = GM_e \end{cases} \Rightarrow rv^2 = R_e^2 g_0 \Rightarrow v = R_e \sqrt{\frac{g_0}{r}}$$

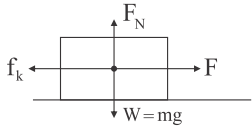
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۱

گام اول

الف) جسمی به جرم 6 kg ← $m = 6\text{ kg}$ ب) روی یک سطح افقی قرار دارد ← $v_0 = 0$ ج) اگر به جسم نیروی افقی 24 N نیوتونی وارد کنیم ← $F = 24\text{ N}$ د) شتاب حرکت 3 m/s^2 می شود ← $a = 3\text{ m/s}^2$ ه) ضریب اصطکاک لغزشی بین سطح و جسم کدام است؟ ← $\mu_k = ?$

گام دوم

قانون دوم نیوتن را برای جسم در دو راستای قائم و افقی نوشته و با استفاده از معادله $f_k = \mu_k \times F_N$ ضریب اصطکاک لغزشی را می یابیم.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = 6 \times 10 = 60\text{ N}$$

$$\sum F_x = ma \Rightarrow 24 - f_k = 6 \times 3 \Rightarrow f_k = 6\text{ N}$$

$$f_k = \mu_k \times F_N \Rightarrow 6 = \mu_k \times 60 \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

گزینه ۳

۱۱۱

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1}$$

$$t_1 = 3\text{ s} \Rightarrow P_1 = 15(3)^2 + 5 \times 3 = 150\text{ kgm/s}$$

$$t_2 = 6\text{ s} \Rightarrow P_2 = 15(6)^2 + 5 \times 6 = 570\text{ kgm/s}$$

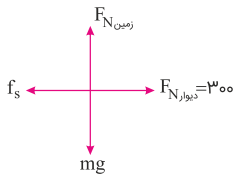
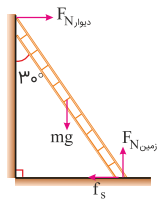
$$F_{av} = \frac{570 - 150}{6 - 3} = 140\text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گزینه ۲

۱۱۲

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می کنیم.



$$\begin{cases} f_s = F_{N \text{ دیوار}} = 300\text{ N} \\ F_{N \text{ زمین}} = mg = 400\text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{f_s^2 + F_{N \text{ زمین}}^2} = 500\text{ N}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

گام اول

الف) در کدام لحظه برحسب ثانیه $t = ?$ (s)
 ب) شتاب حرکت متحرک برابر با صفر است $a = 0$

گام دوم

مطابق قانون دوم نیوتن $\vec{F} = m\vec{a}$ ، در هر لحظه‌ای که شتاب صفر باشد، نیرو هم صفر است. پس با استفاده از رابطه $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ ، معادله نیرو را به دست آورده و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\vec{P} = (2t^2 - \lambda t)\vec{i} + \left(\frac{4}{3}t^3 - 4t^2 + 5\right)\vec{j} \xrightarrow{F = \frac{dP}{dt}} \vec{F} = (4t - \lambda)\vec{i} + (4t^2 - \lambda t)\vec{j}$$

$$\vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4t - \lambda = 0 \Rightarrow t = 2s \\ 4t^2 - \lambda t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2s \end{cases} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} t = 2s$$

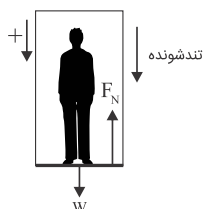
در نتیجه در لحظه $t = 2s$ ، نیرو و شتاب هر دو صفر هستند.

گام اول

الف) شخصی به جرم 80 kg $\leftarrow m = 80 \text{ kg}$
 ب) لحظه‌ای که آسانسور با شتاب ثابت 2 m/s^2 تندشونده رو به پایین حرکت می‌کند (جهت مثبت را رو به پایین در نظر می‌گیریم) $a = 2 \text{ m/s}^2$
 ج) نیرویی که از طرف شخص به آسانسور وارد می‌شود، چند نیوتن است؟ $F'_N = ?$

گام دوم

برای فهم بهتر شکل مسئله را رسم می‌کنیم.



