

فصل چہارم ← معادلات اولیٰ درجہ

$$y = ax + b$$

↙ ↘  
ضرایب

معادلات درجہ اولیٰ ←

نوٹ: منظور از حل معادلات درجہ اولیٰ آویختہ ریشہ  $x$  مقدار  $x$  ←

نوٹ: شرط درجہ اولیٰ ہونے معادلات درجہ اولیٰ ہونے کے لیے  $a \neq 0$  ہونا ضروری ہے۔

نوٹ: اگر  $a = 0$  ہوگا تو معادلات درجہ اولیٰ نہیں رہے گا بلکہ  $a \neq 0$  ہونا ضروری ہے۔

برای حل (درجہ اولیٰ معادلات) ہمیں ترتیباً عمل کرنا پڑے گا۔

$$y = ax + b \xrightarrow{y=0} ax + b = 0 \xrightarrow{-b} ax = -b \xrightarrow{\div a} x = \frac{-b}{a}$$

(1)                      (2)                      (3)

$$y = 2x + 3 \xrightarrow{y=0} 2x + 3 = 0 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{-3}{2} \Rightarrow x = \frac{-3}{2}$$

مثال:  $x = \frac{-3}{2}$

$$y = -x + \frac{1}{3} \Rightarrow -x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow -x = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$y = 1x - 5 \Rightarrow 1x - 5 = 0 \Rightarrow 1x = 5 \Rightarrow \frac{1x}{1} = \frac{5}{1} \Rightarrow x = \frac{5}{1}$$

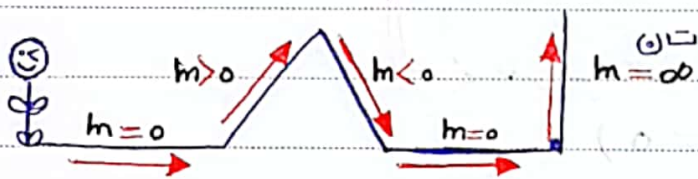
شیب خط  
 $y = mx + h$

ارتفاع از نقطه = عرض انبساط

معادله درجه اول (مناسب برای رسم) ← معادله خط ←

شیب خط:

نکته: ترتیب یادگیری جهت شیب خط ←



توجه: جهت هم از سمت چپ به راست نگاه می‌کنیم.

نکته: عرض از مبدا همیشه بر روی محور yها قرار دارد.

$y = 2x + 3$   
 $x = -\frac{3}{2}$

$m = 2 \rightarrow m > 0$   
 $h = 3 \rightarrow h > 0$

مثال: ارتفاع چهارم  
ردشتر

$y = -x + \frac{1}{3}$   
 $x = \frac{1}{3}$

$m = -1 \rightarrow m < 0$   
 $h = \frac{1}{3} \rightarrow h > 0$

ارتفاع سوم  
ردشتر

$y = 1x - 5$   
 $x = \frac{5}{1}$

$m = 1 \rightarrow m > 0$   
 $h = -5 \rightarrow h < 0$

ارتفاع دوم  
ردشتر

تکته :  $x$  یا ریشه یا جواب سوال ← همان محل برخورد خط با محور  $x$  است (طول از مبدأ)



عرض از مبدأ محور  $x$  ها صفراست



به همین دلیل برای حل معادله و بدست آوردن

ریشه  $x$  را صفر در نظر میگیریم.

+1

-1

تکته : آثار عرض از مبدأ و طول از مبدأ خطرناک بهم برآید ← شیب



$y = ax^2 + bx + c$   
ضرایب

معادله درجه دوم ←

تکته: شرط درجه دوم بودن معادله ← بزرگترین توان  $x$  ← برابر ۲ باشد.

ضریب  $a$  صفر نباشد ←  $a \neq 0$

- ۱- روشن کلی / مبین (آشکار کنند) / دلتا ←
- ۲- روشن های حل معادله ←
- ۳- درجه دوم ←

۱- روشن کلی / مبین (آشکار کنند) / دلتا ←

معادله درجه دوم  $\Rightarrow y = ax^2 + bx + c$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow$

- $\Delta > 0$  → دو ریشه متمایز  $\Rightarrow x_1, x_2 \Rightarrow \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ 
  - $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
  - $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
- $\Delta = 0$  → ریشه مضاعف  $\Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{-b}{2a}$
- $\Delta < 0$  → ریشه حقیقی ندارد  $\Rightarrow \cancel{x}$

بدو دنبال چهار اسپ سفید  $\Delta =$  ←  
تقلب ←  
بدو دنبال چهار اسپ  $\Delta =$  ←

تکته: این روش در تمام حالات باسئله است ولی ← طولانی و کند است.

