۱ گزینه ۱

$$x = ۲t^۳ - ۶t^۲ + ۶t$$
$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v = ۶t^۲ - ۱۲t + ۶$$
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{v_۲ - v_۰}{۲} = \frac{۶ - ۶}{۲} = ۰$$

$$v = ۰ \Rightarrow ۶t^۲ - ۱۲t + ۶ = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۲t + ۱ = ۰ \Rightarrow (t-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow t = ۱s$$

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a = ۱۲t - ۱۲ \xrightarrow{a=۰} t = ۱s$$

چون معادلهٔ سرعت- زمان در $t = ۱s$ دارای ریشهٔ مضاعف است و علامت سرعت عوض نشده است، نتیجه می‌گیریم که متحرک در لحظهٔ $t = ۱s$ متوقف شده است ولی تغییر جهت نمی‌دهد و همچنین در لحظهٔ $t = ۱s$ شتاب متحرک صفر است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

۲ گزینه ۴

$$\text{ثانیهٔ دوم } ۲ : \begin{cases} t_۱ = ۲s \\ t_۲ = ۴s \end{cases}$$

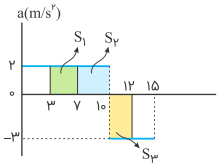
$$v = ۲t^۲ - ۴t - ۲ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t_۱ = ۲s} v_۱ = ۲(۲)^۲ - ۴(۲) - ۲ = -۲ m/s \\ \xrightarrow{t_۲ = ۴s} v_۲ = ۲(۴)^۲ - ۴(۴) - ۲ = ۱۴ m/s \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۴ - (-۲)}{۴ - ۲} = \frac{۱۶}{۲} = ۸ m/s^۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۳ گزینه ۳

گام اول: سرعت متحرک را در لحظه‌های $t = ۷\,s$ و $t = ۱۰\,s$ به دست می‌آوریم:



$$S_۱ = ۴ \times ۲ = ۸\,m/s$$
$$v_۷ - v_۳ = ۸ \Rightarrow v_۷ - ۱ = ۸ \Rightarrow v_۷ = ۹\,m/s$$
$$S_۲ = ۳ \times ۲ = ۶\,m/s$$
$$v_{۱۰} - v_۷ = ۶ \Rightarrow v_{۱۰} - ۹ = ۶ \Rightarrow v_{۱۰} = ۱۵\,m/s$$

گام دوم: جابه‌جایی را در بازهٔ زمانی $۷\,s$ تا $۱۰\,s$ محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x_۱}{\Delta t_۱} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \Rightarrow \Delta x_۱ = ۳ \times \frac{۱۵ + ۹}{۲} = ۳۶\,m$$

گام سوم: سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۱۲\,s$ به دست می‌آوریم دقت کنید که سرعت در ابتدای بازهٔ زمانی ($۱۰\,s$ تا $۱۲\,s$)، $۱۵\,m/s$ است:

$$S_۳ = ۳ \times ۲ = ۶\,m/s \Rightarrow \Delta v = -۶\,m/s \Rightarrow v_{۱۲} - v_{۱۰} = -۶$$
$$\Rightarrow v_{۱۲} - ۱۵ = -۶ \Rightarrow v_{۱۲} = ۹\,m/s$$

گام چهارم: جابه‌جایی را در بازهٔ زمانی ($۱۰\,s$ تا $۱۲\,s$) محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{۱۵ + ۹}{۲} \times ۲ = ۲۴\,m$$

گام پنجم: سرعت متوسط را در بازهٔ زمانی $۷\,s$ تا $۱۲\,s$ به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۴ + ۳۶}{۵} = ۱۲\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۴ گزینه ۳

ابتدا در مدت $۱۱\,s$ جابه‌جایی دو متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_A = vt = ۱۰ \times ۱۱ = ۱۱۰\,m$$

$$\begin{cases} \Delta x_{۱B} = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۵^۲ + ۲ \times ۵ = ۳۵\,m \\ \Delta x_{۲B} = vt_۲ = (+at_۱ + v_۰)t_۲ = (+۲ \times ۵ + ۲)(۱۱ - ۵) = ۷۲\,m \end{cases}$$

$$\Delta x_B = \Delta x_{۱B} + \Delta x_{۲B} = ۱۰۷\,m$$

حال می‌توانیم با مساوی قرار دادن مسافت‌های پیموده شده لحظهٔ رسیدن دو متحرک به یکدیگر و همچنین اندازهٔ سرعت آن‌ها را محاسبه کنیم:

$$\left.\begin{aligned} x_B &= vt = ۱۲t \\ x_A &= \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \\ x_A &= \frac{۱}{۲}(-۲)t^۲ + ۱۰t + ۳ \end{aligned}\right\} \Rightarrow x_A = x_B$$

$$-t^۲ + ۱۰t + ۳ = ۱۲t \Rightarrow t^۲ + ۲t - ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱ \\ t = -۳ \end{cases}$$

$$v_B = ۱۲\,m/s$$

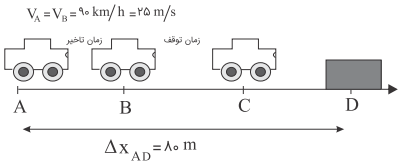
$$v_A = -at + v_۰ = -۲ \times ۱ + ۱۰ = ۸\,m/s$$

$$v_B - v_A = ۱۲ - ۸ = ۴\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۵ گزینه ۱

برای درک بهتر سؤال، شکل را رسم می‌کنیم:



فاصلهٔ AB را با استفاده از معادلهٔ $x = vt + x_۰$ به دست می‌آوریم:

$$x_B = v_{AB} t_B + x_A \xrightarrow{t_B = ۰/۴s} \Delta x_{AB} = ۲۵ \times ۰/۴ = ۱۰\,m$$

در فاصلهٔ BC حرکت به‌صورت شتابدار و با شتاب ثابت است ($a_{BC} = -۵ m/s^۲$)؛ پس برای یافتن این فاصله، از معادلهٔ مستقل از زمان استفاده می‌کنیم:

$$v_C{}^۲ - v_B{}^۲ = ۲ a_{BC} \Delta x_{BC} \rightarrow \Delta x_{BC} = \frac{۰ - ۶۲۵}{۲ \times -۵} = ۶۲/۵\,m$$

کل مسافتی که اتومبیل از نقطهٔ A تا لحظهٔ توقف یعنی نقطهٔ C طی می کند، برابر است با:

$$\Delta x_{AC} = \Delta x_{AB} + \Delta x_{BC} = ۱۰ + ۶۲/۵ = ۷۲/۵\,m$$

با توجه به فواصل محاسبه‌شده، متحرک در ۷/۵ متری مانع می‌ایستد.

$$\Delta x_{AD} - \Delta x_{AC} = ۸۰ - ۷۲/۵ = ۷/۵\,m$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

۶ گزینه ۲

مساحت زیر نمودار سرعت-زمان، برابر است با مقدار جابه‌جایی. پس کافی است مطابق شکل زیر مساحت قسمت هاشورخورده را محاسبه کنیم.
برای این منظور معادلهٔ سرعت- زمان را به دست می‌آوریم.

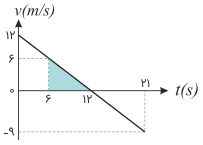
$$\begin{cases} v = at + v_۰ \\ v_۰ = ۱۲\,m/s \\ \text{شیب خط}: a = \dfrac{(-۹) - (+۱۲)}{۲۱ - ۰} = -۱\,m/s^۲ \end{cases} \Rightarrow v = -t + ۱۲$$

سرعت متحرک در لحظه‌های $t = ۶s$ و $t = ۱۲s$ برابر است با:

$$\begin{cases} t_۱ = ۶s \Rightarrow v_۱ = -۶ + ۱۲ = ۶\,m/s \\ t_۲ = ۱۲s \Rightarrow v_۲ = -۱۲ + ۱۲ = ۰\,m/s \end{cases}$$

نمودار به صورت زیر است. پس مقدار جابه‌جایی را می‌توانیم بیابیم.

$$\begin{cases} S = \dfrac{(۱۲ - ۶) \times ۶}{۲} = ۱۸ \\ \Delta x = S \end{cases} \Rightarrow \Delta x = ۱۸\,m$$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

۷ گزینه ۲

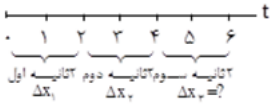
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۸

گام اول

الف) معادلهٔ سرعت- زمان متحرکی روی محور x به‌صورت $v = -۲t + ۴$ ← شتاب ثابت، $a = -۲m/s^۲$ و $v_۰ = +۴m/s$

ب) بزرگی جابه جایی متحرک در ۲ ثانیه سوم چند متر است؟ ← یعنی جابه جایی در بازهٔ زمانی ۴ تا ۶ ثانیه رو باید حساب کنیم.

گام دوم



روش اول:

مکان متحرک از رابطهٔ $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$ به دست می آید. می توانیم مکان متحرک در لحظه $t = ۶s$ و $t = ۴s$ را مشخص کنیم و بعد جابه جایی را از رابطهٔ $\Delta x = x_۶ - x_۴$ به دست بیاوریم:

اکنون در لحظه های $t = ۴s$ و $t = ۶s$ مکان متحرک را محاسبه می کنیم:

$$\begin{cases} t = ۴s \Rightarrow x_۴ = \frac{۱}{۲}(-۲)(۴)^۲ + ۴ \times (۴) + x_۰ = x_۰ \\ t = ۶s \Rightarrow x_۶ = -\frac{۱}{۲}(-۲)(۶)^۲ + ۴ \times (۶) + x_۰ = -۱۲ + x_۰ \end{cases}$$

پس بزرگی جابه جایی برابر است با:

$$\Delta x = x_۶ - x_۴ = -۱۲ + x_۰ - x_۰ = -۱۲m \Rightarrow |\Delta x| = ۱۲m$$

روش دوم:

با توجه به $v = -۲t + ۴$، سرعت در لحظه های $t_۱ = ۴s$ و $t_۲ = ۶s$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_۱ = ۴\ s : v_۱ = -۲ \times ۴ + ۴ = -۴\ m/s \\ t_۲ = ۶\ s : v_۲ = -۲ \times ۶ + ۴ = -۸\ m/s \end{cases}$$

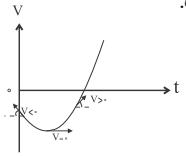
از طرفی شتاب ثابت است؛ پس $|\Delta x|$ را می توانیم از رابطهٔ $|\Delta x| = \frac{|v_۱ + v_۲|}{۲}\Delta t$ به دست بیاوریم:

$$|\Delta x| = \frac{|v_۱ + v_۲|}{۲}\Delta t = \frac{|(-۴) + (-۸)|}{۲} \times ۲ = ۱۲\ m$$

۸ گزینه ۱

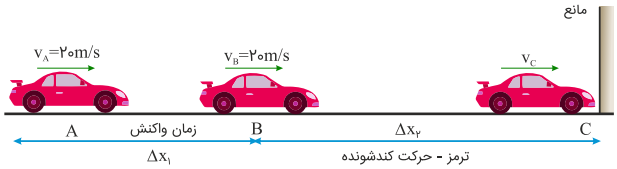
سرعت ابتدا منفی است، پس در نمودار $X - t$ شیب نمودار که همان سرعت است، باید منفی باشد. بعد سرعت صفر می‌شود، پس شیب در نمودار $X - t$ باید صفر باشد و در آخر سرعت مثبت می‌شود و درنتیجه در نمودار $X - t$ شیب باید مثبت باشد. (مطابق نمودار گزینهٔ ۱)

نکتهٔ دیگر اینکه نمودار سرعت، نمودار خطی یعنی معادلهٔ درجه ۱ دارد، پس معادلهٔ مکان باید درجه ۲ باشد. پس نمودار مکان - زمان یک سهمی درجه ۲ است.



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

۹ گزینه ۳



$$\Delta x_1 = vt_1 = ۲۰ \times ۰/۵ = ۱۰\,m$$

$$\Delta x_2 = ۵۲ - ۱۰ = ۴۲m$$

$$v_C^2 - v_B^2 = -2a(\Delta x_2) \rightarrow v_C^2 - ۲۰^2 = -۲ \times ۴ \times ۴۲$$

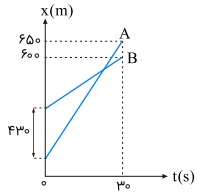
$$v_C^2 = -۳۳۶ + ۴۰۰ = ۶۴ \Rightarrow v_C = ۸m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۰ گزینه ۳

نمودار مکان- زمان دو متحرک به‌صورت خطی است؛ بنابراین سرعت دو متحرک ثابت است.

باتوجه‌به شیب نمودار مکان- زمان، اختلاف سرعت دو متحرک را به دست می‌آوریم:



$$v_A = \frac{۶۵۰ - x_{۰A}}{۳۰}$$

$$v_B = \frac{۶۰۰ - x_{۰B}}{۳۰}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = \frac{۶۵۰ - x_{۰A}}{۳۰} - \frac{۶۰۰ - x_{۰B}}{۳۰}$$

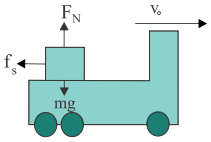
$$= \frac{۶۵۰ - ۶۰۰ + \overbrace{(x_{۰B} - x_{۰A})}^{۴۳۰}}{۳۰}$$

$$= \frac{۴۸۰}{۳۰} = ۱۶\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

۱۱ گزینه ۲

حداقل مسافتی که کامیون می‌تواند برای توقف طی کند معادل است با حداکثر شتابی که برای توقف می‌تواند داشته باشد به طوری که جعبه نلغزد. به‌این‌ترتیب جعبه در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد اما حرکتی ندارد. در این حالت شتاب جعبه همان شتاب حداکثریِ کامیون در موقع متوقف شدن، است. شکل زیر نیروهای وارد بر جعبه را نشان می‌دهد:



قانون دوم نیوتن را برای جعبه می‌نویسیم:

$$f_{s_{max}} = ma_{max} \Rightarrow \mu_s F_N = ma_{max} \Rightarrow \mu_s g = a_{max} \Rightarrow a_{max} = \mu_s g = ۰/۵ \times ۱۰ = ۵m/s^۲$$

اکنون با داشتن حداکثر شتاب جعبه و کامیون، از معادلهٔ مستقل از زمان برای کامیون تا لحظهٔ توقف، داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a_{max}\Delta x \Rightarrow ۰ - (۷۲ \times \frac{۱۰}{۳۶})^۲ = ۲(-۵)\Delta x \Rightarrow -۴۰۰ = -۱۰\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۴۰m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۱۲ گزینه ۳

باتوجه‌به نمودار، در ۲۰ ثانیهٔ اول حرکت، مقدار تغییرات سرعت برابر است با $۲ \times ۱۰ = ۲۰m/s$ ، $t_۱ = ۲۰s$؛ یعنی سرعت در لحظهٔ $-۲۰m/s$ است (مساحت زیر نمودار $a - t$، برابر تغییرات سرعت است)

از لحظهٔ $t_۱ = ۲۰s$ به بعد، شتاب $+۲m/s^۲$ است؛ پس داریم:

$$\text{ثانیهٔ ۲۰ به بعد} : v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲t - ۲۰$$

متحرک در لحظه‌ای (لحظه‌هایی) تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر می‌شود، بنابراین:

$$v = ۰ \Rightarrow ۲t - ۲۰ = ۰ \Rightarrow t = ۱۰s$$

پس متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد (در لحظهٔ $t = ۱۰s$).

t		۱۰	
V	−	۰	+

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

۱۳ گزینه ۱

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{(v-t)}}{\Delta t} = \frac{\frac{v_{max} \times ۲۵}{۲}}{۲۵} = \frac{v_{max}}{۲} = ۱۰ \Rightarrow v_{max} = ۲۰\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۱۴ گزینه ۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۰

گام اول

الف) متحرکی با سرعت اولیه $v_۰ = ۴m/s \leftarrow +۴m/s$

ب) با شتاب $a = ۲m/s^۲ \leftarrow ۲m/s^۲$

ج) در یک مسیر مستقیم $۱۲m$ جابه‌جا می‌شود $\leftarrow \Delta x = ۱۲m$

د) سرعت متوسط متحرک در این جابه‌جایی چقدر است؟ $\leftarrow v_{av} = ?$

گام دوم

اگر سرعت ابتدا و انتهای بازه زمانی را داشته باشیم، درصورتی‌که شتاب حرکت ثابت باشد، سرعت متوسط از رابطهٔ $v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$ به دست می‌آید. سرعت اولیه را داریم پس کافی است سرعت نهایی را به دست آوریم:

با توجه به رابطهٔ مستقل از زمان داریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow v^۲ - (۴)^۲ = ۲ \times ۲ \times ۱۲ \Rightarrow v^۲ = ۶۴ \Rightarrow v = \pm ۸m/s$$

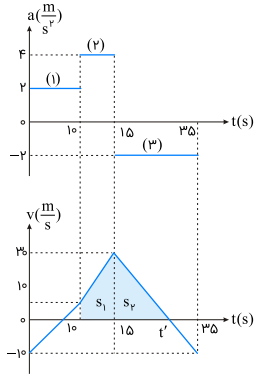
از آنجایی‌که $v_۰$ مثبت و a هم مثبت و ثابت است، هیچ وقت سرعت منفی نخواهد شد.

بنابراین سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} = \frac{۴ + ۸}{۲} = ۶m/s$$

۱۵ گزینه ۳

باتوجه‌به نمودار شتاب- زمان، نمودار سرعت- زمان را رسم کرده و از طریق مساحت زیر نمودار سرعت- زمان، بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ در بازهٔ زمانی داده‌شده را محاسبه می‌کنیم:



$$(۱) : v = a_۱t + v_۰ \Rightarrow v = ۲t - ۱۰$$
$$\xrightarrow{t=۱۰s} v_۱ = ۲ \times ۱۰ - ۱۰ = ۱۰m/s$$

$$(۲) : v = a_۲t + v_۱ \Rightarrow v = ۴t + ۱۰$$
$$\xrightarrow{t=۵s} v_۲ = ۴ \times ۵ + ۱۰ = ۳۰m/s$$

$$(۳) : v = a_۳t + v_۲ \Rightarrow v = -۲t + ۳۰$$
$$\xrightarrow{t=۲۰s} v_۳ = -۲ \times ۲۰ + ۳۰ = -۱۰m/s$$

باتوجه‌به نمودار سرعت- زمان، متحرک در بازهٔ زمانی ۰ تا ۱۰ ثانیه، از مبدأ مکان دور شده و دوباره به مبدأ مکان می‌رسد. برای محاسبهٔ بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ کافی است مساحت بالای محور زمان را از بازهٔ $t = ۱۰s$ تا t' به دست آوریم.

$$(۳) : v = -۲t + ۳۰ \Rightarrow ۰ = -۲t + ۳۰ \Rightarrow t = ۱۵s$$

یعنی در لحظهٔ $t' = ۱۵ + ۱۵ = ۳۰s$ سرعت در مرحلهٔ سوم صفر می‌شود.

$$|\Delta x| = S_۱ + S_۲ = \left[\frac{۱۰ + ۳۰}{۲} \times (۱۵ - ۱۰)\right] + \left[\frac{۳۰ \times (۳۰ - ۱۵)}{۲}\right] = (۲۰ \times ۵) + (۱۵ \times ۱۵) = ۳۲۵m$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۱۶ گزینه ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۸

گام اول

الف) از حال سکون $\leftarrow v_۰ = ۰$

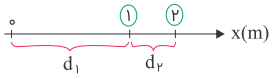
ب) مسافت طی شده در مرحلهٔ اول، ۴ برابر مسافت طی شده در مرحله دوم $\leftarrow d_۱ = ۴d_۲$

ج) ادامهٔ مسیر را با شتاب ثابت $a_۲$ طی می‌کند تا بایستد $\leftarrow v_۲ = ۰$ (سرعت در انتهای مسیر) ، در زمان توقف شتاب منفی است پس $v_۲ = ۰$

د) اندازهٔ $a_۲$ چند برابر $a_۱$ $\leftarrow \frac{|a_۲|}{|a_۱|} = ?$

گام دوم

برای درک بهتر مسئله، مسافت‌های طی شده روی محور x را رسم می‌کنیم.