باتوجه به قانون دوم نیوتن، $\sum F = ma$ ، F_N را به دست می‌آوریم. در اینجا ۲ نیرو داریم، یکی نیروی وزن شخص و دیگری نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند. بنابراین:

$$\begin{aligned} \sum F = ma &\Rightarrow W - F_N = ma \\ \Rightarrow mg - F_N = ma &\Rightarrow F_N = m(g - a) = 80(10 - 2) = 640 \text{ N} \end{aligned}$$

باتوجه به قانون عمل و عکس‌العمل، $F_N = F'_N$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} F'_N = F_N \\ F_N = 640 \end{cases} \Rightarrow F'_N = 640 \text{ N}$$

ابتدا بررسی می‌کنیم که جسم حرکت می‌کند یا نه؟

$f_{s,max} = \mu_s \cdot F_N = 0.6 \times 60 = 36 \text{ N}$
 $mg + F' < f_{s,max} \Rightarrow$ جسم ساکن می‌ماند

$$\begin{cases} F_N = 60 \text{ N} \\ f_s = mg + F' = 30 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{60^2 + 30^2} = 30\sqrt{5} \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

گام اول

الف) دو گلوله A و B تکانه یکسانی دارند. $p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B \leftarrow$

ب) جرم گلوله B، سه برابر جرم گلوله A $m_B = 3m_A \leftarrow$

ج) انرژی جنبشی گلوله A برابر با ۱۸J $K_A = 18 \text{ J} \leftarrow$

د) انرژی جنبشی گلوله B؟ $K_B = ? \leftarrow$

گام دوم

با استفاده از نسبت $\frac{K_A}{K_B}$ می‌توانیم انرژی جنبشی گلوله B را پیدا کنیم، ولی قبل از آن باید نسبت $\frac{v_A}{v_B}$ را به دست بیاوریم:

$$m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow m_A v_A = 3m_A v_B \Rightarrow v_A = 3v_B$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2} m_A v_A^2}{\frac{1}{2} m_B v_B^2} \Rightarrow \frac{18}{K_B} = \frac{m_A}{3m_A} \times \left(\frac{3v_B}{v_B} \right)^2 \Rightarrow \frac{18}{K_B} = \frac{1}{3} \times 9 \Rightarrow K_B = 6 \text{ J}$$

گام اول

- الف) در یک تصادف سرعت اتومبیل از 54 km/h به صفر می‌رسد. $v_1 = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$, $v_2 = 0 \leftarrow$
 ب) زمان این حرکت کندشونده، $t = 0/3 \text{ s} \leftarrow 0/3 \text{ s}$
 ج) مسافری به جرم $60 \text{ kg} \leftarrow 60 \text{ kg}$ $m = 60 \text{ kg}$
 د) بزرگی نیروی متوسط کمر بند ایمنی به مسافر تا به جلو پرت نشود؟ $|F_{av}| = ? \leftarrow$

گام دوم

روش اول:

با استفاده از روابط تکانه، زیر داریم:

$$\Delta p = m \Delta v = 60 \times 15$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{60 \times 15}{0/3} = 3000 \text{ N}$$

روش دوم:

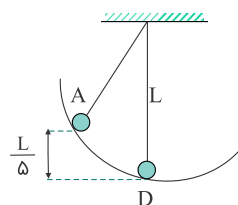
نیروی که باعث پرت شدن مسافر به جلو می‌شود همان نیرویی است که شتاب متوقف‌کننده اتومبیل را به وجود می‌آورد. ابتدا با استفاده از معادله سرعت- زمان، شتاب حرکت کند شونده را به دست می‌آوریم:

$$v_2 = at + v_1 \Rightarrow 0 = a \times 0/3 + 15 \Rightarrow a = -50 \text{ m/s}^2$$