۲- به کمک اتحادها ←

$$\rightarrow \text{مربع دو جمله} = (x \pm a)^2 = x^2 \pm 2xa + a^2$$

$$\rightarrow \text{مزدوج} = (x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

$$\rightarrow \text{یک جمله مشترک} = (x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + (ab)$$

اتحادها قابل استفاده  
 برای حل معادله درجه دوم

ضرب جمع

۳- تجزیه ←

اتحادها، دست بندی، فاکتورگیری → تجزیه

حل بهترین روش فاکتور

$$2x^2 + 4x = 0 \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} 2x(x+2) = 0$$

$$\rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$\rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x_2 = -2$$

الف

نکته: زمانی که در معادله درجه دوم ضریب C برابر صفر باشد ← بهترین روش حل

فاکتورگیری است

نکته: اگر چند عبارت در هم ضرب شده باشند و جواب برابر ← هر کدام از عبارت ها ممکن است صفر شده باشد

$$A \times B \times \dots = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} A=0 \\ \text{یا} \\ B=0 \end{cases}$$

(ب)  $9x^2 - 25 = 0$  ← اتقان مزدوج →  $(3x+5)(3x-5) = 0$  →  $3x+5=0 \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{3}$   
→  $3x-5=0 \Rightarrow x_2 = \frac{5}{3}$

نکته: در معادله درجه دوم اگر ضریب  $b$  برابر صفر بود،  
از اتحادها استفاده نکنیم.  
دو عبارت مربع کامل داشتند

نکته: در اتحاد مزدوج ← ریشه ها قرینه یکدیگرند.

(ج)  $x^2 + 7x + 12 = 0$  ← اتحاد جمله مشترک →  $(x+3)(x+4) = 0$  →  $x+3=0 \Rightarrow x_1 = -3$   
→  $x+4=0 \Rightarrow x_2 = -4$

نکته: در معادله درجه دوم اگر معادله کامل بود ← می توان از اتحادها کمک گرفت

(د)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$  ← اتحاد مربع →  $(2x-1)^2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

نکته: اگر در معادله درجه دوم ضریب  $c$  و  $a$  مربع کامل بودند ← بهتر است که از اتحاد مربع دو جمله استفاده کنیم



مثل تمرین ۲ به روش ماکسیر

$$\text{الف) } 9x^2 - 14 = 0 \rightarrow 9x^2 = 14 \rightarrow x^2 = \frac{14}{9} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} x = \pm \frac{\sqrt{14}}{3}$$

تکته: در این روش هم را تنها کرده و در آخر از معادله چیز میگیریم.

توجه: دوباره که از معادله چیز میگیریم باید علامت + را قبل از جواب قرار دهیم

زیرا معادله درجه دوم یا یزد و جواب داشته باشد

توجه: عبارت رو به روبرو هم باید مثبت باشد ← در غیر این صورت عبارت تعریف نشده است.

$$\text{ب) } 3x^2 - 1 = 0 \rightarrow 3x^2 = 1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{3}} \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ج) } 4x^2 + 2 = 0 \rightarrow 4x^2 = -2 \rightarrow x^2 = -\frac{2}{4} \Rightarrow \text{غ ق ق}$$

توجه: اگر جواب هم یک عبارت منفی شد ← دیگر ادامه نبرده میم و می نویسیم

غیر قابل قبول (غ ق ق)

$$\text{د) } (3x-1)^2 = 16 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 3x-1 = \pm 4 \begin{cases} 3x-1=4 \rightarrow 3x=5 \rightarrow x=\frac{5}{3} \\ 3x-1=-4 \rightarrow 3x=-3 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

حل تمرین: روش مربع کامل کردن

مرحله اول:  $x^2 + 3x - 4 = 0$  →  $x^2 + 3x = 4$  (اضافه کردن عبارت  $(\frac{b}{2})^2$  به دو طرف معادله) →  $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 4 + \frac{9}{4}$

مرحله دوم:  $(x + \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4}$  →  $x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$  →  $x + \frac{3}{2} = \pm \frac{5}{2}$  →  $x_1 = 1$  و  $x_2 = -4$

نکته: استفاده از این روش باید ضریب  $a$  برابر 1 باشد.  
باید ضریب  $c$  رو به رو عبارت باشد.

جواب:  $2x^2 + 5x + 1 = 0$

مرحله اول:  $x^2 + \frac{5}{2}x = -\frac{1}{2}$

مرحله دوم:  $(\frac{b}{2})^2 = (\frac{5/2}{2})^2 = (\frac{5}{4})^2 = \frac{25}{16}$

مرحله سوم:  $x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = -\frac{1}{2} + \frac{25}{16}$

مرحله چهارم:  $(x + \frac{5}{4})^2 = \frac{17}{16}$  →  $x + \frac{5}{4} = \pm \sqrt{\frac{17}{16}}$  →  $x_1 = \frac{\sqrt{17}-5}{4}$  و  $x_2 = \frac{-\sqrt{17}-5}{4}$

مثبت باشد ← معادله دو جواب متضامین دارد.  
صفر باشد ← معادله دو جواب یکسان دارد (ریشه مضاعف).  
منفی باشد ← معادله جواب حقیقی ندارد.  
نکته: اگر بعد از ساختن مربع کامل، عددی که در طرف دیگر است، عدد نامربع باشد.