به کمک معادلهٔ مستقل از زمان، مسافت متحرک در مرحلهٔ اول و دوم را برحسب سرعت و شتاب به دست می‌آوریم:

$$d_۱ = \frac{v_۱^۲ - v_۰^۲}{۲a_۱} = \frac{v_۱^۲}{۲a_۱} \;,\; d_۲ = \frac{v_۲^۲ - v_۱^۲}{۲a_۲} = \frac{-v_۱^۲}{۲a_۲}$$

ازآنجایی‌که $d_۱ = ۴d_۲$، نسبت $\frac{|a_۲|}{|a_۱|}$ برابر است با:

$$d_۱ = ۴d_۲ \Rightarrow \frac{v_۱^۲}{۲a_۱} = -۴\frac{v_۱^۲}{۲a_۲} \Rightarrow \frac{a_۲}{a_۱} = -۴ \Rightarrow \frac{|a_۲|}{|a_۱|} = ۴$$

۱۷ گزینه ۲

چون حرکت دو متحرک، حرکت با شتاب ثابت است، بنابراین از معادلهٔ سرعت- زمان حرکت شتاب ثابت یعنی $v = at + v_۰$ استفاده می‌کنیم و برای هر دو متحرک این معادله را می‌نویسیم و همچنین چون دو متحرک از حال سکون حرکت کرده‌اند $v_۰ = ۰$؛ یعنی داریم:

$$\begin{cases} \text{متحرک اول}: v = at + v_۰ \xrightarrow{v=۱۰} ۱۰ = at & (۱) \\ \text{متحرک دوم}: v = at + v_۰ \xrightarrow{v=۲۲} ۲۲ = (a + ۱/۵)t & (۲) \end{cases}$$

با قرار دادن مقدار a از رابطهٔ (۱) در رابطهٔ (۲) داریم:

$$\xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} ۲۲ = ۱۰ + ۱/۵t \Rightarrow ۱۲ = ۱/۵t \Rightarrow t = ۸s$$

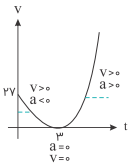
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۶

۱۸ گزینه ۱

ابتدا معادلهٔ سرعت را به کمک یک بار مشتق‌گیری از معادلهٔ مکان، دست می‌آوریم:

$$x = t^۳ - ۹t^۲ + ۲۷t \xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}} v = ۳t^۲ - ۱۸t + ۲۷$$

نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:



باتوجه‌به نمودار در لحظهٔ $t = ۳s$ جهت حرکت عوض نمی‌شود، چون هنوز سرعت مثبت است، پس گزینهٔ ۱ غلط است.

راه‌حل دوم:
از معادلهٔ مکان نسبت به زمان، دو بار مشتق می‌گیریم و معادله‌های سرعت و شتاب متحرک را به دست می آوریم:

$$x = t^۳ - ۹t^۲ + ۲۷t$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v = ۳t^۲ - ۱۸t + ۲۷ \Rightarrow v = ۳(t-۳)^۲ \geq ۰ \Rightarrow v = ۰ \Rightarrow t = ۳\,s$$

$$a = \frac{d^۲x}{dx^۲} = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a = ۶t - ۱۸ \Rightarrow a > ۰; t > ۳\,s$$

از معادلات سرعت و شتاب نکات زیر را خواهیم داشت:
* در لحظهٔ $t = ۳\,s$، اندازهٔ سرعت و شتاب متحرک صفر می‌شود؛
* در تمامی زمان‌ها، سرعت متحرک همیشه مثبت است (مربع کامل) و بنابراین هیچ‌گاه تغییر علامت نمی‌دهد؛ زیرا علامت سرعت نشان‌دهندهٔ جهت حرکت است و همواره $v > ۰$ است. درنتیجه متحرک همواره درجهت مثبت محور xها حرکت می‌کند و در هیچ زمانی تغییر جهت نمی‌دهد (در لحظهٔ $t = ۳\,s$ توقف لحظه‌ای بدون تغییر جهت دارد).
* در لحظهٔ $t = ۳\,s$ شتاب متحرک صفر می‌شود و علامت آن عوض می‌شود؛ بنابراین در این لحظه جهت شتاب عوض می‌شود(گزینهٔ "۲"). در بازه زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳\,s$، علامت شتاب منفی و اندازهٔ آن در حال کاهش بوده (گزینهٔ "۳") و چون علامت سرعت همواره مثبت است، بنابراین در این بازه زمانی حرکت متحرک کندشونده و درجهت محور x خواهد بود (گزینهٔ "۴").

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۱۹ گزینه ۲

طبق تعریف سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۶ - ۰}{۴ - ۱} = -۲\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷

۲۰ گزینه ۳

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{۱۰\,s} - x_۰}{۱۰ - ۰} = \frac{۲۰ - (-۴۰)}{۱۰} = ۶\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۲۱ گزینه ۴

کافی است برای این سؤال از معادلهٔ مستقل از شتاب در حرکت شتاب ثابت استفاده کنیم.

$$\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow (-۱۲۲/۵ - ۰) = \frac{v + ۰}{۲} \times ۵ \Rightarrow v = -۴۹\,m/s$$

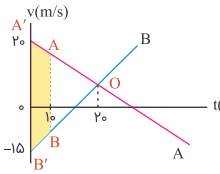
در صورت سؤال بزرگی سرعت خواسته شده است و گزینهٔ "۴" درست است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۲۲ گزینه ۲

مساحت ناحیهٔ هاشور خورده مجموع مسافتی است که دو متحرک A و B طی کرده‌اند.

از تشابه مثلث‌های $\overset{\Delta}{OAB}$ و $\overset{\Delta}{OA'B'}$ طول ضلع AB را به دست می‌آوریم:



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{۱۰}{۲۰} \Rightarrow AB = \frac{۱}{۲} \times ۳۵ = ۱۷/۵$$

حالا مساحت ذوزنقهٔ $ABA'B'$ که هم‌اندازهٔ مجموع مسافت‌های طی شده است را به دست می‌آوریم:

$$\ell = \frac{۳۵ + ۱۷/۵}{۲} \times ۱۰ = ۲۶۲/۵\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۲۳ گزینه ۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۰

گام اول

الف) در مبدأ زمان با سرعت $+۳m/s$ از مکان $+۴m$ می‌گذرد $\leftarrow x_۰ = +۴\ m\ ,\ v_۰ = +۳\ m/s$

ب) متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ در جهت مثبت محور x و در بیشترین فاصلهٔ خود از مبدأ است. $\leftarrow v_۱ = ۰\ ,\ t_۱ = ۴s$

ج) در لحظهٔ $t = ۸\ s$ در چند متری مبدأ ؟ $\leftarrow x = ?\ ,\ t = ۸s$

گام دوم

روش اول)

برای درک بهتر، مسیر حرکت متحرک را روی محور x رسم می‌کنیم.

با توجه به اینکه سرعت اولیه مثبت، شتاب ثابت و سرعت در بیشترین فاصله از مبدأ، صفر است و اینکه $a < ۰$ است، می‌یابیم که متحرک بعد از ۴ ثانیه شروع به حرکت، در خلاف جهت محور x می‌کند و در همان مدت ۴ ثانیه دوباره به نقطهٔ اول باز می‌گردد و بعد از مدت ۸ ثانیه به مکان اولیهٔ خود یعنی ۴ متری مبدأ می‌رسد.

روش دوم)

معادلهٔ سرعت - زمان را می‌نویسیم و شتاب را به دست می‌آوریم.

$$v_۱ = at_۱ + v_۰ \ \rightarrow\ ۰ = ۴ \times a + ۳ \ \rightarrow\ a = \frac{-۳}{۴}\ m/s^۲$$

سپس با استفاده از معادلهٔ مکان - زمان، مکان را در لحظهٔ $t = ۸s$ پیدا می‌کنیم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \ \rightarrow\ x = \frac{۱}{۲} \times \frac{-۳}{۴} \times ۸^۲ + ۳ \times ۸ + ۴ \ =\ +۴\ m$$

۲۴ گزینه ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۵

گام اول

الف) متحرک با سرعت متوسط $۶/۴\ m/s$ $\leftarrow$ $v_{av} = ۶/۴\ m/s$

ب) سرعت اولیه چند متر بر ثانیه؟ $\leftarrow$ $v_۰ = ?$

گام دوم

ابتدا جابجایی را با استفاده از معادلهٔ مکان و سرعت متوسط به دست می‌آوریم و بعد به کمک تغییرات سرعت، سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

جابجایی در بازه زمانی ۰ تا۲s:

$$\begin{cases} \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^{۲} + v_۰t_۱ \\ a_۱ = ۲\ m/s^{۲} \\ t_۱ = ۲s \end{cases} \Rightarrow \Delta x_۱ = ۴ + ۲v_۰$$

جابجایی در بازهٔ زمانی ۲s تا ۵s:

$$\begin{cases} \Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t_۲^{۲} + v_۱t_۲ \\ a_۲ = -۲m/s^{۲} \\ t_۲ = ۳s \end{cases} \Rightarrow \Delta x_۲ = -۹ + ۳v_۱$$

بنابراین جابجایی کل برابر است با:

$$\Delta x_T = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۴ + ۲v_۰ - ۹ + ۳v_۱ = ۳v_۱ + ۲v_۰ - ۵ \quad (I)$$

از طرفی $v_{av} = ۶/۴m/s$ است، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_T}{\Delta t_T} \Rightarrow \frac{۶۴}{۱۰} = \frac{\Delta x_T}{۵} \Rightarrow \Delta x_T = ۳۲m \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} ۳۲ = ۳v_۱ + ۲v_۰ - ۵ \Rightarrow ۳v_۱ + ۲v_۰ = ۳۷$$

باتوجه‌به اینکه مساحت زیر نمودار $a - t$، برابر با Δv است، داریم:

$$\begin{cases} \Delta v = S \\ S = ۲ \times ۲ = ۴ \end{cases} \Rightarrow \Delta v = ۴ \Rightarrow v_۱ - v_۰ = ۴$$

درنهایت با حل دستگاه زیر، سرعت اولیه را می‌یابیم:

$$\begin{cases} v_۱ - v_۰ = ۴ \\ ۳v_۱ + ۲v_۰ = ۳۷ \end{cases} \Rightarrow ۳(۴ + v_۰) + ۲v_۰ = ۳۷ \Rightarrow v_۰ = ۵m/s$$

۲۵ گزینه ۲

گام اول:

سرعت اولیهٔ هر دو جسم صفر است.

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و به یک مقصد معین می‌رسند، پس جابه‌جایی آن‌ها یکسان است:

$$\Delta x_۱ = \Delta x_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^{۲} = \frac{۱}{۲}a_۲t_۲^{۲} \quad (۱)$$

گام دوم: متحرک شماره (۱) که شتاب بیشتری دارد ۲s زودتر به مقصد رسیده، پس:

$$t_۱ = t_۲ - ۲ \quad (۲)$$

گام سوم: چون زمان حرکت متحرک شماره (۱) را می‌خواهیم $t_۲$ را از رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم و $t_۱$ را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(۱)\ ,\ (۲)} a_۱t_۱^{۲} = \frac{۹}{۱۶}a \times (t_۱ + ۲)^{۲}$$

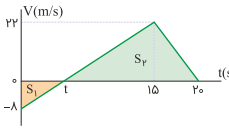
$$\Rightarrow \frac{۹}{۱۶} = (\frac{t_۱}{t_۱ + ۲})^{۲} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{t_۱}{t_۱ + ۲}$$

$$\Rightarrow ۴t_۱ = ۳t_۱ + ۶ \Rightarrow t_۱ = ۶s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۲۶ گزینه ۴

سطوح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر مسافت طی‌شده است.



طبق تشابه : $\frac{t}{۸} = \frac{۱۵ - t}{۲۲} \Rightarrow t = ۴\,s$

$$\ell = S_۱ + S_۲ = (\frac{۴ \times ۸}{۲}) + (\frac{۱۶ \times ۲۲}{۲}) = ۱۶ + ۱۷۶ \Rightarrow \ell = ۱۹۲\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۲۷ گزینه ۲

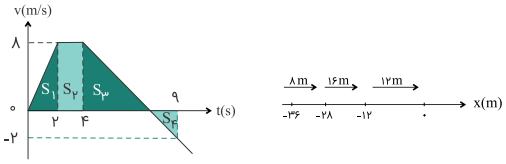
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۹
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۰

گام اول

پس از چند ثانیه برای اولین بار از مبدأ می‌گذرد $\leftarrow x = ۰ : t = ?$

گام دوم

به ترتیب برای بازه‌های زمانی مختلف (مطابق نمودار) جابجایی را به دست می‌آوریم. (جابجایی برای زمان‌هایی که نمودار زیر محور t است، منفی است.) تا لحظهٔ $t = ۴s$ مقدار جابجایی ۲۴ متر بوده است. در لحظهٔ ۴ ثانیه به بعد به کمک معادلهٔ مکان، زمانی که متحرک به مبدأ می‌رسد را حساب می‌کنیم:



از لحظهٔ $t = ۴s$ به بعد:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

$$\begin{cases} a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۲ - ۸}{۹ - ۴} = -۲m/s^۲ \\ x_۰ = -۱۲\,m \ : \ v_۰ = ۸\ m/s \end{cases} \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \times -۲ \times t^۲ + ۸t + (-۱۲) = -t^۲ + ۸t - ۱۲$$

درنهایت زمان کل برابر است با:

$$x = -t^۲ + ۸t - ۱۲ \xrightarrow{x=۰} t^۲ - ۸t + ۱۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۲\,s \\ t = ۶\,s \end{cases} \Rightarrow t_T = \begin{cases} ۴ + ۲ = ۶\,s \\ ۴ + ۶ = ۱۰\,s \end{cases}$$

درنتیجه پس از ۶ ثانیه برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد.

۲۸ گزینه ۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۵

گام اول

الف) دو متحرک از حال سکون $\leftarrow v_{۰۱} = v_{۰۲} = ۰$

ب) با شتاب‌های $۲m/s^۲, ۸m/s^۲ \leftarrow a_۲ = ۸m/s^۲ \ , \ a_۱ = ۲m/s^۲$

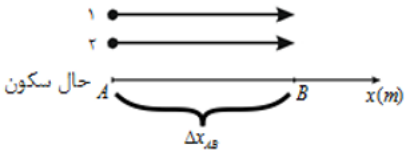
ج) از نقطهٔ A در مسیر مستقیم به مقصد نقطهٔ B هم‌زمان حرکت می‌کنند $\leftarrow \Delta x_۱ = \Delta x_۲$

د) اختلاف‌زمانی رسیدن آن‌ها به مقصد ۳ ثانیه است $\leftarrow t_۲ = t_۱ - ۳$

ه) فاصلهٔ AB؟ $\leftarrow \Delta x_{AB} = ?$

گام دوم

با مساوی قرار دادن مقدار جابجایی دو متحرک و اینکه اختلاف‌زمانی آن‌ها ۳ ثانیه است، لحظهٔ $t_۱$ را محاسبه کرده و در معادلهٔ مکان جاگذاری می‌کنیم تا فاصلهٔ AB به دست آید:



$$\Delta x_۱ = \Delta x_۲ \ \rightarrow \ \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ + v_{۰۱}t_۱ = \frac{۱}{۲}a_۲t_۲^۲ + v_{۰۲}t_۲ \ \rightarrow \ t_۱^۲ = ۴(t_۱ - ۳)^۲ \ \rightarrow \ t_۱ = ۶\ s$$

جاگذاری در معادلهٔ مکان : $\Delta x_۱ = \Delta x_۲ = \Delta x_{AB} \rightarrow \frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۳۶ = ۳۶\ m$

۲۹ گزینه ۴

شتاب همواره مثبت است، پس اگر:

الف) متحرک با سرعت اولیهٔ منفی شروع به حرکت کند، حرکت آن ابتدا کندشونده است، سپس تندشونده است.

ب) متحرک با سرعت اولیهٔ صفر و یا مثبت شروع به حرکت کند، حرکت آن تندشونده می‌باشد.

بنابراین حرکت متحرک به سرعت اولیه بستگی دارد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۶

۳۰ گزینه ۱

تندی در لحظهٔ $t = ۱۲\,s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان است. پس:

$$v_{t=۱۲\,s} = \frac{۲۴۰}{۱۲-۴} = \frac{۲۴۰}{۸} = ۳۰\,m/s$$

اگر مکان متحرک در $t = ۱۴\ (s)$ را $x_{۱۴\,s}$ در نظر بگیریم، تندی متوسط متحرک در بازهٔ $(۲\,s, ۱۴\,s)$ برابر است با:

$$S_{av(۲\,s,۱۴\,s)} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{x_{۱۴\,s} - ۶۰}{۱۴-۲}$$

باتوجه‌به صورت تست، $S_{av(۲\,s,۱۴\,s)} = v_{t=۱۲\,s}$ است، پس:

$$\frac{x_{۱۴\,s} - ۶۰}{۱۴-۲} = ۳۰ \Rightarrow x_{۱۴\,s} = ۴۲۰\,m$$

حالا نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم. دو ثانیهٔ اول یعنی $(۰, ۲\,s)$ و دو ثانیهٔ هفتم یعنی $(۱۲\,s, ۱۴\,s)$، پس:

$$\frac{v_{av(۰,۲\,s)}}{v_{av(۱۲\,s,۱۴\,s)}} \frac{\frac{x_{۲\,s} - x_۰}{۲-۰}}{\frac{x_{۱۴\,s} - x_{۱۲\,s}}{۱۴-۱۲}} = \frac{x_{۲\,s} - x_۰}{x_{۱۴\,s} - x_{۱۲\,s}} = \frac{۶۰-۰}{۴۲۰-۲۴۰} = \frac{۶۰}{۱۸۰} = \frac{۱}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۳۱ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

گام اول

معادلهٔ مکان متحرک $x = -۵t^۲ + ۶t + ۱۲$ اگر با رابطهٔ $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$ مقایسه شود، درمی‌یابیم که $\frac{۱}{۲}a = -۵ \Rightarrow a = -۱۰ m/s^۲$ و $v_۰ = ۶ m/s$ و $x_۰ = ۱۲ m$.

