۹۹/۱/۲۰

فصل ششم یازدهم: حد

★ مفهوم حد:

$f(x) = x + 2$

با نزدیک شدن x به 1، $f(x)$ به 3 نزدیک می‌شود.

$\underbrace{\text{با نزدیک شدن } x \text{ به } 1}_{\text{« } x \text{ به } 1 \text{ میل کند »}}$

حد چپ → | ← حد راست

x	۰/۹	۰/۹۹	۰/۹۹۹	۱/۰۰۱	۱/۰۱	۱/۱
$f(x)$	۲/۹	۲/۹۹	۲/۹۹۹	۳/۰۰۱	۳/۰۱	۳/۱

$$\lim_{x \to 1} f(x) = 3$$

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & x \neq 1 \\ 5 & x = 1 \end{cases}$$

x	۰/۹۹	۰/۹۹۹	۱/۰۰۱	۱/۰۱
$f(x)$	۲/۹۹	۲/۹۹۹	۳/۰۰۱	۳/۰۱

$$\lim_{x \to 1} f(x) = 3$$

نکته ۱: حد تابع در یک نقطه ربطی به مقدار تابع در آن نقطه ندارد.

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$$

x	۰/۹۹	۰/۹۹۹	۱/۰۰۱	۱/۰۱
$f(x)$	۱/۹۸	۱/۹۹۸	۳/۰۰۱	۳/۰۱

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 3$ حد راست

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 2$ حد چپ

$\longrightarrow \lim_{x \to 1} f(x)$: وجود ندارد

نتیجه: شرط لازم برای اینکه تابع در نقطه‌ای حد داشته باشد

این است که حد راست و چپ موجود و برابر باشند.

۹۹/۱/۲۱

★ قضایای حد: ۱) تابع ثابت: حد این تابع در هر نقطه برابر همان مقدار ثابت است. $\lim_{x\to a} K = K$

۲) تابع همانی: $\lim_{x\to a} x = a$

۳) حد مجموع: اگر دو تابع f و g در a حد داشته باشند؛ $\lim_{x\to a} f(x) = L_1$, $\lim_{x\to a} g(x) = L_2$

$$\lim_{x\to a} (f+g)(x) = L_1 + L_2$$

۴) حد تفاضل: $\lim_{x\to a} (f-g)(x) = L_1 - L_2$

۵) حد حاصلضرب: $\lim_{x\to a} (f.g)(x) = L_1 . L_2$

۶) حد تقسیم: $\lim_{x\to a} \frac{f}{g}(x) = \frac{L_1}{L_2} \quad (L_2 \neq 0)$

○ اگر $f(x) = ۳x+۲$ و $g(x) = x$ همانی باشند حاصل ضرب حدهای دو تابع در نقطه‌ی $x=۲$ را بیابید.

$\lim_{x\to ۲} g(x) = ۲$, $\lim_{x\to ۲} (۳x+۲) = \lim_{x\to ۲} ۳x + \lim_{x\to ۲} ۲ = \lim_{x\to ۲} ۳ . \lim_{x\to ۲} x + \lim_{x\to ۲} ۲ =$ (ثابت، همانی، ثابت)

$۳\times۲+۲ = ۸ \Rightarrow \lim_{x\to ۲} f.g(x) = ۸\times۲ = ۱۶$

■ نتایج حد حاصلضرب: $\lim_{x\to a} f(x) = L$ اگر:

۱) $\lim_{x\to a} (c.f(x)) = c.L$ (عدد ثابت) , ۲) $\lim_{x\to a} (f(x))^n = L^n$

مثال) $\lim_{x\to ۳} ۲x^۵ = ۲\times \lim_{x\to ۳} x^۵ = ۲\times ۳^۵ = ۴۸۶$ (همانی)

نکته: اگر $f(x)$ تابعی چندجمله‌ای باشد آنگاه حد تابع در هر نقطه برابر مقدار تابع در آن نقطه است؛

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

• حد تابع $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x + 1}{3x - 1}$ را در نقطه‌ی $x = -3$ حساب کنید.

$$\lim_{x \to -3} \frac{x^3 + 2x + 1}{3x - 1} = \frac{\lim\limits_{x \to -3} (x^3 + 2x + 1)}{\lim\limits_{x \to -3} (3x - 1)} = \frac{(-3)^3 + 2(-3) + 1}{3(-3) - 1} = 3{,}2 = f(-3)$$