حل تعیین:

۱- یک از ریشه های معادله  $x^2 - mx + 3m - 3 = 0$  برابر ۲ است. ریشه دیگر کدام است؟

$$x = 2 \text{ ریشه در معادله صدق کند} \rightarrow x^2 - mx + 3m - 3 = 0 \rightarrow 4 - 2m + 3m - 3 = 0 \rightarrow 1 + m = 0 \rightarrow m = -1$$

$$m = -1 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 3) = 0$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \qquad \downarrow \\ x = 2 \qquad x = -3 \end{array}$$

۲- اگر معادله  $(m+2)x^2 - 2mx - 1 - m = 0$  ریشه مضاعف باشد، این ریشه کدام است؟

$$\text{استاندارد کردیم} \rightarrow \frac{(m+2)x^2}{a} - \frac{2mx}{b} - \frac{1+m}{c} = 0$$

$$\text{ریشه مضاعف} \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(m+2)(m-1) = 0$$

$$\Downarrow \\ 4m^2 - 4m^2 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow 4m = 4$$

$$m = 2$$

$$m = 2 \rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-(-4)}{2 \cdot 4} = x = \frac{1}{2}$$

نکات تیسرے:  $\Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$  معادله درج دوم

① اگر مجموع ظرایب صفر شود  $\Rightarrow a + b + c = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

② اگر مجموع اول و آخر برابر وسط شود  $\Rightarrow a + c = b \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} \end{cases}$

کل تیسرے:   
1)  $\frac{\sqrt{3}x^2}{a} - \frac{(\sqrt{3}+2)x}{b} + \frac{2}{c} = 0 \Rightarrow a+b+c=0 \rightarrow \sqrt{3}x^2 - (\sqrt{3}+2)x + 2 = 0$    
  $\rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$

2)  $\frac{2x^2}{a} - \frac{14x}{b} + \frac{14}{c} = 0 \Rightarrow a+b+c=0 \rightarrow 2x^2 - 14x + 14 = 0$    
  $\rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{14}{2} = 7 \end{cases}$

3)  $\frac{v x^2}{a} + \frac{5x}{b} - \frac{2}{c} = 0 \Rightarrow a+c=b \rightarrow vx^2 + 5x - 2 = 0$    
  $\rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{2}{v} \end{cases}$

معادله درجه دوم  $\Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$  نکات تستر:

جمع ریشه‌ها  $\Rightarrow S = x_1 + x_2 \Rightarrow \frac{-b}{a}$  تقلیر: اِسَر با قَرَبِیا

ضرب ریشه‌ها  $\Rightarrow P = x_1 \cdot x_2 \Rightarrow \frac{c}{a}$  تقلیر: بِدِرا مِسیا

تفاضل ریشه‌ها  $\Rightarrow d = |x_1 - x_2| \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

حل تسترین: بدست آوردن تعداد و علامت ریشه‌ها بدون حل کردن

الف)  $x^2 - 4x + 1 = 0$

تعداد ریشه‌ها  $\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 16 - 4(1)(1) = 12 > 0 \Rightarrow$  دارد دو ریشه است

علامت ریشه‌ها  $\Rightarrow$  ضرب  $P = \frac{c}{a} = \frac{1}{1} = 1 > 0$  هم‌علامت است  $\Rightarrow$  جمع  $S = \frac{-b}{a} = \frac{4}{1} = 4 > 0$  هر دو مثبت هستند

ب)  $3x^2 + x - 51 = 0$

تعداد ریشه‌ها  $\Rightarrow \Delta = 1^2 - 4(3)(-51) = 613 > 0 \Rightarrow$  دارد دو ریشه است

علامت ریشه‌ها  $\Rightarrow$  ضرب  $P = \frac{-51}{3} < 0$  مختلف‌العلامه  $\Rightarrow S = \frac{-1}{3} < 0$   $\Rightarrow |x_1| > |x_2|$   $\begin{matrix} x_1 < 0 \\ x_2 > 0 \end{matrix}$

نکته: هر زمان که ضرب  $c$  و  $a$  مختلف‌العلامه باشد  $\leftarrow$  دلتا حتما مثبت خواهد بود  $\Delta > 0$



$$1) 4x^2 - 20x + 25 = 0$$

$$\Delta = (20)^2 - 4(4)(25) = 400 - 400 = 0 \Rightarrow \Delta = 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

$$2) 9x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$\Delta = (12)^2 - 4(9)(4) = 144 - 144 = 0 \Rightarrow \Delta = 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-12}{18}$$