حالا به کمک قانون دوم نیوتن، نیرویی را که کمر بند باید به این مسافر وارد کند، تا به جلو پرت نشود، محاسبه می‌کنیم:

$$\left| \sum F \right| = m |a| \Rightarrow |F_{av}| = 60 \times |-50| = 3000 \text{ N}$$

با استفاده از قضیه پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$U_D + K_D = U_A + K_A$$

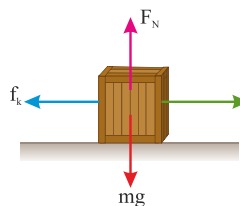
$$Mgh_D + \frac{1}{2}Mv_D^2 = Mgh_A + \frac{1}{2}Mv_A^2$$

$$v_D^2 - v_A^2 = -2g(h_D - h_A)$$

$$v_D^2 - 0^2 = 2g\left(\frac{L}{2}\right) \Rightarrow v_D = \sqrt{\frac{2}{2}gL}$$

$$P_D = Mv_D = M\sqrt{\frac{2}{2}gL} = \sqrt{\frac{2}{2}M^2gL}$$

گام اول: شتاب حرکت جعبه را قبل از پاره شدن نخ به دست می‌آوریم:



$$F_N = mg = 100 \times 10 = 1000 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N = 0.5 \times 1000 = 500 \text{ N}$$

$$F - f_k = ma \Rightarrow 550 - 500 = 100a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ m/s}^2$$

گام دوم: سرعت جعبه را در لحظه پاره شدن نخ محاسبه می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ m/s}$$

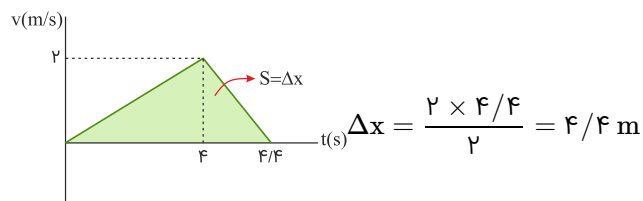
گام سوم: شتاب جعبه را از لحظه پاره شدن نخ تا لحظه توقف به دست می‌آوریم. باتوجه به اینکه پس از پاره شدن طناب فقط نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت، بر جعبه وارد می‌شود، داریم:

$$-f_k = ma \Rightarrow a_2 = -\mu_k g = -0.5 \times 10 = -5 \text{ m/s}^2$$

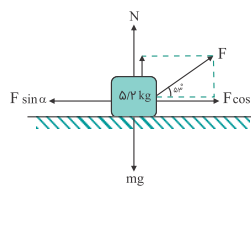
گام چهارم: مدت زمانی که طول می‌کشد تا پس از پاره شدن نخ جعبه متوقف شود را محاسبه می‌کنیم:

$$v_2 = a_2 t_2 + v_0 \Rightarrow 0 = -5t_2 + 2 \Rightarrow t_2 = 0.4 \text{ s}$$

گام پنجم: نمودار $v - t$ حرکت جعبه را رسم می‌کنیم و جابه‌جایی کل را به دست می‌آوریم:



جسم در آستانه حرکت است بنابراین نیروی اصطکاک دارای بیشترین مقدار خود است و همچنین برآیند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است. ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم، سپس نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه کرده و در انتها ضریب اصطکاک ایستایی را به دست می‌آوریم. با توجه به اینکه مؤلفه y برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر صفر است، N را به دست می‌آوریم:



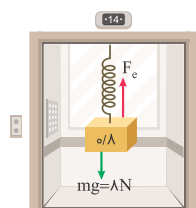
$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_y = 0 \\ m = 5/2 \text{ kg} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ F = 20 \text{ N} \\ \sin \alpha = 0/8 \end{array} \right. \Rightarrow N + F \sin \alpha - mg = 0 \Rightarrow N + 20 \times 0/8 - 5/2 \times 10 = 0 \Rightarrow N = 36 \text{ N}$$

با توجه به اینکه برآیند نیروها در راستای محور x صفر است، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \Rightarrow F \cos \alpha - f_{s \max} = 0 \\ F_{s \max} = \mu_s \times N \\ \cos 53^\circ = 0/6 \end{array} \right. \Rightarrow F \cos \alpha = \mu_s \times N \Rightarrow 20 \times 0/6 = \mu_s \times 36 \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{3}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۹

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.