نتیجه ۱ اگر $f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ تابعی گویا باشد، آنگاه حد تابع در هر نقطه برابر مقدار تابع در آن نقطه است:

چندجمله‌ای $P(x)$, $Q(x)$

$$\lim_{x \to a} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(a)}{Q(a)} \quad «Q(a) \neq 0»$$

۹۹,٤,۱۸ * جمع بندی حد و پیوستگی کنکور (+ مشتق گیری) : «۴ یازدهم + ۳ دوازدهم»

■ روابط مشتق گیری:

۱_ $c' = 0$ عدد ثابت

۲_ $(kx)' = k \longrightarrow x' = 1$

۳_ $(kx^n)' = knx^{n-1} \longrightarrow (x^3)' = 3x^2$

۴_ $(k\bigcirc^n)' = kn\bigcirc^{n-1} \times \bigcirc'$ بسط

۵_ $(\Delta \pm \square)' = \Delta' \pm \square'$

۶_ $(\Delta \times \square)' = \Delta'\square + \square'\Delta$

۷_ $\left(\dfrac{\Delta}{\square}\right)' = \dfrac{\Delta'\square - \square'\Delta}{\square^2}$ یا $\left(\dfrac{\alpha}{f}\right)' = -\alpha\dfrac{f'}{f^2}$

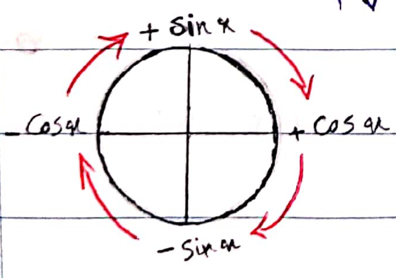
۸_ $\left(\dfrac{1}{f}\right)' = -\dfrac{1}{f^2}$ «$f \neq 0$» $= \ln x$

۹_ $f''(x) = (f'(x))'$ مشتق دوم تابع

۱۰_ $(\sqrt[n]{\bigcirc^m})' = (\bigcirc^{\frac{m}{n}})' = \dfrac{m}{n}\bigcirc^{\frac{m}{n}-1} \times \bigcirc' \longrightarrow (\sqrt{\bigcirc})' = \dfrac{\bigcirc'}{2\sqrt{\bigcirc}}$

$\hookrightarrow (\sqrt[3]{x})' = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

مشتق : ساعتگرد , انتگرال : پادساعتگرد



۱۱_ $(\sin x)' = \cos x$ ۱۲_ $(\cos x)' = -\sin x$

۱۳_ $(\sin\bigcirc)' = \cos\bigcirc \times \bigcirc'$

۱۴_ $(\cos\bigcirc)' = -\sin\bigcirc \times \bigcirc'$

۱۵_ $(\tan x)' = \sec^2 x = 1 + \tan^2 x$ ۱۶_ $(\tan\bigcirc)' = (1 + \tan^2\bigcirc) \times \bigcirc'$

۱۷_ $(\cot x)' = -\csc^2 x = -(1 + \cot^2 x)$ ۱۸_ $(\cot\bigcirc)' = -\bigcirc'(1 + \cot^2\bigcirc)$

۱۹_ $fog'(x) = f'(g(x))\,g'(x) \longrightarrow f(\bigcirc)' = f'(\bigcirc) \times \bigcirc'$

۲۰_ $|u|' = \dfrac{u'.u}{|u|}$

۲۱_ $\ln(x)' = \dfrac{1}{x}$ ۲۲_ $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln(a)}$ ۲۳_ $(e^x)' = e^x$

$* \log_e x = \ln x$ → Natural logarithm

$e \approx 2.718$ نپر

۲٤_ $f'\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right) = \dfrac{ad-cb}{(cx+d)^2}$

رفع ابهام $\dfrac{0}{0}$:

۱) ساده سازی: «اتحادها + تقسیم هورنر»

۲) هوپیتال: اگر زیر رادیکال ۰ ← Hop ممنوع

$\lim_{x\to f} \dfrac{a}{b} = \dfrac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x\to f}\left[\dfrac{a'}{b'}\right]$ $\times\left(\dfrac{a}{b}\right)'$ نه $\times$

۳) هم ارزی:

۱_ برنولی: $\lim_{x\to a}(1\pm O)^n \sim 1\pm nO$ بسته و شونده

۲_ پرتوان: $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots + 1 \xrightarrow{x\to\infty} ax^n$

۳_ کم توان: $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots + 1 \xrightarrow{x\to 0} 1$

۴_ مثلثاتی: $\sin^n O \sim O^n$, $\tan^n O \sim O^n$, $\cos^n O \sim 1 - n\dfrac{O^2}{2}$ $(O\to 0)$

$\cot^n O \sim \dfrac{1}{O^n}$

نکته ا: $2x^2 + 5x + 2 = x^2 + 5x + 4 = (2x+1)(x+\cancel{4}_{2}) = (2x+1)(x+2)$ قابل تقسیم

$-5x - 10 = -5(\cancel{x+2})$

$\lim_{x\to -2}\left(\dfrac{3}{2x^2+5x+2} - \dfrac{4}{x^2-4}\right) \overset{(\infty-\infty)}{=} \lim_{x\to -2}\left(\dfrac{3x-6-8x-4}{(\cancel{x+2})(x-2)(2x+1)}\right) = \dfrac{-5}{12}$

$(2x+1)(x+2)$ $(x+2)(x-2)$

$\lim_{x\to+\infty} \dfrac{2x+1}{x^2+\sqrt{x-2}} = \dfrac{2x}{x^2} = \dfrac{2}{x}_{x\to\infty} = 0$, $\lim_{x\to 0}\dfrac{x^2+4x}{x^2-2x} = \dfrac{4x}{-2x} = -2$

$\lim_{x\to 1}\dfrac{x^6-1}{x^4-1} \overset{0}{\underset{0}{=}} \lim_{x\to 1}\dfrac{(\cancel{x^2-1})(x^4+x^2+1)}{(x^2+1)(\cancel{x^2-1})} = \dfrac{3}{2}$ یا $\overset{HOP}{} \dfrac{6x^5}{4x^3} = \dfrac{3}{2}$

$\lim_{x\to 2}\dfrac{3x^3-5x^2+4x-12}{x^2-4} = \lim_{x\to 2}\dfrac{(\cancel{x-2})(3x^2+x+6)}{(x+2)(\cancel{x-2})} = \dfrac{20}{4} = 5$

②	۳	-۵	۴	-۱۲
	۳	۱	۶	۰

Hop $\lim_{x\to 2}\dfrac{9x^2-10x+4}{2x} = \dfrac{20}{4} = 5$

ERAM

$$\lim_{x\to 8}\frac{2-\sqrt[3]{x}}{x-\sqrt{8x}}\cdot\frac{x+\sqrt{8x}}{x+\sqrt{8x}}\cdot\frac{4+2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}}{4+2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2}}=\lim_{x\to 8}\frac{\overbrace{(8-x)}^{-(x-8)}(x+\sqrt{8x})}{\underbrace{(x^2-8x)}_{x(x-8)}(4+2\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})}=\frac{-16}{8(12)}=-\frac{1}{6}$$

$$\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to 8}\frac{-\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{1-\frac{8}{2\sqrt{8x}}}=\frac{-\frac{1}{12}}{\frac{1}{2}}=-\frac{1}{6}$$

عامل ابهام: $(x+1)$

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^2-6x-7}{2x^2-3x-5}=\lim_{x\to -1}\frac{(x-7)\cancel{(x+1)}}{(2x-5)\cancel{(x+1)}}=\frac{-8}{-7}=\frac{8}{7}$$ یا $$\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to -1}\frac{2x-6}{4x-3}=\frac{-8}{-7}=\frac{8}{7}$$

$$x^2-3x-10=(2x-5)(x+\tfrac{2}{2})$$

(۹۰) $$\lim_{x\to 2^-}\frac{|x^2-x-2|}{2x-\sqrt{x^2+12}}=\frac{|(x-2)(x+1)|}{2x-\sqrt{x^2+12}}=\frac{-(x^2-x-2)}{2x-\sqrt{x^2+12}}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to 2}\frac{-(2x-1)}{2-\frac{2x}{2\sqrt{x^2+12}}}=-2$$