مشتب شود ← هر دو ریشه هم علامت هستند

نکته: جمع بزرگتر از ضرب دوریشه (P)

منفی شود ← دوریشه مختلف علامت هستند

مشتب شود ← هر دو ریشه مثبت هستند

نکته: اگر ضرب دوریشه مثبت شود ← و جمع دوریشه (S)

منفی شود ← هر دو ریشه منفی هستند

مشتب شود ← مقدار  $x_1$  بیشتر از  $x_2$

مقدار  $x_2$  است

نکته: اگر ضرب دوریشه ← و جمع دوریشه (S)

منفی شود ← مقدار  $x_1$  بیشتر از  $x_2$

مقدار  $x_2$  است

منفی شود

ریشه‌ها مختلف علامت هستند

$+ \leftarrow x_1 > 0$   
 $- \leftarrow x_2 < 0$

$$\text{معادله درجه دوم} \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$$

کتابت تشریح:

$$\text{ریشه ها} \rightarrow x_1, x_2$$

$$\text{مجموع مربعات ریشه ها} = x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$$

$$\text{مجموع مکعبات ریشه ها} = x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3PS$$

مثال:

$$3x^2 - x - 2 = 0$$

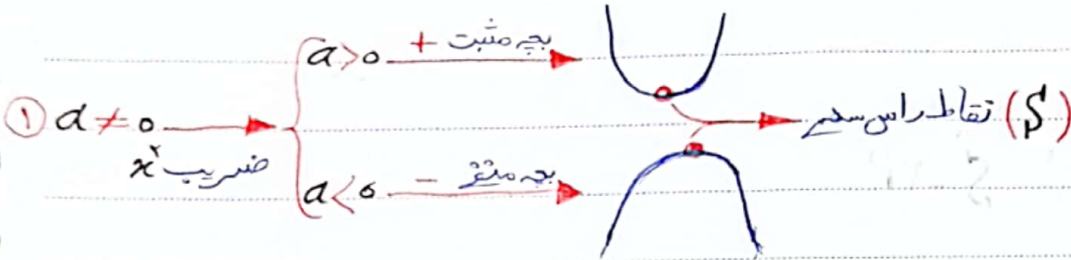
$$\text{مجموع مربعات ریشه ها} = ? \Rightarrow S^2 - 2P \Rightarrow \frac{1}{9} + 2 = \frac{19}{9}$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow S^2 = \frac{1}{9}$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{3} = -1 \Rightarrow -2P = (-2)(-1) = 2$$

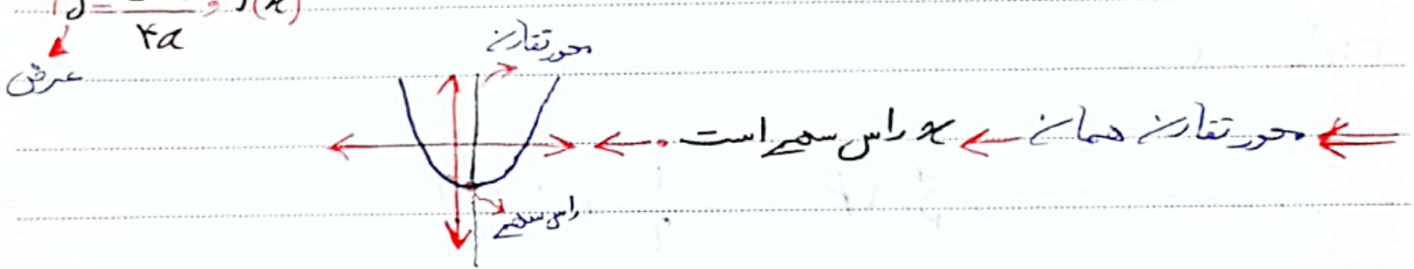
$$y = \underline{a}x^2 + \underline{b}x + \underline{c}$$

رابطه معادله درجه دوم (روشن کن)