گام دوم

چون علامت شتاب جسم منفی و علامت سرعت اولیهٔ جسم مثبت است، ابتدا اندازهٔ سرعت جسم کم می شود تا به صفر برسد پس جسم ابتدا در جهت محور $(v > ۰)$ حرکت می کند و حرکت آن کندشونده است. $(av < ۰)$

۳۲ گزینه ۲

باتوجه‌به اینکه در بازهٔ $(۴s, ۱۲s)$، جابه‌جایی دو متحرک باهم برابر است، سرعت متوسط این دو متحرک نیز باهم برابر است.

$$v_{av}(B) = v_A$$

در حرکت شتاب ثابت سرعت متوسط بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ با سرعت متوسط متحرک در وسط بازه یعنی لحظهٔ $\frac{t_۱ + t_۲}{۲}$ برابر است.

بنابراین در لحظهٔ $t = \frac{۴ + ۱۲}{۲} = ۸\,s$ سرعت متوسط B با سرعت A برابر است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۳۳ گزینه ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

گام اول

الف) قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت $40m/s$ $\leftarrow$ $a_A = 0\ ,\ v_A = 40m/s$

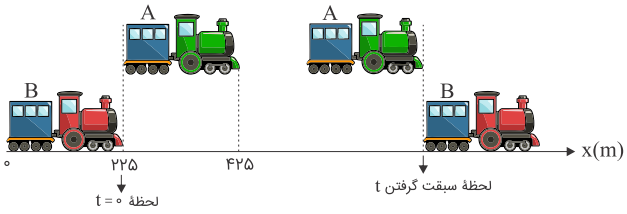
ب) قطار B به طول ۲۲۵ متر هنگامی‌که قطار A از آن عبور می‌کند با شتاب ثابت $2m/s^2$ در همان جهت به راه می‌افتد $\leftarrow$ $v_{0B} = 0\ ,\ a_B = +2m/s^2\ ,\ x_{0A} = 225\ m$

ج) قطار B سرعت خود را به $50m/s$ می‌رساند $\leftarrow$ $v_{1B} = 50\ m/s$

د) قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت‌گرفته و کاملاً از آن عبور می‌کند $\leftarrow$ $t_{سبقت} = ?$

گام دوم

باتوجه‌به شکل، برای ابتدای هر قطار معادله‌ها را نوشته و $t_{سبقت}$ را به دست می‌آوریم. با استفاده از معادلهٔ سرعت- زمان، زمانی که سرعت قطار B، $50m/s$ می‌شود (t_1) را محاسبه می‌کنیم:



$$v_B = a_B t_1 + v_{0B} \Rightarrow 50 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 25s$$

از لحظهٔ $t_1 = 25s$ به بعد، قطار B با سرعت ثابت $50m/s$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. در این لحظه مکان قطار A و B را به کمک معادلهٔ مکان آن‌ها می‌یابیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t_1 + x_{0A} \Rightarrow x_A = 1225m \\ x_B = \frac{1}{2} a_B t_1^2 + v_{0B} t_1 + x_{0B} \Rightarrow x_B = 625m \end{cases}$$

از این پس دو قطار با سرعت ثابت $40\ m/s,\ 50\ m/s$ حرکت می‌کنند و با توجه به رابطهٔ $x_B - x_A = 200m$ (لحظه‌ای که قطار B از A کاملاً عبور کرده) زمان سبقت را به دست می‌آوریم:

$$x_A = v_A t_2 + x_{0A} \Rightarrow x_A = 40t_2 + 1225$$

$$x_B = v_B t_2 + x_{0B} \Rightarrow x_B = 50t_2 + 625$$

$$(50t_2 + 625) - (40t_2 + 1225) = 200 \Rightarrow t_2 = 80s$$

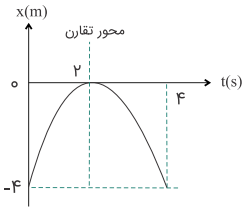
درنهایت زمان سبقت از لحظهٔ شروع حرکت برابر است با:

$$t_{سبقت} = t + t_2 = 25 + 80 = 105s$$

۳۴ گزینه ۴

روش اول)

نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم:



معادله سهمی : $x = -t^{۲} + ۴t - ۴ \Rightarrow$ رأس سهمی : $t = \frac{-۴}{-۲} = ۲\,s$

مطابق نمودار، وسط بازه زمانی ۰ تا ۴ ثانیه، یعنی $t = ۲s$، محور تقارن است و جهت حرکت جسم عوض می‌شود. پس مسافت طی شده در ۴ ثانیه برابر است با دو برابر جابجایی از ۰ تا لحظهٔ ۲s:

$$\Delta x = x_{۲} - x_{۱} \Rightarrow \Delta x = +۴\,m$$

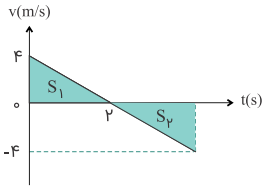
$$\text{مسافت طی‌شده از ۰ تا ۴ ثانیه} = ۲\Delta x = ۲ \times ۴ = ۸\,m$$

روش دوم)

معادلهٔ سرعت را به دست می‌آوریم و با استفاده از رسم نمودار $v - t$ مسافت طی‌شده را حساب می‌کنیم:

$$x = -t^{۲} + ۴t - ۴ \Rightarrow \begin{cases} a = -۲\,m/s^{۲} \\ v_{۰} = ۴\,m/s \end{cases} \Rightarrow v = -۲t + ۴$$

t(s)	۰	۲	۴
v(m/s)	۴	۰	-۴



قدر مطلق مساحت زیر نمودار $v - t$ برابر با مسافت طی شده است:

$$\text{مسافت طی‌شده} = |S_{۱}| + |S_{۲}| = \left|\frac{۴ \times ۲}{۲}\right| + \left|\frac{-۴ \times ۲}{۲}\right| = ۸\,m$$

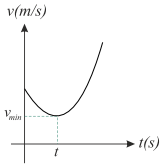
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۸

۳۵ گزینه ۳

معادلهٔ سرعت- زمان را به کمک یکبار مشتق‌گیری از معادلهٔ مکان به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{۲}{۳}t^۳ + ۲۰t - ۶t^۲ \xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}} v = ۲t^۲ - ۱۲t + ۲۰$$

معادلهٔ $v = ۲t^۲ - ۱۲t + ۲۰$، سهمی است. نقطهٔ مینیمم معادلهٔ سهمی به‌صورت زیر به دست می‌آید:



$$y = ax^۲ + bx + c \Rightarrow y_{min} : x = \frac{-b}{۲a}$$
$$v_{min} : t = \frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۱۲)}{۲(۲)} = ۳s$$

حال t را در معادلهٔ سرعت- زمان قرار می‌دهیم تا v_{min} به دست آید:

$$v = ۲t^۲ - ۱۲t + ۲۰ \xrightarrow{t=۳s} v_{min} = ۲ \times (۹) - ۱۲ \times (۳) + ۲۰ = ۲m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

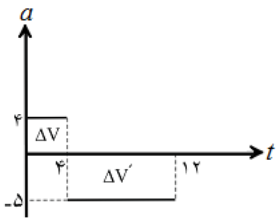
الف) در مبدأ زمان با سرعت $۴m/s$ از مبدأ مکان می‌گذرد $\leftarrow x_۰ = ۰\ ,\ v_۰ = ۴\ m/s$

ب) مسافت طی‌شده در بازهٔ ۰ تا ۱۲ ثانیه $\leftarrow$ مسافت طی‌شده $= ?\ :\ \Delta t = ۱۲\ s$

گام دوم

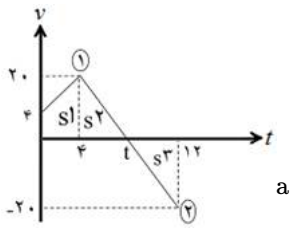
باید نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم تا با استفاده از این نکته که مساحت زیر نمودار $v-t$ برابر با مقدار جابجایی است، مسافت را در بازهٔ مشخص به دست آوریم.

برای رسم نمودار $v-t$ سرعت در لحظات $t = ۱۲\,s\ ,\ t = ۴\ s$ را حساب می‌کنیم.



$$\begin{cases}\Delta v = v_۱ - v_۰ \\ v_۰ = ۴m/s \\ \Delta v = ۴ \times ۴ = ۱۶m/s\end{cases} \Rightarrow ۱۶ = v_۱ - ۴ \Rightarrow v_۱ = ۲۰\ m/s$$

$$\begin{cases}\Delta v' = v_۲ - v_۱ \\ v_۱ = ۲۰m/s \\ \Delta v' = (۱۲-۴) \times -۵ = -۴۰m/s\end{cases} \Rightarrow -۴۰ = v_۲ - ۲۰ \ \rightarrow\ v_۲ = -۲۰\ m/s$$



حالا مطابق نمودار $v-t$ لحظهٔ t را حساب می‌کنیم (t بین $۴s$ و $۱۲s$ است پس شتاب $-۵m/s^۲$ است).

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۵ = \frac{۰ - ۲۰}{t - ۴} \Rightarrow t = ۸s$$

درنهایت باتوجه‌به اینکه قدر مطلق جابجایی در بازه‌های مختلف برابر مسافت طی‌شده است، مسافت طی‌شده در ۱۲ ثانیه را به دست می‌آوریم:

$$\text{مسافت طی‌شده} = \frac{۴ + ۲۰}{۲} \times ۴ + \frac{۲۰ \times ۴}{۲} + \frac{۲۰ \times ۴}{۲} = ۱۲۸\ m$$

۳۷ گزینه ۳

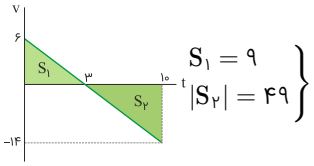
باتوجه‌به ماکزیمم سهمی می‌توانیم سرعت اولیه و شتاب حرکت را محاسبه کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t$$

$$۳۶ - ۲۷ = \frac{۰ + v_۰}{۲} \times ۳ \Rightarrow v_۰ = ۶\,m/s$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a \times ۳ + ۶ \Rightarrow a = -۲\,m/s^۲$$

کافی است نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم:

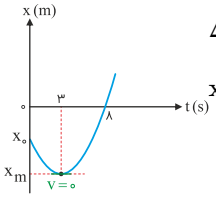


$$\left.\begin{matrix} S_۱ = ۹ \\ |S_۲| = ۴۹ \end{matrix}\right\} \Rightarrow S = ۵۸\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۳۸ گزینه ۳

از $۳\,s$ تا $۸\,s$ داریم:



$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$$

$$x_m = \frac{۱}{۲}a(۵)^۲ + ۰$$

از ۰ تا $۳\,s$ (تکنیک حرکت به‌طور معکوس):

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + ۰ \Rightarrow x_m - x_۰ = \frac{۱}{۲}a(۳)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}a(۵)^۲ - |x_۰| = \frac{۱}{۲}a(۳)^۲ \Rightarrow |x_۰| = \frac{۱}{۲}a(۲۵) - \frac{۱}{۲}a(۹) = ۸a$$

$$\Rightarrow x_۰ = -۸a$$

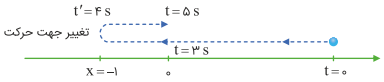
$$\vec{d} = \text{جابه‌جایی} = \Delta x = x_۲ - x_۱ = ۰ - x_۰ = ۸a$$

$$\ell = \text{مسافت طی‌شده} = (x_m - x_۰) + (x_m - ۰) = \frac{۱}{۲}a \times ۹ + \frac{۱}{۲}a \times ۲۵ = ۱۷a$$

$$\frac{\vec{d}}{\ell} = \frac{۸a}{۱۷a} = \frac{۸}{۱۷}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

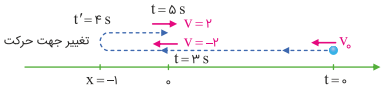
۳۹ گزینه ۳



$$\text{چون حرکت با شتاب ثابت است} \Rightarrow t' = \frac{۳+۵}{۲} = ۴\,s$$

$$\Delta x_{(۵\,s\ \text{تا}\ ۴\,s)} = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۱ = \frac{۱}{۲}a(۱)^۲ + ۰ \Rightarrow a = ۲\,m/s^۲$$
$$v = at + v_۰ = ۲ \times ۱ + ۰ = ۲\,m/s$$

پس سرعت در لحظهٔ $t = ۳\,s$ برابر با $-۲\,m/s$ است. (تقارن سهمی در حرکت شتابدار با شتاب ثابت)



درنهایت به بررسی حرکت در بازهٔ ۰ تا ۳ s می‌پردازیم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow -۲ = ۲(۳) + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۸\,m/s$$
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۳)^۲ + (-۸)(۳) = -۱۵\,m$$

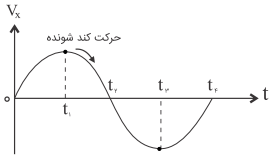
$$\text{مسافت طی‌شده}\ \ell_{۵\,s\ \text{تا}\ ۰\,s} = ۱۵ + ۱ + ۱ = ۱۷\,m$$

$$\text{تندی متوسط}\ S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۷}{۵}\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۴۰ گزینه ۱

مطابق نمودار، در بازهٔ زمانی بین $t_۱$ و $t_۲$، سرعت متحرک در حال کاهش است، پس حرکت کند شونده است.
در بازهٔ $t_۱$ تا $t_۲$ نمودار $v - t$ بالای محور t است، بنابراین سرعت مثبت و حرکت در جهت محور x است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۶

۴۱ گزینه ۳

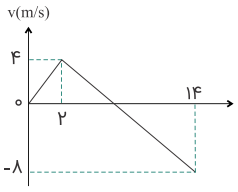
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

گام اول

چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده؟ $\leftarrow \Delta t = ?\ ,\ v < ۰$

گام دوم

مطابق نمودار، مدت‌زمانی که در جهت مخالف حرکت کرده، یعنی علامت سرعتش منفی بوده است، از t تا ۱۴ ثانیه است. بنابراین t را باید بیابیم:
با توجه به نقاط داده‌شده، از لحظهٔ $t = ۲s$ تا $t = ۱۴s$ معادلهٔ سرعت (معادلهٔ خط) را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} a_{av} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{-۸-۴}{۱۴-۲} = -۱\,m/s^۲ \\ t_۱ = ۲\,s\ :\ v_۱ = ۴\,m/s \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{معادله خط}: \ y - y_۰ = m(x - x_۰) \\ \text{معادله سرعت}: \ v - v_۱ = a(t - t_۱) \end{matrix} \Rightarrow v = -۱(t-۲) + ۴ \Rightarrow v = -t + ۶$$

برای محاسبهٔ t، مطابق نمودار، سرعت را برابر صفر قرار می‌دهیم:

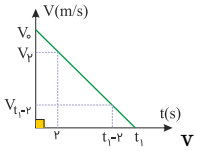
$$v = -t + ۶ \Rightarrow ۰ = -t + ۶ \Rightarrow t = ۶s$$

پس مدت‌زمانی که متحرک در جهت مخالف محور x بوده از $t = ۶s$ تا $t = ۱۴s$ است یعنی: $۱۴ - ۶ = ۸s$

۴۲ گزینه ۲

روش اول: حل عادی

شتاب برابر با شیب نمودار $v-t$ است. $\leftarrow \quad a=-\frac{v_۰}{t_۱}$



$$v=at+v_۰ \Rightarrow \begin{cases} v_۲=-۲\frac{v_۰}{t_۱}+v_۰ \\ v_{t_۱-۲}=-\frac{v_۰}{t_۱}(t_۱-۲)+v_۰ \end{cases}$$

$$\text{۲ ثانیهٔ اول}: \quad \Delta x=\frac{v_۲+v_۰}{۲}\times \Delta t=\frac{(-۲\frac{v_۰}{t_۱}+v_۰)+v_۰}{۲}\times ۲ \Rightarrow ۳۶=۲v_۰-\frac{۲v_۰}{t_۱} \qquad (۱)$$

$$\text{۲ ثانیهٔ آخر}: \quad \Delta x=\frac{v+v_{t_۱-۲}}{۲}\Delta t \Rightarrow ۴=\frac{۰-v_۰+\frac{۲v_۰}{t_۱}+v_۰}{۲}\times ۲ \Rightarrow ۴=\frac{۲v_۰}{t_۱} \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲)\to(۱)} ۳۶=۲v_۰-۴ \Rightarrow v_۰=۲۰\,m/s \Rightarrow t_۱=۱۰\,s$$

روش دوم: حل تستی

می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، در بازه‌های زمانی مساوی، جابه‌جایی‌ها تشکیل تصاعد عددی با قدر نسبت $at^۲$ را می‌دهند.

چون متحرک متوقف شده است می‌توانیم حرکت را از آخر به اول شروع کنیم:

$$\text{قدر نسبت } d=at^۲ \qquad (I)$$

$$x_۱=\frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow ۴=\frac{۱}{۲}a\times ۲^۲ \Rightarrow a=۲ \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(II)\to(I)} d=۲(۲)^۲=۸\,m$$

$$\Rightarrow x_۱=۴\,m$$

$$\Rightarrow x_۲=x_۱+d=۴+۸=۱۲\,m$$

$$\Rightarrow x_۳=x_۲+d=۱۲+۸=۲۰\,m$$

$$\Rightarrow x_۴=x_۳+d=۲۰+۸=۲۸\,m$$

$$\Rightarrow x_۵=x_۴+d=۲۸+۸=۳۶\,m$$

درنتیجه جابه‌جایی به ۵ قسمت تقسیم شده که هر قسمت $۲\,s$ طول کشیده است.

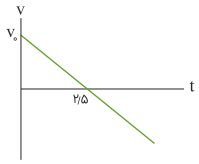
$$t_۱=۵\times ۲=۱۰\,s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

۴۳ گزینه ۳

گام اول: طبق تقارنی که حرکت با شتاب ثابت نسبت به لحظهٔ تغییر جهت دارد، اگر جابه‌جایی در یک بازهٔ زمانی صفر باشد، سرعت در لحظهٔ وسط آن بازه برابر با صفر است؛ بنابراین چون جابه‌جایی در ثانیهٔ سوم حرکت صفر است، متحرک در لحظهٔ $۲/۵\,s$ تغییر جهت داده است.

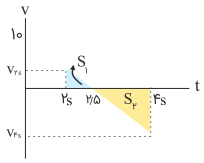
گام دوم: چون شتاب $-۴\,m/s^۲$ است و متحرک در لحظهٔ $t = ۲/۵\,s$ تغییر جهت داده است، نمودار سرعت زمان متحرک به‌صورت زیر خواهد بود:



باتوجه‌به $a = -۴\,m/s^۲$، $v_۰$ برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۴ = \frac{۰ - v_۰}{۲/۵ - ۰} \Rightarrow v_۰ = ۱۰\ m/s$$

گام سوم: سرعت‌های متحرک در لحظات $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۴\,s$ را تعیین می‌کنیم و با استفاده از مساحت زیر نمودار، مسافت طی‌شده در بازهٔ $(۲\,s\,,\,۴\,s)$ را به دست می‌آوریم.