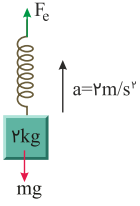
گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم می‌نویسیم. چون جهت حرکت رو به بالا و حرکت آسانسور کندشونده است، شتاب به سمت پایین است، برآیند نیروها نیز به سمت پایین است. پس:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow mg - kx = ma \\ \Rightarrow 8 - 2x = 0/8 \times 2 \Rightarrow x = 3/2 \text{ cm}$$

چون جهت نیروی فنر به سمت بالا است یعنی طول فنر از طول عادی آن بیشتر شده است. پس طول فنر به $20 + 3/2 = 23/2 \text{ cm}$ می‌رسد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

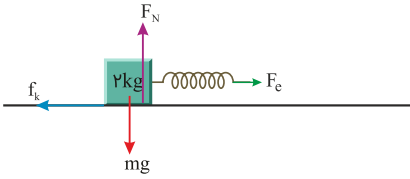
گام اول: در حالت اول باتوجه به قانون دوم نیوتون، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:



$$F_e - mg = ma \Rightarrow k\Delta x - mg = ma$$

$$\Rightarrow k \times \left(\frac{۴۲ - ۳۰}{۱۰۰} \right) - ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow k = ۲۰۰ \text{ N/m}$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون برای حالت جدید به صورت زیر است:



$$F_N = mg = ۲۰ \text{ N}$$

$$F_e - f_k = ma \Rightarrow k\Delta x - \mu_k F_N = ma$$

$$\Rightarrow ۲۰۰ \times \left(\frac{۳۶ - ۳۰}{۱۰۰} \right) - \mu_k \times ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow \mu_k \times ۲۰ = ۸ \Rightarrow \mu_k = ۰/۴$$

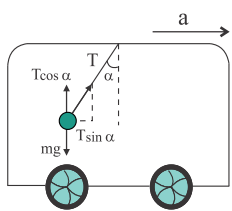
گام اول

الف) وزنه‌ای که توسط نخ سبکی از سقف آویزان است، از راستای قائم ۳۰° درجه منحرف شده است $\leftarrow \alpha = ۳۰^\circ$
 ب) نسبت به واگن ساکن مانده است. \leftarrow شتاب وزنه نسبت به زمین برابر با a است.
 ج) اندازه شتاب حرکت واگن چه کسری از شتاب جاذبه زمین است؟ $\leftarrow \frac{a}{g} = ?$

گام دوم

گلوله تحت تأثیر دینامی $W = mg$ و کشش نخ T است. چون گلوله نیز همراه واگن با شتاب ثابت a حرکت می‌کند طبق قانون دوم نیوتن این شتاب باید توسط نیرویی ایجاد شده باشد. با توجه به شکل، $T \sin \alpha$ این شتاب را در راستای افق ایجاد کرده است. اما جسم در راستای قائم برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین:

$$\begin{cases} \sum F_x = ma \Rightarrow T \sin \alpha = ma \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \alpha - mg = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = mg \end{cases}$$



حال کافی است دو رابطه را بر هم تقسیم کنیم تا نسبت $\frac{a}{g}$ را به دست آوریم:

$$\frac{T \sin \alpha}{T \cos \alpha} = \frac{ma}{mg} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow \tan ۳۰^\circ = \frac{a}{g} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{a}{g}$$

گزینه ۱

چون سطح افقی بدون اصطکاک است، هر سه جسم با شتاب ثابت و مساوی حرکت می‌کنند. در این صورت طبق قانون دوم نیوتن بین نیرو و جرم نسبت مستقیم وجود دارد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{F}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{F'}{m_2 + m_3} = \frac{F''}{m_3}$$

$$\frac{F}{۳m} = \frac{F'}{۲m} = \frac{F''}{m} \Rightarrow \frac{F}{۳} = \frac{F'}{۲} = F'' \Rightarrow F = \frac{۳}{۲}F' = ۳F''$$