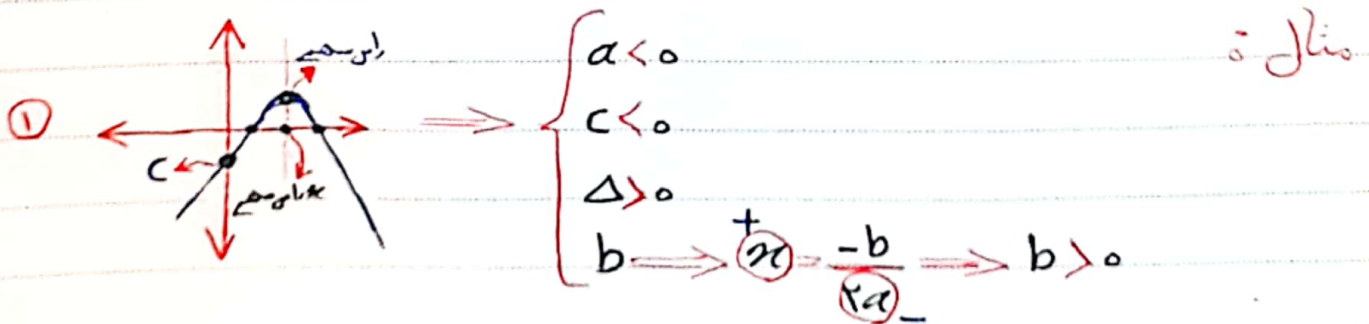
نقطه رأس سهمی ← همان محل تقارن سهمی ← مختصات نقطه رأس سهمی

$x = \frac{-b}{2a}$  ←  $x$  در  $f(x)$   
 $y = \frac{-\Delta}{4a}$  ←  $y$  در  $f(x)$



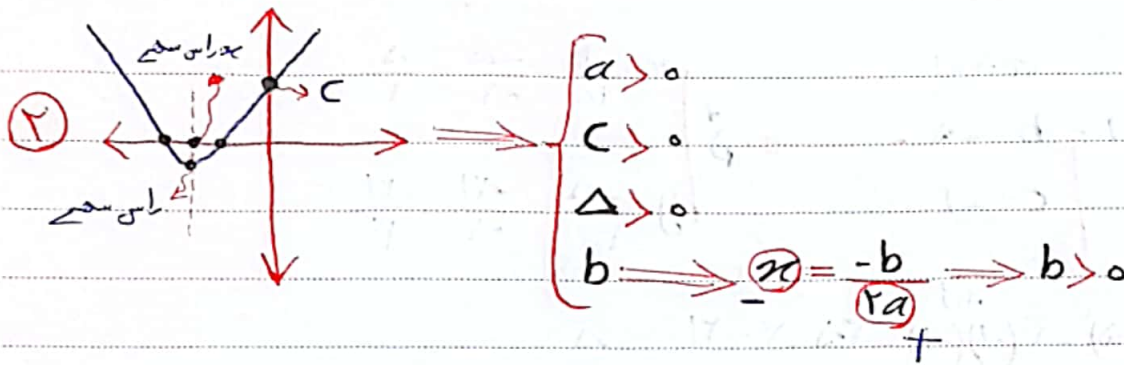
②  $b =$  ضریب  $x$  نوع محاسبه  $x = \frac{-b}{2a}$

③  $c =$  ضریب ثابت / عدد تنها → محور  $y$  ها



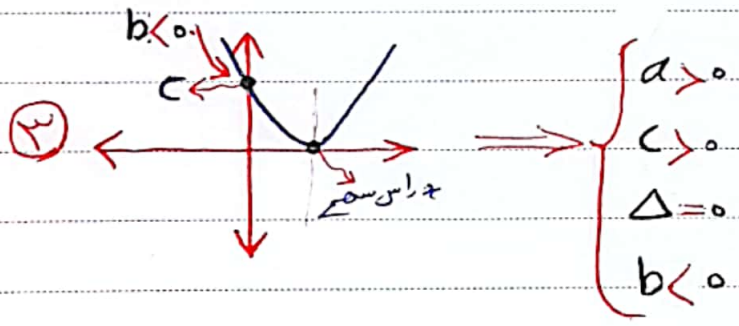
تکته روش تشریح بدست آمدن علامت  $b$  ← برآورد آمدن علامت  $b$  تاکنون علامت  $x$  رأس سهمی



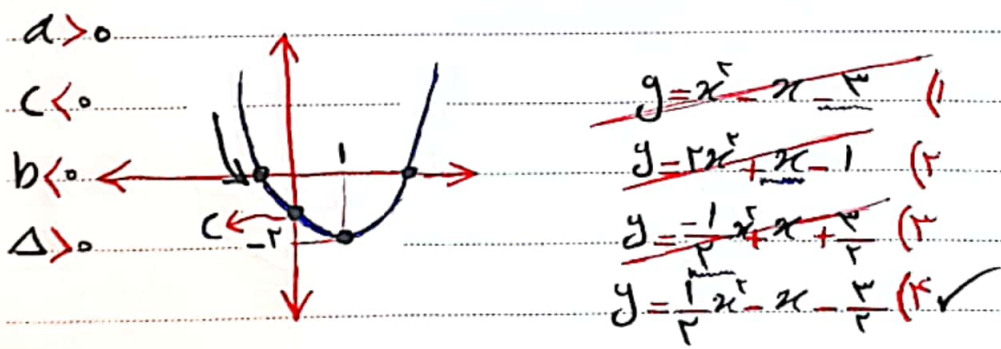


نکتہ: روش تیسرے دست آورنے علامت  $b$  (طبق شیخ نقطہ)  $\leftarrow$  ب  $c$  نناہ کن  $\leftarrow$  از چپ بہ راست  
بہش نیز دیکھو