ذاتاً $-$ ، (2^-) ، -3 ، $\frac{3}{2}$

(خارج ۹۷) $$\lim_{x\to -1}\frac{2x^2+5x+3}{2-\sqrt{2+\sqrt{3-x}}}\ \frac{0}{0}\ \xrightarrow{HOP}\lim_{x\to -1}\frac{4x+5}{-\frac{\frac{-1}{2\sqrt{3-x}}}{2\sqrt{2+\sqrt{3-x}}}}=\frac{1}{-\frac{-\frac{1}{4}}{4}}=16$$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-1}}\ \cancel{HOP}\ \text{ممنوع}=\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{(x+1)(x-1)}}=\lim_{x\to 1^+}\frac{\cancel{\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+1}\,\cancel{\sqrt{x-1}}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 135=\tan(90+45)=-\cot 45=-1$$

$$\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{\tan^2x-1}{\cos 2x}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to\frac{3\pi}{4}}\frac{2\overbrace{\tan x}^{-2}(1+\overbrace{\tan^2x}^{2})}{-\underbrace{\sin 2x}_{+1}\times 2}=-2$$

270

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+2x)^2-(1+3x)^3}{x}\ \overset{\text{برنولی}}{\sim}\ \frac{1+4x-(1+9x)}{x}=\frac{-5x}{x}=-5$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sin^2\pi x}{1+\cos\pi x}\xrightarrow{HOP}\lim_{x\to 1}\frac{2\cancel{\sin\pi x}\times\cancel{\pi}\times\cos\pi x}{-\cancel{\sin\pi x}\times\cancel{\pi}}=\frac{2\overbrace{\cos\pi}^{-1}}{-1}=2$$ «خارج ۹۸»

$$\sin^2\pi x=1-\cos^2\pi x=(1+\cos\pi x)(1-\cos\pi x)$$

تشریحی $$\lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(1+\cos\pi x)}(1-\cos\pi x)}{\cancel{1+\cos\pi x}}=2$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2+2(x-1)^3}{(x-1)^2-(x-1)^3}=\frac{t^2+2t^3}{t^2-t^3}=\lim_{t\to 0}\frac{\cancel{t^2}(1+2t)}{\cancel{t^2}(1-t)}=\frac{1}{1}=1$$

$t=x-1\ ,\ t\to 0$

$$\cos(x) \sim 1-\boxed{\tfrac{1}{2}}\frac{x^2}{2} = 1-\frac{x^2}{4}, \quad x \to 0$$

سنگین پس هم‌ارزی Hop

«قلم‌چی ۹۸ - خارج ۸۴»

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\cos x}}{\tan^2 x} \sim \frac{1-(1-\frac{x^2}{4})}{x^2} = \frac{\frac{x^2}{4}}{\frac{x^2}{1}} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{4})^+}\frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{\cos^2 x-\sin^2 x} = \frac{|\cos x - \sin x|}{(\cos x+\sin x)(\cos x-\sin x)} = \frac{-\cancel{(\cos x-\sin x)}}{(\cos x+\sin x)\cancel{(\cos x-\sin x)}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1-\cos 2x = 1-2\sin x\cos x = (\cos x - \sin x)^2$$

$$\lim_{x\to 3^+}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}+\sqrt{x-3}}{\sqrt{x^2-9}} \quad \text{HOP ممنوع} \quad \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{\sqrt{x+3}\,\sqrt{x-3}} + \frac{\cancel{\sqrt{x-3}}}{\sqrt{x+3}\,\cancel{\sqrt{x-3}}} = 0+\frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{\sqrt{x+3}\,\sqrt{x-3}}\cdot\frac{\sqrt{x}+\sqrt{3}}{\sqrt{x}+\sqrt{3}} = \frac{\overset{x-3}{\sqrt{x-3}\,\sqrt{x-3}}}{\text{یه چیزی}} = \frac{0}{\text{عدد}} = 0, \quad x\to 3^+$$