گزینه ۱

$$F - f_k = ma \xrightarrow{v=\text{ثابت} \Rightarrow a=0} k\Delta x - f_k = 0$$

$$\Rightarrow ۲۰۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} = \mu_k \cdot F_N \xrightarrow{F_N = mg = ۵۰} ۱۰ = \mu_k \times ۵۰ \Rightarrow \mu_k = ۰/۲$$

گزینه ۲

چون اصطکاک وجود ندارد و گلوله‌ها از حال سکون رها شده‌اند، برای هر گلوله انرژی پتانسیل گرانشی و انرژی جنبشی آن، هنگام رسیدن به زمین برابر است.

$$U = K \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{۲gh}$$

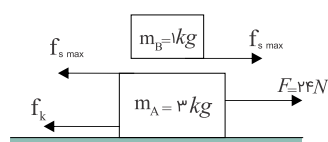
بنابراین سرعت گلوله‌ها در لحظه رسیدن به زمین به جرم آن‌ها بستگی ندارد و فقط به ارتفاع و شتاب گرانش بستگی دارد که برای هر سه گلوله یکسان است؛ پس بزرگی سرعت هر سه گلوله در لحظه رسیدن به زمین یکسان است.

گام اول

الف) ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین تمام سطحها به ترتیب $0/5$ و $0/25$ ←
 ب) نیروی اصطکاک بین دو جسم A و B چند نیوتن است؟ ← $f = ?$ (نیروی اصطکاک ایستایی یا جنبشی)

گام دوم

ابتدا باید ببینیم که جسم m_B بر روی جسم m_A می‌لغزد یا خیر.



برای این کار باید شتابی را که نیروی F ایجاد می‌کند به دست بیاوریم و با شتابی که برای لغزیدن جسم B نیاز است مقایسه کنیم.

جسم B و A را به صورت یک دستگاه در نظر می‌گیریم و قانون دوم نیوتن را برای آن می‌نویسیم. توجه شود که در قانون دوم نیوتن نیروهای داخلی (مثل نیروی اصطکاک ایستایی بین دو جسم) را در نظر نمی‌گیریم.

$$\sum F = (m_A + m_B) a \Rightarrow F - f_k = (m_A + m_B) a \xrightarrow[N=(m_A+m_B)g]{f_k = \mu_k N} F - \mu_k N = (m_A + m_B) a$$

$$\xrightarrow{F=24(N)} 24 - 0/25 \times (3+1) \times 10 = (3+1) a \rightarrow a = \frac{24}{4} = 6 \text{ m/s}^2$$

حداکثر شتاب جسم B برای نلغزیدن را با استفاده از قانون دوم نیوتن برای جسم B به دست می‌آوریم:

$$\sum F_B = m_B a_B \Rightarrow f_{s \max} = m_B a_B \xrightarrow[N_B = m_B g]{f_{s \max} = \mu_s N_B} \mu_s m_B g = m_B a_B \Rightarrow a_B = \mu_s g = 0/5 \times 10 = 5 \text{ m/s}^2$$

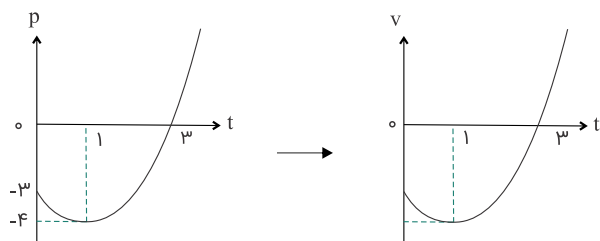
$a_B > a$ (بنابراین بین جسم‌های A و B نیروی اصطکاک جنبشی داریم که برابر است با:

$$f_{k_B} = \mu_k N_B \Rightarrow f_{k_B} = \mu_k m_B g = 0/25 \times 1 \times 10 = 2/5 \text{ N}$$