$\searrow = b > 0$  /  $\swarrow = b < 0$



تمرین تیسرے:

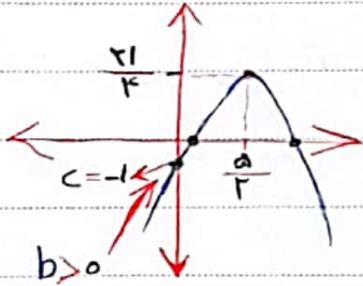


Subject:

Date

$$y = -x^2 + 2x - 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} a = -1 \\ b = +2 \\ c = -1 \end{array} \right. \rightarrow \delta \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{-2} = 1 \\ y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4} \end{array} \right. \quad \text{تعمیرین تشریحی}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(-1)(-1) = 4 - 4 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \rightarrow \text{دو ریشه}$$

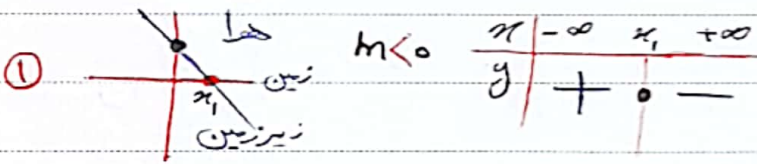


$$y = ax + b$$

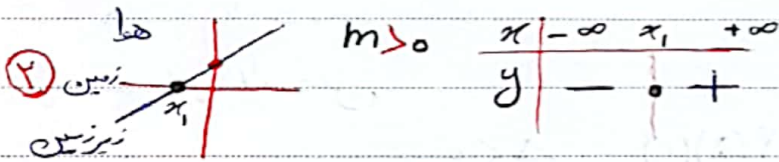
تعیین علامت معادله درجه یک ←

$$y = 0 \rightarrow ax + b = 0 \rightarrow x = \frac{-b}{a} \text{ (ریشه)}$$

جدول تعیین علامت	$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$	راسم بزرگ ← علامت راسم کوچک ← علامت مخالف قیامت به دست	
	$y$		مخالف علامت $a$	موافق علامت $a$		
	$p$					

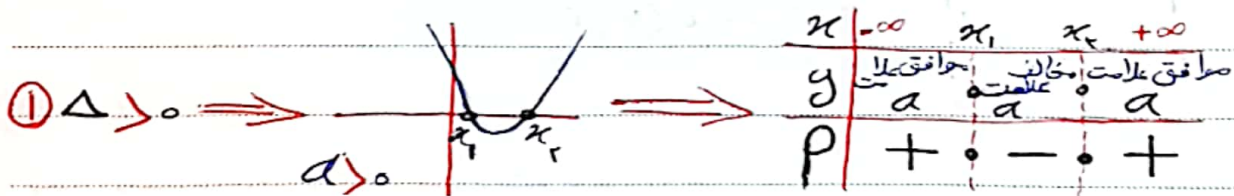


مثال:

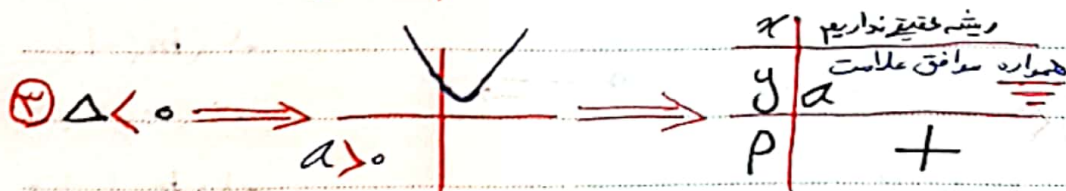
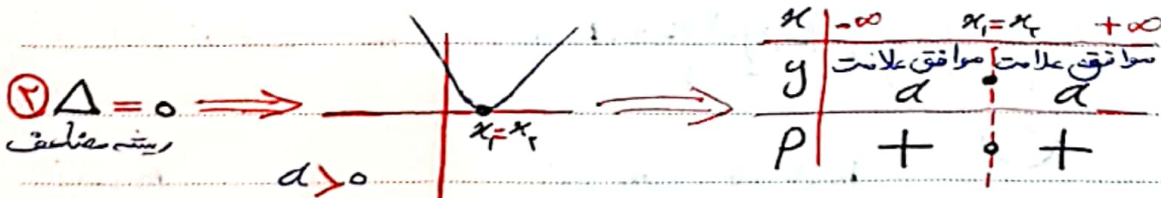


$$y = ax^2 + bx + c$$

تعیین علامت معادله درجه دوم ←



تقلب: بین میله‌ها مخالف ← از هر طرف خارج از ریشه‌ها بشیر ← موافق





مثال: نامعادله را در دو طرف علامت کنید:

$$f(x) = x^2 + 5x + 4 \geq 0$$

مرکب اول  $\Rightarrow$   $(x+2)(x+3) = 0$   $\Rightarrow$   $x = -2$   
 $x = -3$