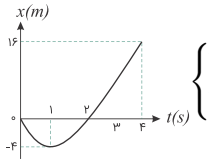
$$v = at + v_۰ = -۴t + ۱۰ \Rightarrow \begin{cases} v_{۲s} = ۲\ m/s \\ v_{۴s} = -۶\ m/s \end{cases}$$

$$L = S_۱ + S_۲ = \frac{۲ \times ۰/۵}{۲} + \frac{۱/۵ \times ۶}{۲} = ۵\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۴۴ گزینه ۳

باتوجه‌به نمودار مکان- زمان، مکان متحرک در لحظه‌های ۰ و $۴s$ برابر است با:



$$\begin{cases} t = ۰\,s \Rightarrow x = ۰\,m \\ t = ۴s \Rightarrow x = ۱۶m \end{cases}$$

حال مقادیر به‌دست‌آمده را در معادلهٔ سرعت متوسط جایگذاری می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۶ - ۰}{۴ - ۰} = \frac{۱۶}{۴} = ۴m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۲

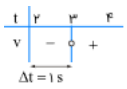
۴۵ گزینه ۲

معادلهٔ حرکت جسم را با معادلهٔ مکان- زمان مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = ۲t^۲ - ۱۲t + ۱۰/۵t \\ x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۴\,m/s^۲ \\ x_۰ = ۱۰/۵\,m/s \\ v_۰ = -۱۲\,m/s \end{cases}$$

معادلهٔ سرعت- زمان متحرک را نوشته و در بازهٔ زمانی ۲s تا ۴s، مدت زماني که سرعت متحرک منفی است را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۴t - ۱۲ \xrightarrow{v=۰} ۰ = ۴t - ۱۲ \Rightarrow t = ۳s$$



قسمت‌هایی که علامت سرعت منفی است، متحرک برخلاف جهت محور x حرکت کرده است.
بنابراین در بازهٔ زمانی ۲ تا ۴ ثانیه، متحرک ۱ ثانیه در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

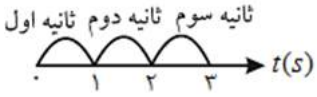
۴۶ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۶

گام اول

الف) بزرگی شتاب متوسط؟ $\leftarrow ? = |\bar{a}| = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|}$
ب) ثانیهٔ دوم $\leftarrow$ از لحظهٔ $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۲s$

گام دوم



ابتدا از معادلهٔ حرکت متحرک، مشتق می‌گیرم تا معادلهٔ سرعت به دست آید و سپس سرعت در لحظه های $t_۱$ و $t_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

$$x = t^۳ - ۶t^۲ + ۹t \xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}} v = ۳t^۲ - ۱۲t + ۹ \rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۱s & : v_۱ = ۰ \\ t_۲ = ۲s & : v_۲ = -۳m/s \end{cases}$$

درنهایت با استفاده از رابطهٔ $|\bar{a}| = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|}$، بزرگی شتاب متوسط را به دست می‌آوریم:

$$|\bar{a}| = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \left|\frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}\right| = \left|\frac{-۳ - ۰}{۲ - ۱}\right| = ۳\,\frac{m}{s^۲}$$

۴۷ گزینه ۳

مسافت طی‌شده تا لحظهٔ $t = ۶\,s$ دو برابر اندازهٔ جابه‌جایی در $۳\,s$ اول است پس داریم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۳ = \frac{\ell}{۶} \Rightarrow \ell = ۱۸\,m \Rightarrow \Delta x = ۹\,m$$

در لحظهٔ $t = ۳\,s$ سرعت متحرک صفر است بنابراین اثر جابه‌جایی در ثانیهٔ چهارم را $-x$ فرض کنیم، جابه‌جایی در ثانیهٔ پنجم و ثانیهٔ ششم به ترتیب $-۳x$ و $-۵x$ است. از لحظهٔ $t = ۳\,s$ تا $t = ۶\,s$ متحرک $-۹\,m$ جابه‌جا شده است. بنابراین داریم:

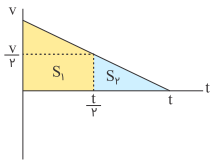
$$-x - ۳x - ۵x = -۹ \Rightarrow -۹x = -۹ \Rightarrow x = ۱$$

بنابراین متحرک در ثانیهٔ هفتم حرکت می‌تواند به اندازهٔ $-۷x = -۷\,m$ جابه‌جا شود و از مبدأ مکان بگذرد. پس کلاً بردار مکان متحرک $۷\,s$ در جهت محور x است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۴۸ گزینه ۲

نمودار $v-t$ حرکت را رسم می‌کنیم:



$$S_۱ = \frac{v + \frac{v}{۲}}{۲} \times \frac{t}{۲} = ۱۵۰ \Rightarrow \frac{۳v}{۸} \times t = ۱۵۰ \Rightarrow vt = ۴۰۰$$

$$S_۲ = \frac{\frac{v}{۲} \times \frac{t}{۲}}{۲} = \frac{vt}{۸} = \frac{۴۰۰}{۸} = ۵۰\,m$$

کل جابه‌جایی اتومبیل برابر $S_۱ + S_۲$ است:

$$\Delta x_{\text{کل}} = ۱۵۰ + ۵۰ = ۲۰۰\,m$$

راه‌حل دوم:

فرض مسئله را عوض می‌کنیم. یعنی اتومبیل از حال سکون شروع به حرکت کرده بعد $\frac{t}{۲}$ از زمان شروع حرکت به اندازهٔ $\Delta x_۱$ جابه‌جا می‌شود و $\frac{t}{۲}$ بعد را به اندازهٔ $۳\Delta x_۱$ جابه‌جا می‌شود. بنابراین کل جابه‌جایی آن $۴\Delta x_۱$ است. ابتدا $\Delta x_۱$ را به دست می‌آوریم:

$$۳\Delta x_۱ = ۱۵۰ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۵۰\,m$$

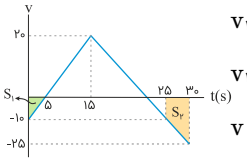
حالا کل جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = ۴\Delta x_۱ = ۴ \times ۵۰ = ۲۰۰\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۴۰۰

۴۹ گزینه ۱

بهترین روش رسم نمودار سرعت- زمان است.



$$v_{۱۵} = at + v_۰$$

$$v_{۱۵} = ۲ \times ۱۵ - ۱۰ \Rightarrow v_{۱۵} = ۲۰\,m/s$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲t + (-۱۰) \Rightarrow t = ۵s$$

$$v_{۲۵} = at + v_۰$$

$$v_{۲۵} = -۳ \times ۱۰ + ۲۰ = -۱۰\,m/s$$

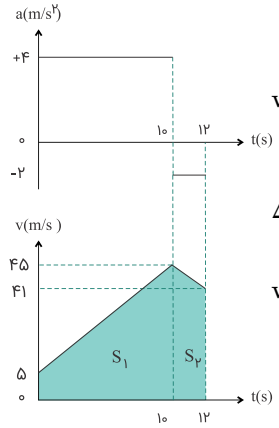
$$v_{۳۰} = -۳ \times ۱۵ + ۲۰ = -۲۵\,m/s$$

$$\frac{S_۲ \text{ ۵ ثانیهٔ ششم}}{S۱ \text{ ۵ ثانیهٔ اول}} = \frac{\frac{۲۵ + ۱۰}{۲} \times ۵}{\frac{۱۰ \times ۵}{۲}} = \frac{۳۵}{۱۰} = ۳/۵$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۵۰ گزینه ۴

برای محاسبهٔ سرعت متوسط متحرک در این بازه، نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم و از روی نمودار سرعت- زمان، مقدار جابه‌جایی و درنهایت سرعت متوسط متحرک را به دست می‌آوریم:



$$v = at + v_{\circ} \Rightarrow \begin{cases} v_{۱} = a_{۱}\,t_{۱} + v_{\circ} = ۴ \times ۱۰ + ۵ = ۴۵\,m/s \\ v_{۲} = a_{۲}\,t_{۲} + v_{۱} = -۲ \times ۲ + ۴۵ = ۴۱\,m/s \end{cases}$$

$$\Delta x = S_{۱} + S_{۲} = \left(\frac{۵ + ۴۵}{۲} \times ۱۰\right) + \left(\frac{۴۵ + ۴۱}{۲} \times ۲\right) = ۲۵۰ + ۸۶ = ۳۳۶\,m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۳۳۶}{۱۲} = ۲۸\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

۵۱ گزینه ۲

$$A \text{ متحرک}: \Delta x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + \cancel{v_{\circ}t} \Rightarrow ۷۵ = \frac{۱}{۲}(۱/۵)t^{۲} \Rightarrow t = ۱۰\,s$$

$$B \text{ متحرک}: \Delta x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + \cancel{v_{\circ}t} \Rightarrow ۱۵۰ = \frac{۱}{۲}a(۱۰)^{۲} \Rightarrow a_{B} = ۳\,m/s^{۲}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_{A} = at + v_{\circ} = ۱/۵ \times ۱۰ + ۰ = ۱۵\,m/s \\ v_{B} = at + v_{\circ} = ۳ \times ۱۰ + ۰ = ۳۰\,m/s \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_{B}}{v_{A}} = \frac{۳۰}{۱۵} = ۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۵۲ گزینه ۲

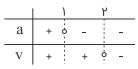
با یکبار مشتق‌گیری از معادلهٔ مکان، معادلهٔ سرعت را به دست می‌آوریم:

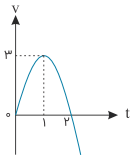
$$x = -t^{۳} + ۳t^{۲} + ۱ \xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}} v = -۳t^{۲} + ۶t$$

سپس یکبار دیگر از معادلهٔ سرعت مشتق گرفته تا معادلهٔ شتاب به دست آید:

$$v = -۳t^{۲} + ۶t \xrightarrow{a=\frac{dv}{dt}} a = -۶t + ۶$$

در یک جدول، سرعت و شتاب را تعیین علامت کرده و نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم و به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:





۱) در $t = ۱s$ جهت شتاب عوض می‌شود.
۲) در بازهٔ زمانی ۱ تا ۲s جهت حرکت جسم تغییر نمی‌کند.
۳) جهت حرکت یکبار هم عوض نمی‌شود.
۴) حرکت ابتدا تند شونده سپس کند شونده است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

۵۳ گزینه ۳

گام اول: جابه‌جایی متحرک را در بازهٔ زمانی ۱s تا ۶s به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = ۳ \times ۵ = ۱۵\,m$$

چون متحرک تغییر جهت داشته پس مسافت بزرگ‌تر از جابه‌جایی است؛ بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ نمی‌توانند درست باشند.
گام دوم: جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های زمانی یک ثانیه‌ای بررسی می‌کنیم. چون سرعت در $t = ۲s$ صفر است، اگر جابه‌جایی در ثانیهٔ سوم d باشد در ثانیه‌های بعدی مضرب فردی از d است:

بازهٔ زمانی ۱s تا ۲s : $\Delta x_۱ = -\vec{d}$

بازهٔ زمانی ۲s تا ۳s : $\Delta x_۲ = \vec{d}$

بازهٔ زمانی ۳s تا ۴s : $\Delta x_۳ = ۳\vec{d}$

بازهٔ زمانی ۴s تا ۵s : $\Delta x_۴ = ۵\vec{d}$

بازهٔ زمانی ۵s تا ۶s : $\Delta x_۵ = ۷\vec{d}$

گام سوم: d را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳ + \Delta x_۴ + \Delta x_۵$$

$$۱۵ = -d + d + ۳d + ۵d + ۷d \Rightarrow ۱۵ = ۱۵d \Rightarrow d = ۱\,m$$

گام چهارم: مسافت طی‌شده را محاسبه می‌کنیم:

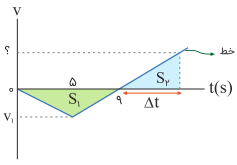
$$\ell = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳| + |\Delta x_۴| + |\Delta x_۵|$$

$$\ell = ۱ + ۱ + ۳ + ۵ + ۷ = ۱۷\,m$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۵۴ گزینه ۱

چون متحرک از $x = ۰$ شروع به حرکت کرده است و مجدداً می‌خواهد به $x = ۰$ برسد، جابه‌جایی متحرک باید صفر باشد. جابه‌جایی در نمودار $(v - t)$ برابر با مجموع جبری مساحت‌های زیر نمودار $(v - t)$ است؛ بنابراین مساحت سطح پایین محور t باید با مساحت بالای محور t برابر باشد. اگر لحظهٔ برابری این دو مساحت را t در نظر بگیریم، داریم:



$$\text{شیب خط} = \frac{۰ - (-v_۱)}{۹ - ۵} = \frac{v_۱}{۴}$$

$$? = \frac{v_۱}{۴} \times \Delta t$$

$$S_۱ = S_۲ \Rightarrow \frac{v_۱ \times ۹}{۲} = \frac{\frac{v_۱}{۴}\Delta t \times \Delta t}{۲} \Rightarrow \Delta t = ۶\,s$$

$$t = ۹ + \Delta t = ۹ + ۶ = ۱۵\,s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۰

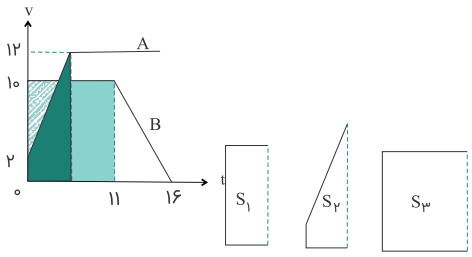
گام اول

الف) در لحظهٔ $t = ۰$ هر دو در مکان $x = ۰ \leftarrow x_{۰A} = x_{۰B} = ۰$

ب) چند ثانیه پس از $t = ۰$ دو متحرک به هم می‌رسند؟ $\leftarrow x_A = x_B \ , \ t = ?$

گام دوم

مطابق نمودار $v - t$ داده‌شده و باتوجه‌به گزینه‌ها مسئله را از لحظهٔ $t = ۵s$ به بعد بررسی می‌کنیم؛ یعنی در حالت اول، از لحظهٔ $t = ۵s$ تا $t = ۱۱s$ معادله مکان آن‌ها را مساوی قرار می‌دهیم و در حالت دوم از لحظهٔ $t = ۱۱s$ به بعد معادلهٔ مکان آن‌ها را باهم برابر می‌گذاریم:



معادلهٔ مکان دو متحرک A و B را در حالت اول ($t_۱ = ۵s$) نوشته و باهم مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_{۱A} = |S_۱| \\ S_۱ = \dfrac{۲ + ۱۲}{۲} \times ۵ = ۳۵ \end{cases} \Rightarrow x_{۱A} = ۳۵m \xrightarrow{v_A = ۱۲m/s} x_A = ۱۲t + ۳۵$$

$$\begin{cases} x_{۱B} = |S_۲| \\ S_۲ = ۱۰ \times ۵ = ۵۰ \end{cases} \Rightarrow x_{۱B} = ۵۰\ m \xrightarrow{v_B = ۱۰m/s} x_B = ۱۰t + ۵۰$$

$$\Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow ۱۲t + ۳۵ = ۱۰t + ۵۰ \Rightarrow t = ۷/۵s \quad : t = ۵\,s \text{ یعنی } ۷/۵\,s \text{ بعد از لحظهٔ}$$

این یعنی ۷/۵ ثانیه بعد از لحظهٔ $t = ۵s$ که چون بازه زمانی در این مرحله $۶s = ۵ - ۱۱$ است؛ پس در این حالت، دو متحرک به هم نمی‌رسند.

حالا معادلهٔ مکان دو متحرک از $t = ۱۱s$ به بعد را مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{۰A} \\ x_{۰A} = S_۱ + S_۲ = ۳۵ + ۷۲ = ۱۰۷ \end{cases} \Rightarrow x_A = ۱۲t + ۱۰۷ \quad (I)$$

$$\begin{cases} x_{۰B} = S_۳ = ۱۱۰\,m \ , \ a = -\dfrac{۱۰}{۱۶ - ۱۱} = -۲\,m/s^۲ \ , v_{۰B} = ۱۰m/s \\ x_B = \dfrac{۱}{۲}at^۲ + v_{۰B}t + x_{۰B} \Rightarrow x_B = -t^۲ + ۱۰t + ۱۱۰ \quad (II) \end{cases}$$

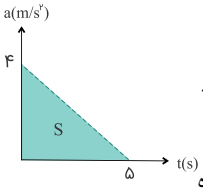
$$\xrightarrow{(I),(II)} x_A = x_B \Rightarrow ۱۲t + ۱۰۷ = -t^۲ + ۱۰t + ۱۱۰ \Rightarrow t = ۱s$$

۱ ثانیه بعد از لحظهٔ $t = ۱۱s$ یعنی $t = ۱۱ + ۱ = ۱۲\,s$ ثانیه بعد از $t = ۰$ است.

۵۶ گزینه ۴

باتوجه‌به اینکه $v_{\circ} = -۶\ m/s$ و $a > ۰$ است، پس در ابتدا $av < ۰$ است، یعنی حرکت کندشونده است.

برای به دست آوردن سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۵s$ از مقدار Δv که برابر با مساحت زیر نمودار است، استفاده می‌کنیم:



$$\begin{cases} \Delta v = S \\ S = \frac{۴ \times ۵}{۲} = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta v = ۱۰ m/s \xrightarrow{v_{\circ} = -۶ m/s} v = ۴ m/s > ۰$$

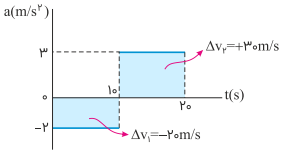
پس در لحظهٔ $t = ۵s$ و باتوجه‌به اینکه v, a مثبت‌اند، $av > ۰$ است، یعنی حرکت تندشونده است. درنتیجه حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

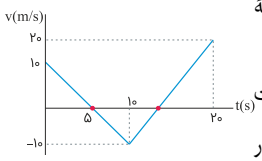
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۷

۵۷ گزینه ۴

گام اول: نمودار سرعت زمان متحرک را تا لحظهٔ $t = ۲۰\ s$ رسم می‌کنیم:

گام دوم: باتوجه‌به نمودار $v - t$ جابه‌جایی متحرک در $۱۰\ s$ اول صفر است؛ پس برای دومین بار در لحظهٔ $t = ۱۰\ s$ از مبدأ عبور می‌کند.