همسایگی: اگر $x_0 \in (a,b)$ آنگاه (a,b) یک همسایگی x_0

اگر (a,b) یک همسایگی x_0 آنگاه $(a,b)-\{x_0\}$ یک همسایگی محذوف x_0

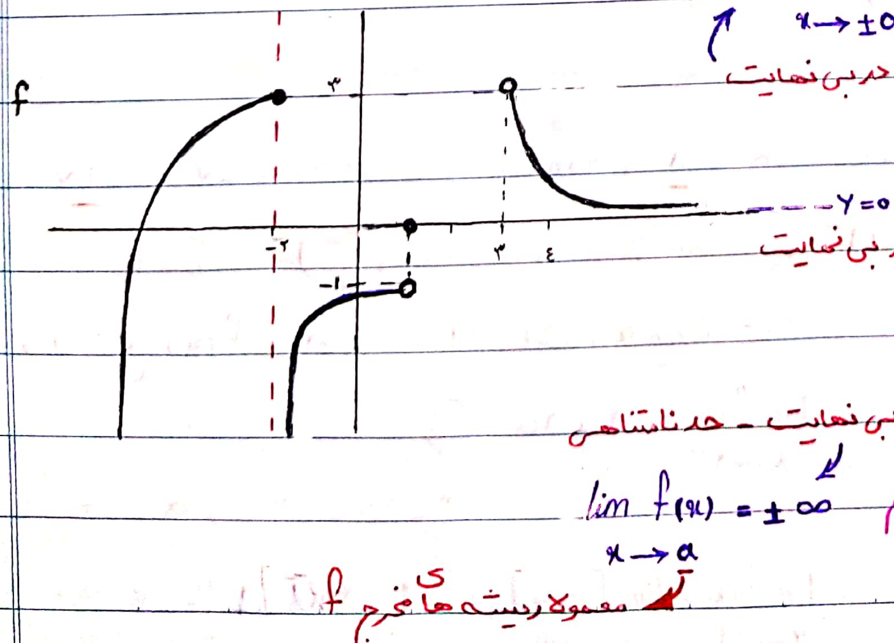
$r>0 \rightarrow (x_0, x_0+r)$ یک همسایگی راست x_0 و یک همسایگی چپ x_0 (x_0-r, x_0)

کدام گزینه درمورد دامنهٔ $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ صحیح است؟

$x\neq 0,\ 1-x^2 \geq 0 \rightarrow 1 \geq x^2 \rightarrow -1 \leq x \leq +1$

همسایگی محذوف ۰ (-1, 0, 1)

مجانب افقی جواب $=\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$



حد در بی‌نهایت $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

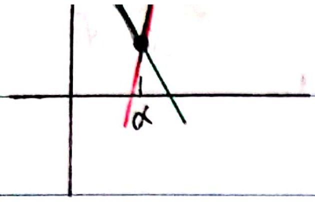
$y=0$

حد در بی‌نهایت $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

حد بی‌نهایت - حد نامتناهی $\lim_{x\to-2^+} f(x) = -\infty$

مجانب قائم $\lim_{x\to a} f(x) = \pm\infty$

معمولاً ریشه‌های مخرج f



$\circ\ f(x)=x|\sin\pi x|\ ,\ f'(1^+)=?$ «۸۶»

۵ . ۰

$\sin\pi^+ \to$ ناحیه ۳ $\to \sin - \to f(x) = -x\sin\pi x$ مشتق ضرب

$f'(x) = -1\times\sin\pi x + \cos\pi x.\pi\times +1 = \pi$

$\bullet\ f(x)=x\sqrt{x}+|x-1|\ ,\ \underbrace{f'_+(1)}_{«1»}+\underbrace{3f'_-(1)}_{«2»}=?$ «۹۵»

«۱»: $x^{\frac{3}{2}}+x-1 \xrightarrow{\square'} \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}+1=\frac{3}{2}\sqrt{x}+1 \xrightarrow{x=1} \frac{5}{2}$ $\longrightarrow = \frac{8}{2}=4$

«۲»: $x^{\frac{3}{2}}-x+1 \xrightarrow{\square'} \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}-1 \xrightarrow{x=1} \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{2}$

$\circ\ f(x)=|x|[x]\ ,\ f'_-(0)-f'_+(0)=?$ «۸۷»

$$f(x)=\begin{cases} x\times 0 & x>0 \quad 0^+ \\ -x\times -1 & x<0 \quad 0^- \end{cases} \longrightarrow f'(x)=\begin{cases} 0 & 0^+ \\ 1 & 0^- \end{cases} \longrightarrow 1-0=1$$

$$f'(a^+)=۲$$

• اگر تابع f در $x=a$ مشتق‌پذیر و $\lim\limits_{h\to0^+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=۲$، حاصل $\lim\limits_{h\to0^-}\frac{f(a)-f(a-h)}{h}$ را به دست آورید. «ریاضی ۸۰»