مرکب دوم  $\Rightarrow$  تعیین علامت  $\Rightarrow$

$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$+\infty$
$y$	$+$	$0$	$-$	$0$
$p$	$+$	$0$	$-$	$+$

تقریب:

$$\frac{5x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} < 0$$

توجه: هر زمان علامت نامعادله دیدید

بصورت تعیین علامت کن

①  $x(5x^2 - 3x + 2)$   $\Rightarrow \Delta = 9 - 4(5)(2) \Rightarrow \Delta < 0$   
 $(x^2 - 1)$   $\Rightarrow x = 2$

همواره منفی داریم  $\Rightarrow$  ریشه خنجر نداریم

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$y$	$+$	$-$	$+$	
$p$	$+$	$-$	$+$	

$\Rightarrow 0 < x < 2$

یادآور: ریشه ها خارج تعریف نشده هستند.

② به اندازه کدام مقدار  $m$  نمودار تابع  $y = \frac{(m+2)x^2 - 2mx + 1}{a}$  همواره در بالای محور  $x$  ها قرار دارد.

$\Delta < 0$   
 $a > 0$   $\Rightarrow m > -2$  ①  $m > -2$  ①

$\Delta = (-2m)^2 - 4(m+2)(1) < 0$   $\Rightarrow 4m^2 - 4m - 8 < 0$   
 $\Delta = \frac{4m^2 - 4m - 8}{4} < 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 < 0$

اشتراک ① ②  $\Rightarrow$

PAPCO  $(m+1)(m-2) < 0 \Rightarrow$

$x$	$-1$	$2$
$y$	$+$	$-$
$p$	$+$	$-$

$\Rightarrow -1 < m < 2$  ①

نکتہ: اگر  $a > 0$  ہو اور  $\Delta < 0$  ہو تو ریشے حقیقی نہیں ہوتے (نریش این میسٹری)

نکتہ: اگر  $a > 0$  ہو اور  $\Delta > 0$  ہو تو ریشے حقیقی ہوں گے اور  $x_1 < x_2$  ہوگا۔

نکتہ: اگر  $a < 0$  ہو اور  $\Delta < 0$  ہو تو ریشے حقیقی نہیں ہوتے۔

نکتہ: در مسائل چند قسمیہ باید بین جوابات 4 قسمت اشتراک گرفت۔

$$y = \frac{x^2 - 4x - 12}{3x - x^2} = \frac{(x-6)(x+2)}{x(3-x)}$$

$x = 6$   
 $x = -2$   
 $x = 3$   
 $x = 0$

نکتہ: جب ریشہ  $x = 0$  ہو تو از زوج و مادر  
مدر مطلق باشد ← ریشے زوج سے توہیم

نکتہ: جب باقی ریشہ  $x = 0$  ہو تو ریشے فرد سے توہیم۔

نکتہ: اگر در تعیین علامت به ریشہ فرد خود دیم ← علامت قرینہ سے شود۔

← زوج خود دیم ← علامت تغیر سے نہ کند

نکتہ: اگر بدست آمدن علامت اولیہ ← ابتدا یک عدد دلخواہ خارج از ریشہ ہا را بہ  $x$  ہا قرار دے دیں  
و علامت اولیہ را بدست آوریں۔

تعیین علامت	$x$	$-4$	$-2$	$0$	$3$	$6$	$+\infty$
		-	+	-	+	-	





نکته: نامعادله که در خروج فقط عدد داره و از متغیر فیک نیست ← به روش ساده حل می‌شوند

نکته: اگر نامعادله در خروج متغیر داشت باید آن نامعادله را به روش تعیین علامت حل کنیم.