گام سوم: اگر شروع مجدد حرکت را با شتاب $۳\ m/s^۲$ لحظهٔ $t = ۱۰\ s$ فرض کنیم، $\frac{۱۰}{۳}\ s$ بعد سرعت متحرک صفر و $\frac{۲۰}{۳}\ s$ بعد سرعت متحرک $+۱۰\ m/s$ شده و در این لحظه مجدداً متحرک از مبدأ عبور می‌کند؛ پس باتوجه‌به اینکه فرض کردید لحظهٔ شروع حرکت $t = ۱۰\ s$ باشد، لحظه‌ای که متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$t = ۱۰ + \frac{۲۰}{۳} = \frac{۵۰}{۳}\ s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۵۸ گزینه ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۸۹

گام اول

الف) بدون سرعت اولیه و شتاب ثابت $\leftarrow v_A = ۰$

ب) فاصلهٔ ۱۲۰ متری BC $\leftarrow \Delta x_{BC} = ۱۲۰ m$

ج) BC را در مدت $۱۰s$ طی می‌کند. $\leftarrow \Delta t_{BC} = ۱۰ s$

د) سرعت متحرک در نقطهٔ C، $۲۰ m/s \leftarrow v_C = ۲۰ m/s$

ه) فاصله بین A-B ؟ $\leftarrow \Delta x_{AB} = ?m$

گام دوم

شتاب ثابت است، پس سرعت در نقطهٔ B و شتاب کل برابر است با:

$$v_{avBC} = \frac{v_B + v_C}{۲} = \frac{\Delta x_{BC}}{\Delta t_{BC}} \Rightarrow \frac{v_B + ۲۰}{۲} = \frac{۱۲۰}{۱۰} \Rightarrow v_B = ۴\ m/s$$

$$a_{کل} = a_{avBC} = \frac{v_C - v_B}{t_C - t_B} = \frac{۲۰ - ۴}{۱۰} = ۱/۶\ m/s^۲$$

درنهایت با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان، فاصلهٔ بین A-B را محاسبه می‌کنیم:

$$v_B{}^۲ - v_A{}^۲ = ۲a\Delta x_{AB} \Rightarrow ۱۶ = ۲ \times ۱/۶ \times \Delta x_{AB} \Rightarrow \Delta x_{AB} = ۵\ m$$

۵۹ گزینه ۳

ابتدا تغییرات سرعت را در هر بازه با استفاده از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta v_{(۰,۱۰\,s)} = a_{av(۰,۱۰\,s)} \times \Delta t = -۲ \times ۱۰ = -۲۰\,m/s$$
$$\Delta v_{(۰,۱۵\,s)} = a_{av(۰,۱۵\,s)} \times \Delta t = \frac{۲}{۳} \times ۱۵ = +۱۰\,m/s$$

باتوجه‌به تغییرات سرعت در دو بازهٔ به‌دست‌آمده، تغییر سرعت در بازهٔ $(۱۰\,s, ۱۵\,s)$ را به دست می‌آوریم:

$$\Delta v_{(۱۰\,s,۱۵\,s)} = \Delta v_{(۰,۱۵\,s)} - \Delta v_{(۰,۱۰\,s)} \Rightarrow \Delta v_{(۱۰\,s,۱۵\,s)} = ۱۰ - (-۲۰) = +۳۰\,m/s$$

حالا شتاب متوسط در بازهٔ $(۱۰\,s, ۱۵\,s)$ را به دست می‌آوریم:

$$a_{av(۱۰\,s,۱۵\,s)} = \frac{\Delta v_{(۱۰\,s,۱۵\,s)}}{۱۵ - ۱۰} = \frac{۳۰}{۵} = +۶\,\vec{i}\,(m/s^۲)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۶۰ گزینه ۳

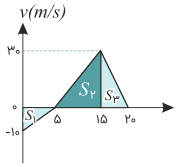
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

گام اول

سرعت متوسط جسم در مدت ۲۰ ثانیهٔ نشان داده‌شده ؟ $\leftarrow \Delta t = ۲۰\,s,\ v_{av} = ?$

گام دوم

برای محاسبهٔ سرعت از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم. باتوجه‌به این نکته که مساحت زیر نمودار برابر با مقدار جابه‌جایی است جابه‌جایی را به دست آورده و در رابطهٔ بالا جاگذاری می‌کنیم (دقت شود که $S_۱$ پایین محور t است، پس مقدارش منفی است).



$$\Delta x = -S_۱ + S_۲ + S_۳$$
$$\begin{cases} S_۱ = \frac{۵ \times ۱۰}{۲} = ۲۵ \\ S_۲ = \frac{(۱۵ - ۵) \times ۳۰}{۲} = ۱۵۰ \\ S_۳ = \frac{(۲۰ - ۱۵) \times ۳۰}{۲} = ۷۵ \end{cases} \Rightarrow \Delta x = -۲۵ + ۱۵۰ + ۷۵ = ۲۰۰, m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۰۰}{۲۰} = ۱۰\,m/s$$

۶۱ گزینه ۱

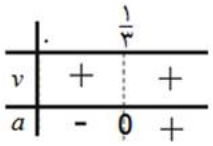
ابتدا با یکبار مشتق‌گیری از معادلهٔ مکان، معادلهٔ سرعت را به دست می‌آوریم (معادلهٔ یک سهمی است):

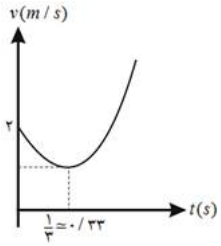
$$x = ۲t^۳ - ۲t^۲ + ۲t \xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}} v = ۶t^۲ - ۴t + ۲ \Rightarrow \Delta < ۰ \text{ ریشه ندارد}$$

سپس از معادلهٔ سرعت مشتق می‌گیریم تا معادلهٔ شتاب به دست آید:

$$v = ۶t^۲ - ۴t + ۲ \xrightarrow{a=\frac{dv}{dt}} a = ۱۲t - ۴$$

جدول تعیین علامت سرعت و شتاب را مشخص کرده و نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم:





باتوجه‌به نمودار سرعت- زمان در لحظات قبل از $t = \frac{۱}{۳}$ سرعت در حال کاهش است. تنها گزینه‌ای که کمتر از $\frac{۱}{۳}$ یا ۰/۳۳ ثانیه است گزینهٔ ۱ یعنی ۰/۲s است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

۶۲ گزینه ۲

ابتدا از فرمول مستقل از شتاب، سرعت اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v_۰ + v}{۲}\Delta t \Rightarrow ۷۵ = \frac{v_۰ + ۲۰}{۲}(۵) \Rightarrow v_۰ = ۱۰ m/s$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۲۰ = a(۵) + ۱۰ \Rightarrow a = ۲ m/s^۲$$

طبق تصاعد عددی خواهیم داشت:

$$x_۲ = x_۱ + at^۲$$

$$\Delta x_۲ = ۷۵ + ۲(۵)^۲ = ۱۲۵ m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta t} = \frac{۱۲۵}{۵} = ۲۵ m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۶۳ گزینه ۱

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

گام اول

الف) نمودار مکان- زمان به صورت سهمی ← شتاب ثابت

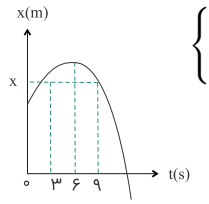
ب) مسافت طی‌شده در بازهٔ $t=۳s$ تا $t=۹s$ برابر ۱۲ متر ← $\Delta t=۹-۳=۶s, d=۱۲m$

ج) جابه‌جایی متحرّک چند متر است؟ ← $\Delta x=?$

گام دوم

باتوجه‌به نمودار مکان- زمان، متحرک در لحظهٔ $t=۶s$ (لحظه‌ای که سرعت صفر شده) تغییر جهت می‌دهد. پس لزوماً مقدار مسافت طی‌شده برابر جابه‌جایی نیست.

ازطرفی $t=۶s$، وسط بازهٔ ۳ تا ۹ ثانیه می‌باشد؛ پس مکان لحظهٔ $t_۱=۳s$ با مکان لحظهٔ $t_۲=۹s$ برابر است، بنابراین:



$$\begin{cases} t_۱=۳s \Rightarrow x_۱=x \\ t_۲=۹s \Rightarrow x_۲=x \end{cases} \Rightarrow \Delta x=۰$$

۶۴ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

گام اول

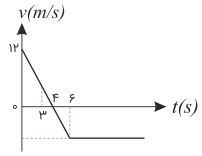
بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ زمانی ۳ تا ۶ ثانیه؟ ← $a_{av(۳s-۶s)}=?$

گام دوم

چون در بازهٔ زمانی ۰ تا ۶ ثانیه شتاب (شیب) ثابت است، پس شتاب متوسط در تمامی بازه‌های زمانی بین زمان‌های ۰ تا ۶ ثانیه باهم برابر است یعنی:

$$a_{av(۰-۶s)}=a_{av(۰-۴s)}=a_{av(۳s-۶s)}$$

$$\left|a_{av(۳s-۶s)}\right|=\left|a_{av(۰-۴s)}\right|=\frac{|\Delta v|}{|\Delta t|}=\frac{|۰-۱۲|}{|۴-۰|}=۳\,m/s^۲$$



۶۵ گزینه ۲

با دو بار استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان برای حرکت شتاب ثابت، داریم:

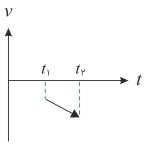
$$v^۲-v_۰^۲=۲a\Delta x \Rightarrow v^۲-۱۰^۲=۲(-۲)\times ۲۵ \Rightarrow v=۰$$

$$\Rightarrow v'^۲-v^۲=۲a\Delta x \Rightarrow v'^۲-۰=۲(۲)(۶۱-۲۵) \Rightarrow v'=۱۲\,m/s$$

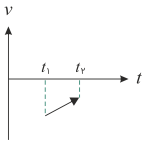
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۶۶ گزینه ۱

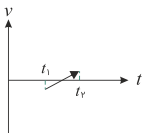
با توجه به پیوسته تندشونده بودن حرکت، اندازهٔ سرعت باید در حال افزایش باشد و یا $av > ۰$ باشد (شیب در نمودار سرعت- زمان، شتاب است).
گزینه ها را بررسی می کنیم:



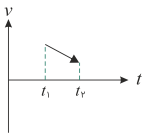
گزینهٔ ۱: اندازهٔ سرعت در حال افزایش است پس حرکت تندشونده است (از طرفی $av > ۰$ است).



گزینهٔ ۲: اندازهٔ سرعت در حال کاهش است پس حرکت کندشونده است ($av < ۰$).
گزینهٔ ۳: ابتدا اندازهٔ سرعت در حال کاهش و سپس افزایش است، پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است (ابتدا $av < ۰$ و سپس $av > ۰$).



گزینهٔ ۴: اندازهٔ سرعت در حال کاهش است، پس حرکت کندشونده است ($av < ۰$).

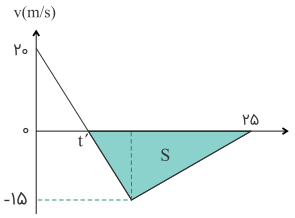


گزینهٔ ۱ درست است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۰

۶۷ گزینه ۳

مساحت زیر نمودار $v - t$، برابر است با مقدار جابه‌جایی متحرک. ازطرفی باتوجه‌به اینکه بازه‌ای را می‌خواهیم که متحرک خلاف جهت محور x حرکت کرده، داریم: (بازه t' تا ۲۵)



$$S = |\Delta x| = \frac{(۲۵ - t')}{۲} \times ۱۵$$

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{(۲۵ - t')}{۲} \times ۱۵ \times \frac{۱}{(۲۵ - t')} = ۷/۵\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

۶۸ گزینه ۳

معادلهٔ سرعت- زمان را برای بازه زمانی $(۰\,s - ۴\,s)$ می‌نویسیم:

$$\text{از } ۰ \text{ تا } ۴\,s \Rightarrow v = a_۱t + v_۰ \xrightarrow{\text{طبق نمودار سؤال: } a_۱ = ۴\,m/s^۲} v_۴ = ۴(۴) + v_۰ \Rightarrow v_۴ = ۱۶ + v_۰$$

* تذکر: سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۴\,s$ سرعت اولیه برای بازهٔ زمانی $(۴\,s - ۱۰\,s)$ است.

طبق صورت سؤال، جابجایی کل از ۰ تا ۱۰ ثانیه برابر با ۱۵۶ متر است؛ بنابراین:

$$\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲$$

$$\Rightarrow ۱۵۶ = (\frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲ + v_۰t_۱) + (\frac{۱}{۲}a_۲t_۲^۲ + v_۴t)$$

$$\xrightarrow[t_۲ = ۱۰ - ۴ = ۶s]{t_۱ = ۴s} ۱۵۶ = (\frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱۶ + ۴v_۰) + (\frac{۱}{۲}(-۴)(۶)^۲ + ۶v_۴)$$

$$\Rightarrow ۱۵۶ = ۳۲ + ۴v_۰ - ۷۲ + ۶v_۴$$

$$\Rightarrow ۱۵۶ = -۴۰ + ۴v_۰ + ۶(۱۶ + v_۰) \Rightarrow ۱۹۶ = ۴v_۰ + ۹۶ + ۶v_۰$$

$$\Rightarrow ۱۰۰ = ۱۰v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۰\,m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۶۹ گزینه ۱

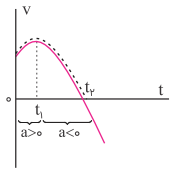
به بررسی هریک از موارد می‌پردازیم:

الف) نادرست؛ در لحظهٔ $t_۱$ تنها جهت شتاب تغییر می‌کند و سرعت همچنان مثبت و در جهت محور باقی می‌ماند.

ب) درست؛ در این بازه سرعت مثبت است یعنی حرکت متحرک در جهت محور است.

پ) نادرست؛ در این بازه تندی (اندازهٔ سرعت) در حال افزایش است.

ت) نادرست؛ شتاب برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است. باتوجه‌به شیب خط مماس، در بازهٔ $(۰, t_۱)$ شتاب مثبت و در بازهٔ $(t_۱, t_۲)$ شیب خط مماس منفی است.



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۷۰ گزینه ۳

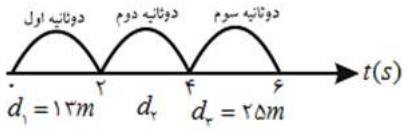
در بازهٔ زمانی $۲\,s$ تا $۱۰\,s$ مسافت طی‌شده بیش از دو برابر مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ است، درحالی‌که بازهٔ زمانی آن دو برابر بازهٔ زمانی $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ است؛ بنابراین در بازهٔ زمانی $۲\,s$ تا $۱۰\,s$ تندی متوسط بیشتر از بازهٔ زمانی $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ است. علاوه بر این برای مقایسهٔ گزینهٔ (۲) و (۳) بخشی از مسیر هر دو گزینه یکسان است (یعنی بازهٔ ۲ تا ۶ ثانیه) پس کافی است بازهٔ زمانی صفر تا $۲\,s$ را با $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ مقایسه کنیم. باتوجه‌به نمودار، مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ بیش از دو برابر مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا $۲\,s$ است. پس تندی متوسط در بازهٔ زمانی $۲\,s$ تا $۱۰\,s$ بیشتر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۱

گام اول

الف) در ۲ ثانیهٔ اول، ۱۳ متر طی می‌کند. در ۲ ثانیهٔ سوم، ۲۵ متر طی می‌کند.



ب) شتاب حرکت در SI کدام است؟ $\leftarrow a = ?m/s^2$

گام دوم

روش اول)

در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی در بازه‌های زمانی مساوی، تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهد. پس جابه‌جایی متحرک در دو ثانیهٔ دوم برابر است با:

$$d_2 = \frac{d_1 + d_3}{2} \Rightarrow d_2 = ۱۹\ m$$

مکان متحرک را برای دو لحظهٔ $t_1 = ۲s\ ,\ t_2 = ۴s$، با استفاده از معادلهٔ مکان به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = ۲\,s\ ,\ x = d_1 = ۱۳m \Rightarrow ۱۳ = ۲a + ۲v_0 \\ t_2 = ۴\,s\ ,\ x = d_1 + d_2 = ۱۳ + ۱۹ = ۳۲\,m \Rightarrow ۳۲ = ۸a + ۴v_0 \end{cases}$$

حالا با حل دستگاه زیر، شتاب را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۱۳ = ۲a + ۲v_0 \\ ۸ = ۲a + v_0 \end{cases} \Rightarrow ۱۳ = ۲a + ۲(۸ - ۲a) \Rightarrow a = ۱/۵ m/s^2$$

روش دوم)

در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی تشکیل یک تصاعد حسابی با قدر نسبت at^2 می‌دهد (در اینجا t بازه زمانی است)؛ یعنی:

$$d_1\ ,\ d_1 + at^2\ ,\ d_1 + ۲at^2,\ \ldots$$

جابجایی دو متحرک را در دو بازه داریم، پس:

$$\begin{cases} d_1 = ۱۳\,m \\ d_3 = d_1 + ۲at^2 = ۲۵\,m \end{cases} \xrightarrow{t=۲\,s} ۱۳ = ۲a + ۲a \times ۴ = ۲۵ \Rightarrow a = ۱/۵\,m/s^2$$

۷۲ گزینه ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

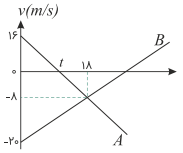
گام اول

الف) در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده $\leftarrow v_A > 0$

ب) بزرگی جابه‌جایی متحرک B، چند متر است؟ $\leftarrow |\Delta x_B| = ?$

گام دوم

ابتدا معادلهٔ سرعت- زمان متحرک A را به دست آورده و سپس مدت‌زمانی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده را محاسبه می‌کنیم:



$$a_{av_A} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8-16}{18-0} = \frac{-4}{3}\,m/s^2$$

$$v_A = -\frac{4}{3}t + 16 \xrightarrow{v_A=0} -\frac{4}{3}t + 16 = 0 \Rightarrow t = 12s$$

حال کافی است معادلهٔ مکان- زمان متحرک B را نوشته و بزرگی جابه‌جایی آن را از لحظهٔ $t = 0$ تا $t = 12s$ به دست آوریم:

$$a_{av_B} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8+20}{18-0} = \frac{2}{3}\,m/s^2$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + (v_0)_B t + (x_0)_B \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times (12)^2 + (-20) \times (12)$$

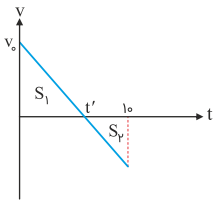
$$\Rightarrow \Delta x_B = 48 - 240 = -192 \Rightarrow |\Delta x_B| = 192m$$

۷۳ گزینه ۴

$$v_0 > 0 \rightarrow \underbrace{\vec{v}_{av}}_{0-10} = 7/5\vec{i} = \frac{\vec{\Delta x}}{\underbrace{\Delta t}_{10\,s}} \Rightarrow \vec{\Delta x} = 75\vec{i} \Rightarrow \Delta x = +75\,m$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\underbrace{\Delta t}_{10}} = 8/5\,m/s \Rightarrow \ell = 85\,m$$

چون حرکت با شتاب ثابت است پس نمودار $v - t$ آن خطی (شیب ثابت) است. چون تندی متوسط از بزرگی سرعت متوسط بیشتر است پس حتماً تغییر جهت داشته‌ایم و درنتیجه نمودار نزولی بوده و در یک لحظه از محور t گذشته است.



$$\begin{cases} \text{جابه‌جایی} = S_1 - S_2 = 75 \\ \text{مسافت طی‌شده} = S_1 + S_2 = 85 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = 80\,m \\ S_2 = 5\,m \end{cases}$$

تکنیک حرکت معکوس از t' تا صفر برای حذف v_0:

$$\left.\begin{aligned} S_1 = 80 &= \frac{1}{2}a(t')^2 \\ S_2 = 5 &= \frac{1}{2}a(10-t')^2 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\text{تقسیم بر هم}} \frac{80}{5} = \left(\frac{t'}{10-t'}\right)^2 \Rightarrow t' = 8\,s$$

$$\Rightarrow v_0 = 20\,m/s\ ,\ S_1 = 80$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-20}{8} = -2/5$$

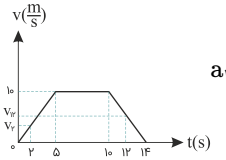
مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول $\ell = \Delta x_{0-2} = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = 35\,m$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۷۴ گزینه ۱

شتاب متوسط از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید، پس برای اینکه شتاب متوسط در بازه زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$ را به دست بیاوریم، باید سرعت در این لحظه‌ها را محاسبه کنیم.