باتوجه به رابطه $\vec{p} = m\vec{v}$ تکانه هم‌جهت و متناسب با سرعت است. بنابراین شکل کلی نمودارشان، همانند یکدیگر است. پس نمودار سرعت زمان آن به صورت زیر است:

p	-۴	۰	-۳
t	۱	۳	۰

راس سهمی $p = t^2 - 2t - 3 \Rightarrow p' = 2t - 2 \Rightarrow t = 1 \text{ s}$



باتوجه به نمودار سرعت زمان حرکت از لحظه $t = 3 \text{ s}$ تا $t = 0$ ، ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 15 - 0/2 \times 50 = 5a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 = 1 \times 2 + 0 = 2 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 = 2 \text{ m}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma$$

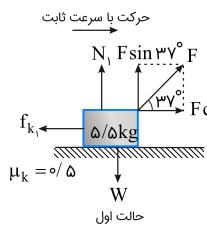
$$-\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -2 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a(\Delta x) \Rightarrow 0 - 2^2 = 2(-2)(\Delta x) \Rightarrow \Delta x = 1 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 2 + 1 = 3 \text{ m}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

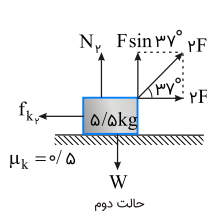
قانون دوم نیوتن را در هر دو حالت نوشته و نسبت $\frac{f_{kv}}{f_{k1}}$ را می‌یابیم:



$$\text{حالت اول: } \begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow W - N_1 - F \sin 37^\circ = 0 \Rightarrow N_1 = 55 - 0/6 F & \text{(I)} \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow F \cos 37^\circ - f_{k1} = 0 \Rightarrow f_{k1} = 0/8 F & \text{(II)} \end{cases}$$

$$f_{k1} = \mu_k \cdot N_1 \xrightarrow{\text{(II)}, \text{(I)}} 0/8 F = 0/5 \times (55 - 0/6 F) \Rightarrow F = 25 N$$

$$\Rightarrow f_{k1} = 0/8 F = 0/8 \times 25 = 2.5 N$$



$$\text{حالت دوم: } \sum F_y = 0 \Rightarrow W - N_2 - 2F \sin 37^\circ = 0 \Rightarrow N_2 = 55 - 2 \times 25 \times 0/6 = 25 N$$

$$f_{kv} = \mu_k \cdot N_2 = 0/5 \times 25 = 12/5 N$$

$$\frac{f_{kv}}{f_{k1}} = \frac{12/5}{2.5} = \frac{5}{1}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

$$\mu_s = 0/6$$

$$\mu_k = 0/3$$

$$f_{s \max} = \mu_s N = \mu_s W = 0/6 \times 500 = 300 N$$

چون $F < f_{s \max}$ است، جسم حرکت نمی‌کند و نیروی اصطکاک ایستایی هم‌اندازه با نیروی محرک وارد بر جسم است: $|f_s| = |F| = 250 N$. نیروهایی که جسم به سطح وارد می‌کند عبارت است از: (۱) عکس‌العمل نیروی اصطکاک و (۲) عکس‌العمل نیروی عمودی سطح. پس:

$$\vec{R}' = f_s' \vec{i} + F_{N'}' \vec{j} = 250 \vec{i} - 500 \vec{j}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

گام اول

الف) تکانه جسم A برابر با تکانه جسم B ← $p_A = p_B$
 ب) اگر جرم جسم A دو برابر جرم جسم B باشد. ← $m_A = 2m_B$
 ج) انرژی جنبشی A چند برابر انرژی جنبشی جسم B است؟ ← $\frac{K_A}{K_B} = ?$

گام دوم

با توجه به رابطه $p = mv$ و $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، نسبت انرژی جنبشی A به انرژی جنبشی B را محاسبه می‌کنیم:

$$p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow 2m_B v_A = m_B v_B \Rightarrow v_B = 2v_A$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2}m_A v_A^2}{\frac{1}{2}m_B v_B^2} = \frac{2m_B}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{2v_A}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{v_A}{2v_A}\right)^2 = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$