حل تعیین:

چگونه جواب را حاصل کردیم است؟

$$\frac{1}{2x-1} < \frac{2}{3x+2}$$

یک طرف را برابر صفر می‌کشیم

$$\frac{1}{2x-1} - \frac{2}{3x+2} < 0$$

مخرج مشترک

$$\frac{3x+2 - 4x+2}{(2x-1)(3x+2)} < 0$$

$$\frac{-x+4}{(2x-1)(3x+2)} < 0$$

$x = 4$   
 $x = \frac{1}{2}$   
 $x = -\frac{2}{3}$

تعیین علامت

$x$  |  $-\infty$  |  $-\frac{2}{3}$  |  $\frac{1}{2}$  |  $4$  |  $+\infty$

$y$  |  $+$  |  $-$  |  $+$  |  $-$

$[4, +\infty)$  (1)  
 $(-\infty, -\frac{2}{3}]$  (2)  
 $(-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}) \cup [4, +\infty)$  (3) ✓  
 $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (\frac{1}{2}, 4]$  (4)

بنا بر کدام مقدار  $m$  نمودار متغیر زیر همواره در زیر محور  $x$  است؟

$$y = \frac{(m-1)x^2 + \sqrt{3}x + m}{a}$$

$a < 0$   
 $\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0$

$m < -\frac{1}{\sqrt{3}}$  (1)  
 $-\frac{1}{\sqrt{3}} < m < 1$  (2)  
 $1 < m < \frac{3}{\sqrt{3}}$  (3)  
 $m < \frac{3}{\sqrt{3}}$  (4)

$a < 0 \Rightarrow m-1 < 0 \Rightarrow m < 1$

$\Delta < 0 \Rightarrow (\sqrt{3})^2 - 4(m-1)(m) < 0 \Rightarrow 3 - 4m^2 + 4m < 0 \xrightarrow{x-1} 4m^2 - 4m - 2 > 0$

$\Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4(4)(-2) = 96$

دو ریشه دارد

$m_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow m_1 = \frac{5}{4}$

$m_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow m_2 = \frac{3}{4}$

$\sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

PQPCO

تعیین علامت

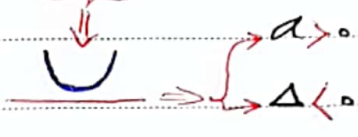
$x$  |  $-\frac{3}{4}$  |  $\frac{5}{4}$

$y$  |  $+$  |  $-$  |  $+$

اشتراک

$x$  |  $-\frac{3}{4}$  |  $\frac{5}{4}$

۵) بدانکه چه مقدار  $m$  نامعادله زیر همواره برقرار است؟



$$\frac{m^2 x^2 + 4x + 1}{x} > 0$$

$$a > 0 \Rightarrow m^2 > 0 \Rightarrow m^2 \neq 0$$

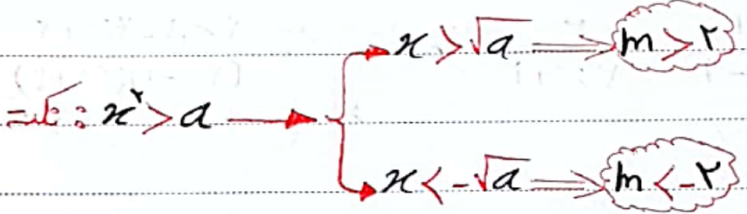
$$m \in \mathbb{R} - \{0\} \quad (1)$$

$$-2 < m < 2 \quad (2)$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow 16 - 4(m^2)(1) < 0 \Rightarrow \frac{16}{4} < \frac{4m^2}{4} \Rightarrow m^2 > 4$$

$$m < -2 \vee m > 2 \quad (3)$$

$$m < -2 \quad (4)$$



نکته:  $x^2 > 0$

۶) مجموعه جواب نامعادله زیر رو بگو کدام است؟

$$\frac{x-1}{x+1} > 2x \Rightarrow \frac{x-1}{x+1} - \frac{2x}{1} > 0 \Rightarrow \frac{x-1-2x^2-2x}{(x+1)} > 0 \quad x < -1 \quad (1)$$

$$x > -1 \quad (2)$$

$$\Delta = 1 - 4(-2)(-1) \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{همواره منفی}$$

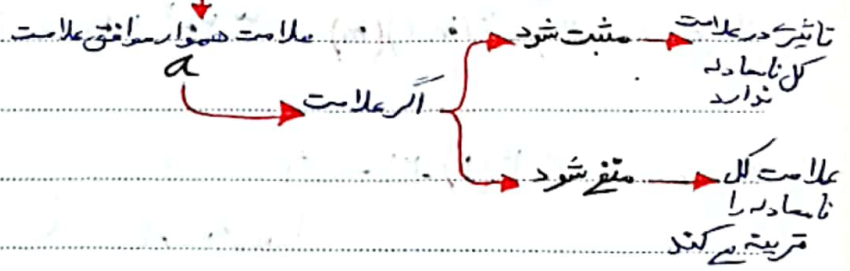
$$-1 < x < 1 \quad (3)$$

$$-2 < x < 1 \quad (4)$$

$$\frac{-2x^2 - x - 1}{(x+1)} > 0$$

$x = -1$

نکته: هر زمان که  $\Delta < 0$  شود ← ریشه حقیقی نداریم



$x$	$-1$
$Q$	$+$
$P$	$+$

$\Rightarrow x < -1$