شیب (شتاب) نمودار در بازه ۵ − ۰ ثانیه برابر است با:



$$a_{۱_{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۰ - ۰}{۵ - ۰} = ۲m/s^{۲}$$

باتوجه‌به آنکه شیب (شتاب) ثابت است می‌توانیم سرعت را در لحظهٔ $t = ۲s$ به دست آوریم.

$$v_{۱} = a_{۱_{av}} t_{۱} + v_{۰۱} \Rightarrow v_{۱} = ۲ \times ۲ + ۰ = ۴m/s$$

در بازه زمانی ۱۴ − ۱۰ ثانیه هم به همین صورت داریم:

$$a_{۲_{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۰}{۱۴ - ۱۰} = \frac{-۱۰}{۴} = -۲/۵$$

سرعت در لحظهٔ $t = ۱۲s$ هم به دست می آید.

$$v_{۲} = a_{۲_{av}} t_{۲} + (v_{۰})_{۲} \Rightarrow v_{۲} = -۲/۵ \times ۲ + ۱۰ = ۵m/s$$

دقت شود که معادلهٔ این خط را از $t = ۱۰s$ ، یعنی دو ثانیه پس از لحظهٔ $t = ۱۲s$، نوشتیم.

حال کافی است مقادیر سرعت در لحظات $t = ۱۲$ و $t = ۲$ را در رابطهٔ شتاب متوسط جایگذاری کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۱۲} - v_{۲}}{\Delta t} = \frac{۵ - ۴}{۱۲ - ۲} = ۰/۱m/s^{۲}$$

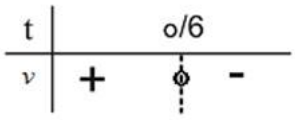
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

۷۵ گزینه ۲

روش اول)

ابتدا معادلهٔ سرعت را به دست آورده و تعیین علامت می‌کنیم:

$$x = -۵t^{۲} + ۶t + ۱۲ \xrightarrow{v = \frac{dx}{dt}} v = -۱۰t + ۶$$



با توجه به تعیین علامت v متحرک ابتدا در جهت محور x و سپس در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

از طرفی با استفاده از جدول تعیین علامت می‌یابیم، بزرگی سرعت از لحظهٔ ۰ تا ۰/۶s در حال کاهش است، پس حرکت کند شونده و سپس بزرگی سرعت در ۰/۶s به بعد در حال افزایش است، پس حرکت تند شونده است.

روش دوم)

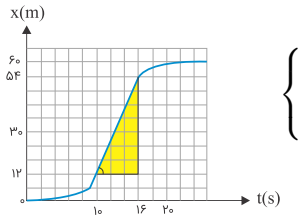
با مقایسهٔ معادله مکان زمان $(x = -۵t^{۲} + ۶t + ۱۲)$، با رابطهٔ $x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + V.t + x_{۰}$ می‌توانیم علامت شتاب و سرعت اولیه را تشخیص دهیم؛ بنابراین $a < ۰$, $v_{۰} > ۰$ است.

پس متحرک ابتدا در جهت محور x بوده و با توجه به اینکه $av_{۰} < ۰$ است، حرکت کند شونده است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۳

۷۶ گزینه ۳

در نمودار مکان- زمان، شیب مماس بر نمودار بیانگر سرعت است. ازآنجاکه بیشینهٔ سرعت را می‌خواهیم، کافی است بیشترین شیب مماس بر نمودار را بیابیم. مطابق نمودار داریم:



$$\begin{cases} m_{max} = \frac{۵۴ - ۱۲}{۱۶ - ۱۰} = ۷ \\ v_{max} = m_{max} \end{cases} \Rightarrow v_{max} = ۷ m/s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

۷۷ گزینه ۲

از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ داریم:

$$-۴ = \frac{v_{۱۰} - v_{۵}}{۱۰ - ۵} \Rightarrow v_{۱۰} - v_{۵} = -۲۰ m/s \quad (I)$$
$$۲ = \frac{v_{۱۲} - v_{۱۰}}{۱۲ - ۱۰} \Rightarrow v_{۱۲} - v_{۱۰} = ۴ m/s \quad (II)$$

دو معادلهٔ (I) و (II) را باهم جمع می‌کنیم:

$$(I) + (II) = v_{۱۲} - v_{۵} = ۴ - ۲۰ = -۱۶ m/s$$

حال شتاب متوسط در بازهٔ زمانی ۵ s تا ۱۲ s را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{v_{۱۲} - v_{۵}}{۱۲ - ۵} = \frac{-۱۶}{۷} m/s^{۲}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۷۸ گزینه ۲

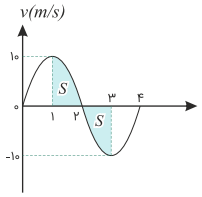
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۴

گام اول

شتاب متوسط و سرعت متوسط در بازهٔ ۱ تا ۳ ثانیه ← $a_{av} = ?\ ,\ v_{av} = ?$: $\begin{cases} t_{۱} = ۱ s \\ t_{۲} = ۳ s \end{cases}$

گام دوم

شتاب را از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم که مقادیر آن همگی از روی نمودار مشخص است.



$$\begin{cases} t_{۱} = ۱ s : v_{۱} = ۱۰ m/s \\ t_{۲} = ۳ s : v_{۲} = -۱۰ m/s \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۲} - v_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}} = \frac{-۱۰ - ۱۰}{۳ - ۱} = -۱۰ m/s^{۲}$$

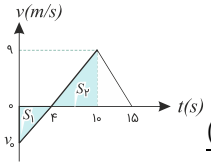
برای به دست آوردن سرعت متوسط از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم. با توجه به اینکه مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، برابر با مقدار جابجایی است، جابجایی از $t = ۲s$ تا $t = ۳s$ برابر صفر است، درنتیجه سرعت متوسط صفر است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰}{۲} = ۰ m/s$$

۷۹ گزینه ۱

برای محاسبهٔ شتاب متوسط از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم. برای این منظور باید سرعت در لحظات $t = ۰$ و $t = ۱۵s$ را داشته باشیم.

باتوجه‌به نمودار و نسبت تشابه دو مثلث $S_۱$ و $S_۲$ داریم:



$$\frac{(۱۰-۴)}{۴} = \frac{۹}{|v_۰|} \Rightarrow |v_۰| = ۶\,m/s \Rightarrow v_۰ = -۶ m/s$$

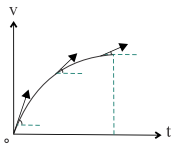
(علامت منفی سرعت اولیه به خاطر این است که پایین محور زمان قرار دارد).

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰-(-۶)}{۱۵-۰} = \frac{۶}{۱۵} = ۰/۴\,m/s^۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

۸۰ گزینه ۴

سرعت در حال افزایش است پس حرکت تند شونده است. از طرفی شیب در نمودار سرعت - زمان، همان شتاب است؛
و چون شیب نمودار در هر نقطه متفاوت بوده پس شتاب متغیر است. درنتیجه حرکت تند شونده و با شتاب متغیر است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۷

۸۱ گزینه ۲

$$\begin{cases} ۱۸۰ - x = v_A t \\ x = v_C t \end{cases} \Rightarrow \frac{۱۸۰-x}{x} = \frac{v_A}{v_C} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} ۱۸۰ - x = v_C \times ۲۵ \\ x = v_A \times ۱۶ \quad (۲) \end{cases} \Rightarrow \frac{۱۸۰-x}{x} = \frac{v_C \times ۲۵}{v_A \times ۱۶}$$

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{v_A}{v_C} = \frac{v_C \times ۲۵}{v_A \times ۱۶} \Rightarrow \frac{v_A^۲}{v_C^۲} = \frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow \frac{v_A}{v_C} = \frac{۵}{۴} \xrightarrow{(۱)} \frac{۱۸۰-x}{x} = \frac{۵}{۴}$$

$$\Rightarrow ۴(۱۸۰) - ۴x = ۵x \Rightarrow x = ۸۰\,m$$

حال با جایگذاری $x = ۸۰$ در معادلهٔ (۲) مقدار V_A را به دست می آوریم:

$$x = v_A \times ۱۶ \Rightarrow ۸۰ = v_A \times ۱۶ \Rightarrow v_A = ۵\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۸۲ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۹

گام اول

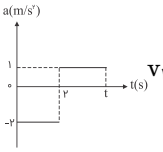
الف) متحرکی از حال سکون $\leftarrow v_{\circ} = \circ$

ب) در کدام لحظه جهت سرعت عوض می شود؟ $\leftarrow$ درحرکت با شتاب ثابت جهت سرعت جایی عوض می شود که $v = \circ$ شود. $t = ?$

گام دوم

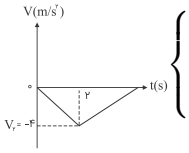
کافی است از روی نمودار شتاب- زمان، نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم کنیم و لحظه ای که سرعت صفر می شود را به دست بیاوریم.

در ۲ ثانیه اوّل داریم:



$$v_{۲} = at + v_{\circ} \xrightarrow{a=-۲\,m/s^{۲}} v = -۲ \times ۲ + \circ = -۴$$

از ثانیهٔ ۲ به بعد داریم:



$$\begin{cases} v_t = at + v_{۲} \\ v_{۲} = -۴\,m/s \\ a = +۱\,m/s^{۲} \end{cases} \Rightarrow v_t = t - ۴ \xrightarrow{v_t = \circ} t = ۴s$$

یعنی ۴ ثانیه بعد از $t = ۲s$ سرعت صفر می شود.

بنابراین $\Delta t = ۲ + ۴ = ۶s$ طول می کشد تا سرعت صفر شود و متحرک تغییر مسیر دهد.

۸۳ گزینه ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۶

گام اول

معادلهٔ سرعت متحرک به‌صورت $v = -۶t^{۲} + ۶t$ (درجهٔ ۲) $\leftarrow$ معادلهٔ مکان درجهٔ ۳

گام دوم

روش اول)

اگر از معادلهٔ سرعت - زمان انتگرال بگیریم معادلهٔ مکان - زمان را به ما می دهد:

$$x = \int v dt = \int \left(-۶t^{۲} + ۶t\right) dt = -۲t^{۳} + ۳t^{۲} + x_{\circ}$$

برای اینکه $x_{\circ}$ را به دست بیاوریم، مکان $x = -۲m$ در لحظهٔ $t = ۱s$ را در معادلهٔ مکان جاگذاری می‌کنیم:

$$x = -۲t^{۳} + ۳t^{۲} + x_{\circ} \xrightarrow[t=۱s]{x=-۲m} -۲ = -۲ + ۳ + x_{\circ} \rightarrow x_{\circ} = -۳\,m$$

درنتیجه معادلهٔ مکان برابر $x = -۲t^{۳} + ۳t^{۲} - ۳$ است.

روش دوم)

با توجه به برداشت اول سؤال، یعنی درجه ۲ بودن معادلهٔ سرعت، باید معادلهٔ مکان درجه ۳ داشته باشیم و تنها گزینه ای که معادلهٔ آن درجه ۳ باشد، گزینهٔ ۴ است.

۸۴ گزینه ۳

چون نمودار سرعت- زمان به‌صورت سهمی رسم شده است، می‌توان نتیجه گرفت:
۱) حرکت با شتاب متغیر بوده و معادلهٔ شتاب برحسب زمان معادلهٔ درجهٔ یک است.
۲) از تقارن سهمی می‌توان استفاده نمود.
حال باتوجه‌به نکات فوق داریم:

$$۱) \rightarrow a = At + B \Rightarrow \begin{cases} -۶ = A \times ۱ + B \\ ۰ = A \times ۲ + B \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} A = ۶ \\ B = -۱۲ \end{matrix}$$

$$۲) \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{۶ - ۶}{۲} = ۰ \\ a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{۰ - ۶}{۱} = -۶ \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = ۶t - ۱۲ \xrightarrow{t=۰} a = -۱۲\,m/s^۲$$

چون بزرگی شتاب خواسته شده است، علامت منفی را در نظر نمی‌گیریم.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۸۵ گزینه ۱

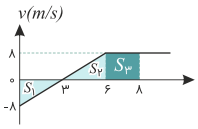
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۵

گام اول

سرعت متوسط جسم در ۸ ثانیهٔ نشان داده‌شده ؟ $\leftarrow \Delta t = ۸s\ ,\ v_{av} = ?$

گام دوم

برای محاسبهٔ سرعت از رابطه $v_{av} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم. ازآنجایی‌که مساحت زیر نمودار سرعت- زمان، برابر مقدار جابه‌جایی است و باتوجه‌به اینکه $S_۱$ و $S_۲$ قرینهٔ همدیگرند، مقدار جابه‌جایی را به دست آورده و در رابطهٔ بالا جایگذاری می‌کنیم:



$$\Delta x = -S_۱ + S_۲ + S_۳ \xrightarrow{S_۱ = S_۲} \Delta x = S_۳$$
$$S_۳ = (۸ - ۶) \times (۸ - ۰) = ۱۶ \Rightarrow \Delta x = ۱۶m$$
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۶}{۸} = ۲\,m/s$$

۸۶ گزینه ۲

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۲

گام اول

الف) دو متحرک A و B از یک نقطه بدون سرعت اولیه $\leftarrow x_{۰A} = x_{۰B}\ ,\ v_{۰A} = v_{۰B} = ۰$
ب) شتاب متحرک A، ۴ برابر متحرک B $\leftarrow a_A = ۴a_B$
ج) در جابجایی مساوی، سرعت متوسط متحرک A چندبرابر سرعت متوسط متحرک B است؟ $\leftarrow \Delta x_A = \Delta x_B\ ,\ \dfrac{v_{A\,av}}{v_{B\,av}} = ?$

گام دوم

با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان برای دو متحرک A و B، نسبت سرعت ثانویهٔ آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_{۱A}^۲ - v_{۰A}^۲ = ۲a_A \Delta x_A \\ v_{۱B}^۲ - v_{۰B}^۲ = ۲a_B \Delta x_B \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{۱A}^۲}{v_{۱B}^۲} = \frac{a_A}{a_B} = ۴ \Rightarrow \frac{v_{۱A}}{v_{۱B}} = ۲$$

ازآنجایی‌که $v_{av} = \dfrac{v_۰ + v_۱}{۲}$ نسبت $\dfrac{v_{A\,av}}{v_{B\,av}}$ برابر است با:

$$\frac{v_{A\,av}}{v_{B\,av}} = \frac{\frac{v_{۰A} + v_{۱A}}{۲}}{\frac{v_{۰B} + v_{۱B}}{۲}} = \frac{v_{۱A}}{v_{۱B}} = ۲$$

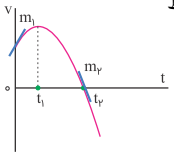
۸۷ گزینه ۴

علت نادرستی گزینه‌های دیگر را بررسی می‌کنیم:

۱) در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 تندی در حال افزایش است.

۲) شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ نشان‌دهندهٔ شتاب متحرک است. بزرگی شیب خط مماس در لحظهٔ t_2، بیشتر از بزرگی شیب خط مماس در لحظهٔ t_1 است.

۳) قبل از لحظهٔ t_1 شتاب در جهت محور x است چون شیب خط مماس مثبت است و پس از لحظهٔ t_1 شتاب در خلاف جهت محور x است چون شیب خط مماس منفی است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۸۸ گزینه ۱

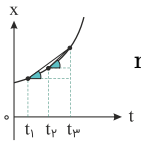
به دلیل تقارن سهمی می‌توان گفت در لحظهٔ $t = 4\,s$ سرعت متحرک صفر می‌شود (رأس سهمی).

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2}\Delta t \Rightarrow 24 - 16 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = 4\,m/s$$
$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 4 + 4 \Rightarrow a = -1\,m/s^2$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷

۸۹ گزینه ۳

با وصل کردن دونقطه در نمودار مکان - زمان و محاسبهٔ شیب، سرعت متوسط در آن بازهٔ زمانی به دست می‌آید. پس نقاط ۱ و ۲ و ۳ را به هم وصل می‌کنیم. با توجه به شیب‌های به‌دست‌آمده در بازه های زمانی مختلف، می‌فهمیم که در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3، شیب بیشتر است؛ پس سرعت متوسط بیشتری هم دارد.



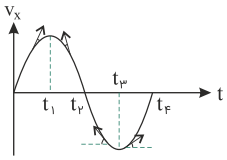
$$m_{23} > m_{13} > m_{12} \rightarrow v_{23} > v_{13} > v_{12}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۵

۹۰ گزینه ۱

بازه‌های زمانی که شیب‌شان مثبت باشد (مطابق نمودار) ۰ تا t_1 و t_3 تا t_4 است. پس با توجه به اینکه شیب در نمودار سرعت - زمان، همان شتاب است، درمی‌یابیم که شتاب در این بازه‌ها مثبت است.

از طرفی چون شتاب مثبت است، بردار شتاب متحرک در جهت مثبت محور x است.



کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۶

۹۱ گزینه ۳

با توجه به تقارن نمودار نسبت به $t = 4\,s$، تندی متحرک در $t = 0$ و $t = 8\,s$ باهم برابر و سرعت در این دو لحظه قرینه یکدیگر است.

$$\left.\begin{array}{l} t = 0 \Rightarrow v = ?\,,\ x = 12\,m \\ t = 4\,s \Rightarrow v = 0\,,\ x = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x = \frac{v + v_0}{2}\Delta t \Rightarrow -12 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4$$

$$\Rightarrow v_0 = -6\,m/s \Rightarrow v_{8\,s} = +6\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۹۲ گزینه ۳

حرکت از ۳ مرحله تشکیل شده که در مراحل ۱ و ۳ شتاب و زمان مساوی است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = ۲۰ \times ۲۵ = ۵۰۰\,m$$

$$x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۵۰۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}at_۱^۲ + vt_۲ + \frac{۱}{۲}at_۳^۲ = ۵۰۰$$

$$\xrightarrow{t_۱ = t_۳\,,\, t_۲ = ۲۵ - ۲t_۱} \frac{۱}{۲}(۵)t_۱^{\,۲} + v(۲۵ - ۲t_۱) + \frac{۱}{۲}(-۵)t_۱^{\,۲} = ۵۰۰ \Rightarrow v(۲۵ - ۲t_۱) = ۵۰۰ \qquad (۱)$$

حرکت در مرحلهٔ دوم یکنواخت است و سرعت متحرک در طول این مرحله برابر است با سرعت نهایی متحرک در مرحلهٔ اول یعنی:

$v = at_۱ = ۵t_۱$: سرعت در مرحلهٔ دوم حرکت، برابر با مقدار نهایی سرعت در مرحلهٔ اول حرکت است $\qquad (۲)$

پس با جایگذاری (۲) در رابطهٔ (۱) داریم:

$$\xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} ۵t_۱(۲۵ - ۲t_۱) = ۵۰۰$$

$$\Rightarrow ۲t_۱^{\,۲} - ۲۵t_۱ + ۱۰۰ = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۲۰\,s \\ t_۱ = ۵\,s \end{cases} \Rightarrow t_۲ = ۲۵ - ۲(۵) = ۱۵\,s$$

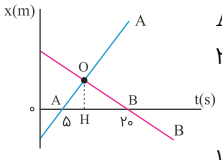
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۰

۹۳ گزینه ۳

راه‌حل اول:

در مثلث $\overset{\Delta}{OAB}$ شیب خط OA دو برابر بزرگی شیب خط OB است بنابراین $HB = ۲AH$ است پس:



$$AH + HB = ۱۵$$

$$۳AH = ۱۵ \Rightarrow AH = ۵$$

بنابراین دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰\,s$ به هم می‌رسند.

چون در ابتدا از هم ۱۵۰ m فاصله داشته‌اند و پس از ۱۰ s به هم رسیده‌اند پس ۱۰ s ثانیه بعد (یعنی لحظهٔ $t = ۲۰\,s$) فاصلهٔ آن‌ها از هم باز هم ۱۵۰ m است.

راه‌حل دوم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{۰A} \xrightarrow{v_A = ۲|v_B|} x_A = ۲|v_B| \times ۱۰ + x_{۰A} \\ x_B = -|v_B|t + x_{۰B} \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow ۲|v_B| \times ۱۰ + x_{۰A} = -|v_B| \times ۱۰ + x_{۰B}$$

$$\Rightarrow ۳|v_B| = x_{۰B} - x_{۰A} = ۱۵۰$$

$$\Rightarrow |v_B| = ۵\,m/s\,,\; v_A = ۱۰\,m/s$$

حال معادلهٔ مکان- زمان را برای دو متحرک می‌نویسیم و فاصلهٔ آن‌ها را در لحظهٔ $t = ۲۰\,s$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_A = ۱۰t + x_{۰A} \\ x_B = -۵t + x_{۰B} \end{cases} \xrightarrow{t = ۲۰\,s} x_A - x_B = (۱۰ \times ۲۰ + x_{۰A}) - (-۵ \times ۲۰ + x_{۰B})$$

$$\Rightarrow x_A - x_B = ۳۰۰ - ۱۵۰ = ۱۵۰\,m$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۹۴ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۷

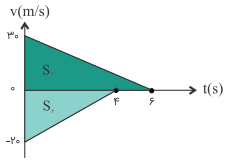
گام اول

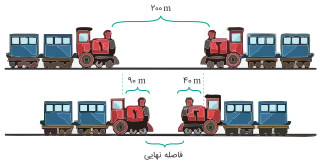
الف) به‌طرف یکدیگر حرکت می‌کنند ← جهت حرکت آن‌ها عکس همدیگر است.

ب) در لحظهٔ $t = ۰$ فاصله دو قطار از هم ۲۰۰ متر ← $۲۰۰m$ = فاصلهٔ اولیه

گام دوم

با توجه به اینکه مساحت زیر نمودار $v - t$ برابر با جابجایی است، جابجایی هرکدام از قطارها را حساب کرده و از فاصلهٔ اولیه کم می‌کنیم تا فاصلهٔ توقف را به دست آوریم:





$$\left.\begin{array}{l}\text{جابجایی در خلاف جهت محور x ها}: \Delta x_۱ = S_۱ \\ S_۱ = \frac{۳۰\times۶}{۲} = ۹۰\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x_۱ = ۹۰\ m$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{جابجایی در جهت محور x ها}: \Delta x_۲ = S_۲ \\ S_۲ = \frac{۲۰\times۴}{۲} = ۴۰\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x_۲ = -۴۰\ m$$

$$\Rightarrow \text{فاصلهٔ نهایی} = ۲۰۰ - (۹۰ + ۴۰) = ۷۰\ m$$

۹۵ گزینه ۱

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

گام اول

الف) زمانی که فاصلهٔ دو متحرک $۱۱۲۵m$ است ← $x_B - x_A = ۱۱۲۵m$

ب) سرعت متحرک اوّل $۱۰m/s$ ← $v_A = ۱۰m/s$

ج) سرعت متحرک دوّم $-۲۰m/s$ ← $v_B = -۲۰m/s$ (علامت منفی به خاطر این است که در خلاف جهت جسم A حرکت می کند.)

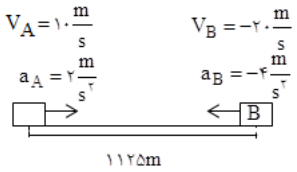
د) شتاب متحرک اوّل $۲m/s^۲$ ← $a_A = ۲m/s^۲$

هـ) شتاب متحرک دوّم $-۴m/s^۲$ ← $a_B = -۴m/s^۲$ (علامت منفی به دلیل این است که حرکت تندشونده است)

و) دو متحرک پس از چند ثانیه به هم می رسند ← $t = ?$ و $x_A = x_B$

گام دوم

مکان اولیهٔ متحرک اول را در مبدأ مکان در نظر بگیریم و معادلهٔ حرکت را برای دو متحرک می نویسیم و بعد کافی است، $x_B = x_A$ در نظر بگیریم تا زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر به دست بیاید.



$$x_A = \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + v_{۰A}t + x_{۰A} \Rightarrow x_A = t^۲ + ۱۰t$$

$$x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t + x_{۰B} \Rightarrow x_B = -۲t^۲ - ۲۰t + ۱۱۲۵$$

در لحظهٔ رسیدن دو متحرک به هم $x_A = x_B$ بنابراین:

$$-۲t^۲ - ۲۰t + ۱۱۲۵ = t^۲ + ۱۰t \Rightarrow ۳t^۲ + ۳۰t - ۱۱۲۵ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱۵s \text{ ق ق} \\ t = -۲۵s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۹۶ گزینه ۱

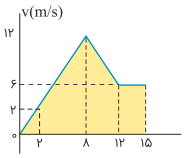
شتاب در بازهٔ زمانی $(۰\ ,\ ۸)$ ثابت و برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(۸) - v(۰)}{۸ - ۰} = \frac{۱۲ - ۰}{۸ - ۰} = \frac{۳}{۲}\,m/s^۲$$

در لحظهٔ $t = ۲\,s$ سرعت را به دست می آوریم:

$$v(۲) = at + v_۰ \Rightarrow v = \frac{۳}{۲} \times ۲ + ۰ = ۳\,m/s$$

حال به کمک سطح زیر نمودار سرعت- زمان جابه جایی را در بازهٔ زمانی $(۲\ ,\ ۱۵)$ محاسبه می کنیم:



$$\Delta x = x_۲ - x_۱ = x_۲ - (-۶) = S$$

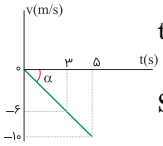
$$x_۲ + ۶ = (\frac{(۱۲ + ۳)۶}{۲} + \frac{(۱۲ + ۶)۴}{۲} + (۳ \times ۶))$$

$$x_۲ + ۶ = ۹۹ \Rightarrow x_۲ = ۹۳$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

۹۷ گزینه ۳

سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر مسافت پیموده شده است. کافی است سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۵\,s$ بیابیم.



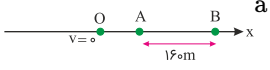
$$\tan\alpha = \frac{۶}{۳} = \frac{v}{۵} \Rightarrow v = ۱۰\,m/s$$

$$S = \frac{۵ \times ۱۰}{۲} = ۲۵\,m$$

نکته: چون متحرک تغییر جهت نداده بنابراین جابه‌جایی متحرک و مسافت طی‌شده باهم برابرند؛ لذا مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر مسافت پیموده شده و همچنین جابه‌جایی متحرک است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۹۸ گزینه ۲



$$a = ۲\,m/s^۲$$

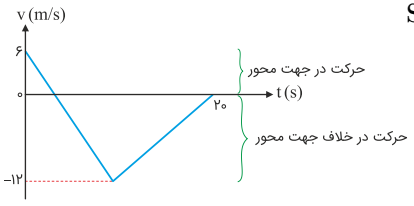
$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \xrightarrow{a=۲m/s^۲\ ,\ v_۰=۰\ ,\ x_۰=۰} x = t^۲ \Rightarrow \begin{cases} OA = t_{OA}^۲ & (۱) \\ OB = t_{OB}^۲ \Rightarrow OA + ۱۶۰ = (t_{OA} + ۸)^۲ & (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(۱)\Rightarrow(۲)} t_{OA}^۲ + ۱۶۰ = t_{OA}^۲ + ۱۶t_{OA} + ۶۴ \Rightarrow ۱۶t_{OA} = ۹۶ \Rightarrow t_{OA} = ۶\,s$$

$$OA = t_{OA}^۲ \Rightarrow OA = ۶^۲ = ۳۶\,m$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۹۹ گزینه ۲



$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\Delta t} = \frac{\text{مساحت مثلث پایین}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\frac{۱}{۲} \times ۱۲ \times (۲۰ - t)}{۲۰ - t} = ۶\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

۱۰۰ گزینه ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۶

گام اول

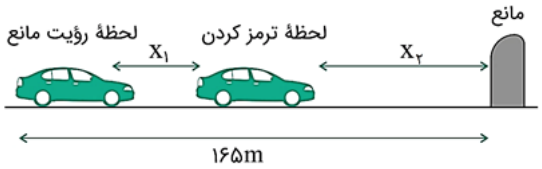
الف) اتومبیلی روی خط راست با سرعت $۱۰۸\,km/h$ در حال حرکت است. $\leftarrow v_۰ = ۱۰۸\,km/h = \frac{۱۰۸}{۳/۶} = ۳۰\,m/s$

ب) راننده با دیدن مانعی در فاصلهٔ $۱۶۵\,m \leftarrow$ فاصلهٔ اتومبیل از مانع در لحظهٔ دیدن آن $= ۱۶۵\,m$

ج) با شتاب ثابت $۳\,m/s^۲$ ترمز می‌کند و جلوی مانع می‌ایستد $\leftarrow a = -۳\,m/s^۲$

گام دوم

باتوجه‌به شکل زیر و معادلهٔ سرعت- زمان خواهیم داشت:



$$x_۲ = \frac{-v_۰^۲}{۲a} = \frac{-(۳۰)^۲}{-۲ \times ۳} = ۱۵۰\,m$$

$$x_۱ = ۱۶۵ - x_۲ = ۱۶۵ - ۱۵۰ = ۱۵\,m$$

$$v = \frac{x_۱}{t_۱} \Rightarrow t_۱ = \frac{۱۵}{۳۰} = \frac{۱}{۲}\,s$$

$$v = at_۲ + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۳ \times t_۲ + ۳۰ \Rightarrow t_۲ = ۱۰\,s$$

$$\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{۱۰}{\frac{۱}{۲}} = ۲۰$$

۱۰۱ گزینه ۱

طبق معادلهٔ $x = ۲t^۲ + ۴t - ۸$ حرکت با شتاب ثابت است و چون شتاب و سرعت اولیهٔ حرکت هم‌علامت‌اند نتیجه می‌گیریم که حرکت تندشونده بدون تغییر جهت است و در این حالت مسافت پیموده شده و جابه‌جایی باهم مساوی هستند.

$$x = ۲t^۲ + ۴t - ۸ \Rightarrow \begin{cases} a = ۴\,m/s^۲ \\ v_۰ = ۴\,m/s \end{cases}$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۰۲ گزینه ۴

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۸

گام اول

الف) متحرکی بدون سرعت اولیه $\leftarrow v_{۰}=۰$

ب) سرعت در لحظه $t=۲s$ چند متر بر ثانیه است؟ $\leftarrow v_{t=۲s}=?$

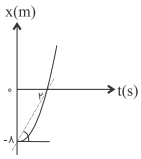
گام دوم

اگر سرعت متوسط در ۲ ثانیه اول را حساب کنیم، چون شتاب ثابت است، با استفاده از رابطهٔ $\bar{v}=\frac{v_{۰}+v_{۲}}{۲}$ و مقدار $v_{۲}$ به دست می آید:

سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ اول را حساب می کنیم:

$$\bar{v}=\text{شیب نمودار}=\frac{۰-(-۸)}{۲-۰}=۴m/s$$

حالا $v_{۲}$ را حساب می کنیم:



$$\begin{cases}\bar{v}=\frac{v_{۰}+v_{۲}}{۲}\\ \bar{v}=۴m/s\end{cases}\Rightarrow ۴=\frac{۰+v_{۲}}{۲}\Rightarrow v_{۲}=۴\times ۲=۸m/s$$

۱۰۳ گزینه ۴

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۹

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۰

گام اول

الف) فاصلهٔ ۸۰ متری از A تا B $\leftarrow \Delta x_{A-B}=۸۰m$

ب) در مدت ۸ ثانیه طی می کند $\leftarrow \Delta t=۸s$

ج) در لحظهٔ رسیدن به نقطهٔ B سرعتش به $۱۵m/s$ می رسد $\leftarrow v_{B}=۱۵m/s$

د) شتاب متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $\leftarrow a=$

گام دوم

روش اول:

ابتدا v_{A} را از رابطهٔ $v_{av}=\frac{v_{A}+v_{B}}{۲}$ محاسبه کرده و سپس با استفاده از معادلهٔ $v_{B}=at+v_{A}$، شتاب را به دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{v_{A}+v_{B}}{۲}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \frac{v_{A}+v_{B}}{۲}=\frac{۸۰}{۸}\Rightarrow v_{A}=۵\ m/s$$

$$v_{B}=at+v_{A}\Rightarrow ۱۵=a\times ۸+۵\Rightarrow a=\frac{۵}{۴}m/s^{۲}$$

روش دوم:

اگر حرکت متحرک را از B به سمت A در نظر بگیریم. سرعت اولیه همان v_{B} می شود ولی در جهت منفی و با استفاده از رابطه $\Delta x=-\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t$ و جایگذاری داده ها به‌راحتی شتاب به دست می آید.

$$\begin{cases}\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t\\ \Delta x=x_{A}-x_{B}=-۸۰\\ v_{۰B}=v_{B}=-۱۵m/s\end{cases}\Rightarrow -۸۰=\frac{۱}{۲}a\times (۸)^{۲}-۱۵\times ۸\Rightarrow a=\frac{۵}{۴}m/s^{۲}$$

۱۰۴ گزینه ۲

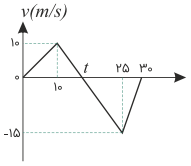
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

گام اول

بزرگی سرعت متوسط در مدتی که مخالف محور x حرکت می‌کند؟ $\leftarrow ?= v_{av}$ در مدتی که $v < 0$

گام دوم

برای به دست آوردن بزرگی سرعت متوسط باید از رابطهٔ $|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|}$ استفاده کنیم. مطابق نمودار باید زمان t که سرعت صفر می‌شود را به دست آوریم (با استفاده از معادلهٔ سرعت- زمان در بازهٔ زمانی ۱۰s تا ۲۵s):



$$\begin{cases} a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۱۵ - ۱۰}{۲۵ - ۱۰} = \frac{-۵}{۳}\,m/s^۲ \\ t_۱ = ۱۰\,s : v_۱ = ۱۰\,m/s \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \text{معادلهٔ خط} : y - y_۰ = m(x - x_۰) \\ \text{معادلهٔ سرعت} : v - v_۱ = a(t - t_۱) \end{matrix}$$

$$\Rightarrow ۰ - ۱۰ = -\frac{۵}{۳}(t - ۱۰) \Rightarrow t = ۱۶s$$

حالا باید جابه‌جایی را از بازهٔ زمانی $t = ۱۶s$ تا $t = ۳۰s$ (زمانی که سرعت منفی است) به دست آوریم (دقت شود که جابه‌جایی منفی است، چون نمودار زیر محور زمان است).

$$\begin{cases} \Delta x = -S \\ S = \frac{۱۵ \times (۳۰ - ۱۶)}{۲} = ۱۰۵ \end{cases} \Rightarrow \Delta x = -۱۰۵m$$

جابه‌جایی و تغییرات زمان را در رابطهٔ $|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|}$ قرار می‌دهیم:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|} = \frac{۱۰۵}{۱۴} = ۷/۵m/s$$

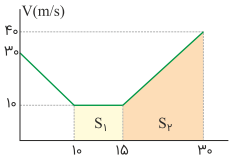
۱۰۵ گزینه ۳

کافی است نمودار سرعت- زمان حرکت را رسم کنیم. سطح زیر نمودار $(v - t)$ برابر با جابه‌جایی است که نسبت جابه‌جایی به زمان برابر با سرعت متوسط است.

$$t = ۱۰\,s \text{ تا } t = ۰ \text{ از} : v_۱ = a_۱ t + v_۰ \xrightarrow{a_۱ = -۲\,m/s^۲} v_۱ = -۲ \times ۱۰ + ۳۰ = ۱۰\,m/s$$

$$t = ۱۵\,s \text{ تا } t = ۱۰\,s \text{ از} : v_۲ = a_۲ t + v_۱ \xrightarrow{a_۲ = ۰} v_۲ = v_۱ = ۱۰\,m/s$$

$$t = ۳۰\,s \text{ تا } t = ۱۵\,s \text{ از} : v_۳ = a_۳ t + v_۲ \xrightarrow{a_۳ = ۲\,m/s^۲} v_۳ = ۲ \times ۱۵ + ۱۰ = ۴۰\,m/s$$



$$S_۱ = ۱۰ \times ۵ = ۵۰\,m$$

$$S_۲ = \frac{۴۰ + ۱۰}{۲} \times ۱۵ = ۳۷۵\,m$$

$$S_{کل} = S_۱ + S_۲ = ۴۲۵\,m$$

$$v_{av} = \frac{S_{کل}}{\Delta t} = \frac{۴۲۵}{۲۰} = ۲۱/۲۵\,m/s$$

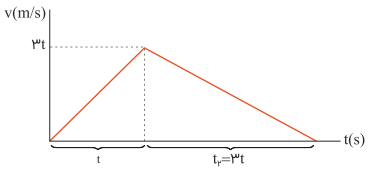
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۰۶ گزینه ۴

گام اول: ابتدا نمودار سرعت زمان متحرک را رسم می‌کنیم. اگر مدت‌زمان حرکت متحرک با شتاب $۳\ m/s^۲$ برابر با t باشد، سرعت متحرک در انتهای حرکت با شتاب $۳\ m/s^۲$، طبق رابطهٔ $v = at + v_۰$ به $v = ۳t + ۰ = ۳t$ می‌رسد. در مرحلهٔ دوم که حرکت با شتاب $۱\ m/s^۲$ کند می‌شود، متحرک پس از مدت Δt می‌ایستد که Δt از رابطهٔ $v = at + v_۰$ به دست می‌آید. توجه کنید که سرعت اولیهٔ مرحلهٔ دوم، سرعت انتهای قسمت اول است و سرعت انتهای این قسمت برابر با صفر است؛ بنابراین مدت حرکت قسمت دوم حرکت برابر است با:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۱ \times t_۲ + ۳t \Rightarrow t_۲ = ۳t$$

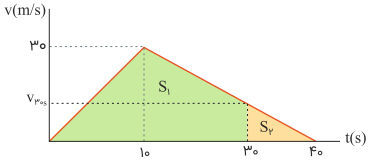
بنابراین نمودار سرعت زمان متحرک به‌صورت شکل زیر است:



گام دوم: مسافت طی‌شده توسط متحرک که همان مساحت سطح زیر نمودار است، برابر با $۶۰۰\ m$ است؛ بنابراین t برابر است با:

$$S = ۶۰۰ \Rightarrow \frac{۳t \times ۴t}{۲} = ۶۰۰ \Rightarrow t = ۱۰\ s$$

گام سوم: برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده در $(۰, ۳۰\ s)$ کافی است، مساحت سطح زیر نمودار را در این بازه به دست بیاوریم؛ یعنی $S_۱$.



$$\text{در مرحلهٔ دوم}: a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$\Rightarrow -۱ = \frac{v_{۳۰\,s} - ۳۰}{۳۰ - ۱۰} \Rightarrow v_{۳۰\,s} = ۱۰\ m/s$$

$$S_۱ = S_{\text{کل}} - S_۲ = \frac{۳۰ \times ۴۰}{۲} - \frac{۱۰ \times ۱۰}{۲} = ۵۵۰\ m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۰۷ گزینه ۲

در نمودار مکان- زمان نقطهٔ مینیمم جایی است که سرعت متحرک صفر می‌شود.

$$\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۰ - ۱۸ = \frac{۰ + v_۲}{۲} \times ۶ \Rightarrow v_۰ = -۶\ m/s$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a \times ۶ - ۶ \Rightarrow a = ۱ m/s^۲$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۰۸ گزینه ۳

باتوجه‌به اینکه نمودار مکان- زمان به‌صورت یک سهمی است و سهمی متقارن است؛ و ازآنجاکه ۴ ثانیه طول کشیده تا سرعت متحرک صفر شود، پس ۴ ثانیه دیگر طول می‌کشد تا به قرینهٔ نقطهٔ شروع (جایی که بزرگی سرعت برابر بزرگی سرعت اولیه شود) برسد. بنابراین در کل ۸ ثانیه پس از لحظهٔ $t = ۰$ این اتفاق می‌افتد.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۳

۱۰۹ گزینه ۴

ابتدا از روی معادلهٔ مکان- زمان، معادلهٔ سرعت- زمان را به دست می‌آوریم و سپس معادلهٔ سرعت- زمان را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا لحظه‌ای را که متحرک تغییر جهت می‌دهد، بیابیم.

$$x = -۲t^۲ + ۱۲t - ۴۰ \Rightarrow \begin{cases} a = -۴\,m/s^۲ \\ v_۰ = ۱۲\,m/s \end{cases}$$
$$\Rightarrow v = -۴t + ۱۲ = ۰ \Rightarrow t = ۳\,s$$

کافی است میزان جابه‌جایی متحرک را در دو بازهٔ ۰ تا ۳s و ۳s تا ۵s حساب کرده و درنهایت باهم جمع کنیم تا مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا $t = ۵s$ به دست آید:

$$x = -۲t^۲ + ۱۲t - ۴۰$$

$$\begin{cases} x_۰ = -۴۰\,m \\ x_۳ = -۲ \times ۹ + ۱۲ \times ۳ - ۴۰ = -۲۲\,m \end{cases} \Rightarrow |\Delta x| = |-۲۲ - (-۴۰)| = ۱۸\,m$$

$$\begin{cases} x_۳ = -۲۲m \\ x_۵ = -۲ \times ۲۵ + ۱۲ \times ۵ - ۴۰ = -۳۰\,m \end{cases} \Rightarrow |\Delta x'| = |-۳۰ - (-۲۲)| = ۸\,m$$

$$d = |\Delta x| + |\Delta x'| = ۱۸ + ۸ = ۲۶\,m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

۱۱۰ گزینه ۳

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

گام اول

الف) اتومبیلی با سرعت $۲۰m/s$ ← سرعت ثابت و $v_۱ = ۲۰\,m/s \;,\; a_۱ = ۰$

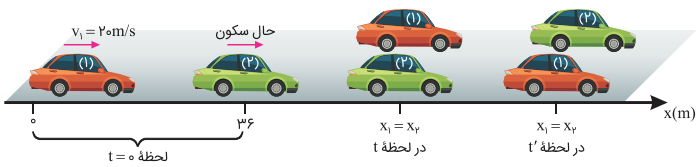
ب) از ۳۶ متر جلوتر اتومبیلی با شتاب ثابت $۲m/s^۲$ از حال سکون در همان جهت ← $v_{۰۲} = ۰ \;,\; a_۲ = ۲m/s^۲ \;,\; x_{۰۲} = ۳۶\,m$

ج) دو بار از هم سبقت می‌گیرند ← دو بار مختصات مکانی آن‌ها برابر می‌شود.

د) فاصلهٔ زمانی این دو سبقت ؟ ← $t" - t = ?$

گام دوم

معادلهٔ مکان هر اتومبیل را می‌نویسیم و مساوی هم قرار می‌دهیم تا زمان‌های سبقت گرفتن از هم به دست آید:



اتومبیل۱, سرعت ثابت : $x_۱ = v_۱t + x_۰ \xrightarrow{x_۰ = ۰} x_۱ = ۲۰t$

اتومبیل۲, شتاب ثابت : $x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t^۲ + v_{۰۲}t + x_۰ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t^۲ + ۳۶ \;\rightarrow\; x_۲ = t^۲ + ۳۶$

$$x_۱ = x_۲ \;\rightarrow\; ۲۰t = t^۲ + ۳۶ \rightarrow \begin{cases} t = ۲\,s \\ t" = ۱۸\,s \end{cases}$$

پس فاصلهٔ زمانی بین این دو سبقت برابر است با:

فاصله زمانی دو سبقت : $t" - t = ۱۸ - ۲ = ۱۶\,s$

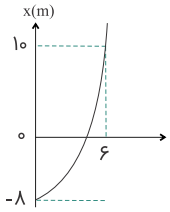
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۴
قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۰

گام اول

سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد؟ $\leftarrow x = ۰\ ,\ v = ?$

گام دوم

برای به دست آوردن سرعت، معادلهٔ سرعت- زمان، و برای به دست آوردن معادلهٔ سرعت- زمان، معادلهٔ مکان را می‌خواهیم.
مطابق نمودار و داده‌های مسئله، معادلهٔ مکان را به دست می‌آوریم:



$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$
$$t = ۰\ ,\ x_۰ = -۸ \Rightarrow v_۰ = ۰$$
$$t = ۶\,s\ ,\ x = ۱۰\,m \Rightarrow ۱۰ = \frac{۱}{۲} \times a \times ۳۶ + (-۸) \Rightarrow a = ۱\,m/s^۲$$

باتوجه‌به معادلهٔ مکان، لحظهٔ عبور از مبدأ برابر است با:

$$x = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۸ = ۰ \Rightarrow t = ۴\,s$$

حال برای ادامهٔ پاسخ، دو روش ارائه می‌شود:
ادامهٔ پاسخ به روش اول:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۸ \\ x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۱\,m/s^۲ \\ v_۰ = ۰ \end{cases} \quad (I)$$

سپس معادلهٔ سرعت- زمان را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{(I)} v = t \xrightarrow{t=۴\,s} v = ۴\,m/s$$

ادامهٔ پاسخ به روش دوم:
می‌توان با یک‌بار مشتق گیری از معادلهٔ مکان- زمان، معادلهٔ سرعت- زمان را به دست آورد، سپس لحظهٔ $t = ۴\,s$ را در آن جایگذاری می‌کنیم تا سرعت در آن لحظه به دست آید:

$$x = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۸ \xrightarrow{v = \frac{dx}{dt}} v = t \xrightarrow{t=۴s} v = ۴\,m/s$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۳

گام اول

الف) اتومبیل با سرعت $۲۰m/s$ درحرکت است $\leftarrow v_A = ۲۰m/s$

ب) ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $۲m/s^۲ \leftarrow x_B = +۳۶ \ , \ a_B = ۲m/s^۲$

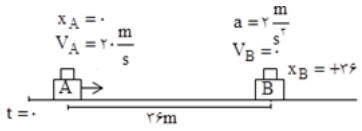
پ) از حال سکون و در همان جهت به راه می افتد $\leftarrow (v_۰)_B = ۰ \ , \ v_B > ۰$

ج) اتومبیل ها دو بار از هم سبقت می گیرند $\leftarrow x_A = x_B$

د) فاصله زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟ $\Delta t = ?$

گام دوم

مکان شروع به حرکت اتومبیل A که عقب تر از اتومبیل B است را مبدأ مکان در نظر می گیریم سپس با نوشتن معادلهٔ حرکت برای هر دو اتومبیل و مساوی قرار دادن دو معادله باهم می توانیم زمان های سبقت را به دست آوریم:



ابتدا معادلهٔ حرکت (با سرعت ثابت) اتومبیل A را می نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t_A + (x_۰)_A \\ (x_۰)_A = ۰ \end{cases} \Rightarrow x_A = ۲۰t$$

حالا معادلهٔ حرکت (با شتاب ثابت) اتومبیل B را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_B = \frac{۱}{۲} a_B t^۲ + (v_۰)_B t + (x_۰)_B \\ (x_۰)_B = +۳۶m \end{cases} \Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times t^۲ + ۰ + ۳۶ = t^۲ + ۳۶$$

با مساوی قرار دادن دو معادلهٔ حرکت اتومبیل‌های A و B، زمان‌های سبقت دو اتومبیل از یکدیگر را به دست می‌آوریم.

$$x_B = x_A \Rightarrow ۲۰t = t^۲ + ۳۶ \Rightarrow t^۲ - ۲۰t + ۳۶ = ۰ \Rightarrow (t-۲)(t-۱۸) = ۰ \Rightarrow t_۱ = ۲ \ , \ t_۲ = ۱۸$$

پس اختلاف‌زمانی دو سبقت برابر $\Delta t = t_۲ - t_۱ = ۱۸ - ۲ = ۱۶s$ است. $\Rightarrow$

۱۱۳ گزینه ۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۵

گام اول

حرکت کند شونده ← اندازهٔ سرعت باید در حال کاهش باشد.

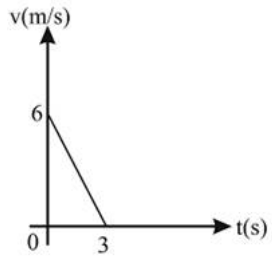
گام دوم

ابتدا معادلهٔ سرعت را به کمک یکبار مشتق‌گیری از معادلهٔ حرکت، به دست می‌آوریم:

$$x = -t^۲ + ۶t = ۲۰ \xrightarrow{v=\frac{dx}{dt}} v = -۲t + ۶$$

سپس نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

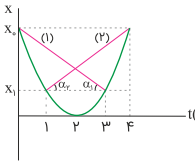
V	+6	0
t	0	3



با توجه به نمودار در بازهٔ زمانی ۰ تا ۳s اندازهٔ سرعت در حال کاهش است پس حرکت کند شونده است.

۱۱۴ گزینه ۴

شیب خطی که دو نقطه از نمودار مکان- زمان را به هم می‌رساند برابر با سرعت متوسط متحرک بین آن دو نقطه است:



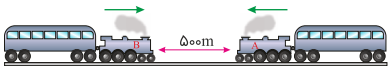
$$V_{av(۰\to ۳s)} = \tan\alpha_۱ = \frac{x_۰ - x_۱}{۳ - ۰} = \frac{\Delta x}{۳}$$

$$V_{av(۱\to ۴s)} = \tan\alpha_۲ = \frac{x_۰ - x_۱}{۴ - ۱} = \frac{\Delta x}{۳}$$

$$|V_{av(۰\to ۳s)}| = |V_{av(۱\to ۴s)}|$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۱۵ گزینه ۲



سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه‌جایی است.

بنابراین جابه‌جایی هر دو متحرک را در مدت ۱۰ s که متحرک A متوقف شده است، محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta x_A = S_A = \frac{۱۰ \times ۳۰}{۲} = ۱۵۰\,m$$

شیب نمودار سرعت- زمان برابر با شتاب متحرک B است:

$$a_B = -\frac{۴۰}{۱۶} = -\frac{۱۰}{۴}\,m/s^۲$$

$$\Delta x_B = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = \frac{۱}{۲}(-\frac{۱۰}{۴}) \times ۱۰^۲ + ۴۰ \times ۱۰ = ۲۷۵\,m$$

فاصلهٔ دو متحرک B , A $d = ۵۰۰ - (\Delta x_A + \Delta x_B) = ۵۰۰ - (۱۵۰ + ۲۷۵) \Rightarrow d = ۷۵\,m$

دقت شود: اگر علامت منفی را برای شتاب متحرک B در نظر نگیریم، مسافت پیموده شدهٔ این متحرک برابر با ۵۲۵ m به دست می‌آید که تفاضل آن با ۵۰۰ m برابر با ۲۵ m می‌شود و به گزینهٔ (۱) می‌رسیم که اشتباه است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۱۱۶ گزینه ۲

معادلهٔ مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم. چون نمودار مکان - زمان دو متحرک به‌صورت خط راست است، سرعت دو متحرک ثابت است و معادلهٔ مکان - زمان آن‌ها از رابطهٔ $x = vt + x_0$ به دست می‌آید.

$$\begin{cases} v_A = \frac{۵۰۰ - ۴۰۰}{۱۰} = ۱۰\,m/s \\ v_B = \frac{۰ - (-۳۰۰)}{۱۰} = ۳۰\,m/s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = ۱۰t + ۴۰۰ \\ x_B = ۳۰t - ۳۰۰ \end{cases}$$

فاصلهٔ دو متحرک برابر $|x_A - x_B|$ است. پس:

$$|x_A - x_B| = ۶۰۰ \Rightarrow |۱۰t + ۴۰۰ - ۳۰t + ۳۰۰| = ۶۰۰$$
$$\Rightarrow |-۲۰t + ۷۰۰| = ۶۰۰ \Rightarrow \begin{cases} -۲۰t + ۷۰۰ = ۶۰۰ \Rightarrow t_۱ = ۵\,s \\ -۲۰t + ۷۰۰ = -۶۰۰ \Rightarrow t_۲ = ۶۵\,s \end{cases}$$

خواستهٔ سؤال $\frac{t_۲}{t_۱}$ برابر $\frac{۶۵}{۵} = ۱۳$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۱۱۷ گزینه ۴

اگر از معادلهٔ حرکت یک‌بار مشتق بگیریم، معادلهٔ سرعت- زمان متحرک به دست می‌آید:

$$x = \frac{۱}{۳}t^۳ - ۲t^۲ + ۳t$$
$$v = \frac{dx}{dt} = t^۲ - ۴t + ۳$$

ریشه‌های معادلهٔ سرعت- زمان برابر با زمان‌های توقف و تغییر جهت حرکت متحرک است.

$$v = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۴t + ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۱\,s \\ t_۲ = ۳\,s \end{cases}$$

بنابراین متحرک دو بار تغییر جهت داده است.
حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:
گزینهٔ ۱ نادرست: در این بازهٔ زمانی جابه‌جایی صفر نیست. درنتیجه سرعت متوسط هم صفر نمی‌شود.
گزینهٔ ۲ نادرست: کمترین مقدار سرعت صفر است نه $۱\,m/s$.
گزینهٔ ۳ نادرست: چون متحرک توقف داشته، پس حرکت آن هم کندشونده بوده و هم تندشونده.

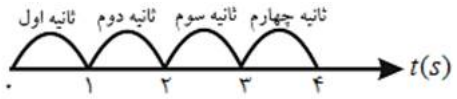
کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۷

۱۱۸ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۲

گام اول

الف) معادلهٔ سرعت متحرک به‌صورت $v = ۲t + ۴$ ← شتاب ثابت، $a = ۲\,\frac{m}{s^۲}$
ب) ثانیهٔ چهارم ← لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۴s$
ج) مسافتی که در ثانیهٔ چهارم طی می کند؟ ← $\Delta x = ?$ ثانیهٔ ۴ام.



گام دوم

با توجه به معادلهٔ $v = ۲t + ۴$، سرعت در لحظه های $t_۱ = ۳s$ و $t_۲ = ۴s$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_۱ = ۳\,s: \; v_۱ = ۲ \times ۳ + ۴ = ۱۰\,m/s \\ t_۲ = ۴\,s: \; v_۲ = ۲ \times ۴ + ۴ = ۱۲\,m/s \end{cases}$$

از طرفی شتاب ثابت است، پس Δx را می توانیم از رابطهٔ $\Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t$ به دست بیاوریم:

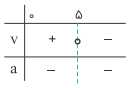
$$\Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t = \frac{۱۰ + ۱۲}{۲} \times ۱ = ۱۱\,m$$

۱۱۹ گزینه ۴

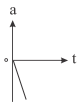
ابتدا از معادلهٔ سرعت مشتق می‌گیریم تا معادلهٔ شتاب به دست آید:

$$v = ۲۰۰ - ۸t^۲ \xrightarrow{a=\frac{dv}{dt}} a = -۱۶t$$

جدول تعیین علامت را برای سرعت و شتاب مشخص می‌کنیم:



درنهایت نمودار شتاب- زمان را رسم می‌کنیم و به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:



۱) بزرگی شتاب در حال افزایش است (مطابق نمودار).

۲) در بازه زمانی ۰ تا ۵s حرکت کندشونده است زیرا : $a < ۰ \ , \ v > ۰ \Rightarrow av < ۰$

۳) شتاب در لحظهٔ $t = ۵s$ تغییر جهت نمی‌دهد (مطابق نمودار).

۴) باتوجه‌به تعیین علامت سرعت، حرکت ابتدا درجهت محور x، سپس در خلاف جهت محور x است.

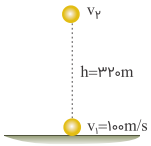
پس گزینهٔ ۴ صحیح است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۱

۱۲۰ گزینه ۳

باتوجه‌به قانون پایستگی انرژی مکانیکی و اینکه مقاومت هوا نداریم؛ (مبدأ پتانسیل را سطح سیاره در نظر می‌گیریم)

$$E_۱ = ۲۵۰۰ = k_۱ + \cancel{U_۱^۰} \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + ۰ = ۲۵۰۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۰/۵)v_۱^۲ = ۲۵۰۰ \Rightarrow v_۱ = ۱۰۰\,m/s$$



حال طبق معادلهٔ سرعت- جابه‌جایی داریم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = -۲g_{سیاره}\Delta h \Rightarrow ۰ - ۱۰۰^۲ = -۲g_{سیاره}(۳۲۰)$$

$$\Rightarrow ۱۰۰ \times ۱۰۰ = ۲g_{سیاره}(۳۲۰) \Rightarrow g_{سیاره} \simeq ۱۵/۶\,m/s^۲$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۵