شبه مشتق $\frac{0}{0}$ $HOP(h)=\lim\limits_{h\to0^-}\frac{+f'(a-h)+1}{1}=f'(\overset{a^+}{\overline{a-0^-}})=f'(a^+)=۲$

نکته: مشتق عامل صفر $\leftarrow$ $f(x)=(x-1)(x^3+x)\to f'(1)=1(x^3+x)=(1+1)1=۲$

فقط مشتق ۰ از این بسته $\to$ مشتق عامل ۰

• $f(x)=\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$, $f'_-(0)=?$ «۸۹»

$x=0$ مشتق عامل ۰

* ساده‌سازی $\sqrt{(1-\sqrt{1-x^2})\left(\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{1+\sqrt{1-x^2}}\right)}=\sqrt{\frac{\cancel{1}-\cancel{1}+x^2}{1+\sqrt{1-x^2}}}=|x|\sqrt{\frac{1}{1+\sqrt{1+x^2}}}=-1\sqrt{\frac{1}{۲}}=-\frac{1}{\sqrt{۲}}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$-1 \leftarrow x \to$ ذات

• $f(x)=\sqrt{x^2-[x]+|x|}$, $\lim\limits_{h\to0^+}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=f'_+(1)$ «ریاضی ۹۷»

۱) تعیین علامت 1^+: $f(x)=\sqrt{x^2-1+x}\longrightarrow f'(x)=\frac{۲x+1}{۲\sqrt{x^2+x-1}}\xrightarrow{x=1}\frac{۳}{۲}$

• $f(x)=\frac{x^2}{|1-x|}[x]$, $\lim\limits_{h\to0^-}\frac{f(۳+h)-f(۳)}{h}=f'(۳^-)$ «ریاضی ۹۷»

$f(x)=\frac{۲x^2}{x-1}\longrightarrow f'(x)=\frac{(۴x)(x-1)-(1)(۲x^2)}{(x-1)^2}\underset{x=۳}{=}\frac{۱۲\times۲-۱۸}{(۲)^2}=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}$

• معادلهٔ نیم مماس چپ $f(x)=|x^2-۴|$ در $x=۲$ را بنویسید. $y=0$

$A(۲,0)$ $\quad f(۲^-)=-x^2+۴$

$m=f'_-(۲)\Rightarrow -۲(۲)=-۴$

$y=-۴x+b\xrightarrow{A(۲,0)}y=-۴x+۸$

تذکرات: ۱) در هنگام مشتق‌گیری از عبارات طولانی ابتدا ساده‌سازی می‌کنیم.

۲) مشتق تابع مرکب: $(fog)'=(f(g(x)))'=f'(g(x)).g'(x)$ $\leftarrow$ $f(\bigcirc)'=f'(\bigcirc).\bigcirc'$

ERAM

۳) مشتق تابع هموگرافیک:

$$f'\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

۴) مشتق عامل صفر: فقط از عامل صفر، مشتق گرفته شود ۵.

«مشتق» عامل صفر

جایگذاری

$\circ\ f(x) = \frac{(x-1)\sqrt[5]{3x-2}}{(5x-3)^4}$, $f'(1) = \frac{1}{16}$

$\rightarrow 1 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$

$\circ\ f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^3(x+1)^2(x-2)}$, $f'(1) = ?$

$= (x-1)\sqrt[3]{(x+1)^2(x-2)} \rightarrow f'(1) = 1\,(\sqrt[3]{-4}) = -\sqrt[3]{4}$

$\circ\ f(x) = \sqrt{\frac{4x+5}{2x+3}}$, $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = f'(1)$ «۹۵»

$$f'(x) = \frac{\frac{12-5}{(x+3)^2}}{2\sqrt{\frac{4x+5}{x+3}}} = \frac{\frac{7}{16}}{2\times\frac{3}{2}} = \frac{7}{48}$$

$x=1$

نکته: $f'\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$

۹۹، ۴، ۲۵ $\circ\ f(x) = \sin 2x \cdot \tan x + \frac{3x}{x^2-1}$, $f'(0) = ?$ «۸۳»

بسته ۱ هر دو عامل صفر

بسته ۲ $= 3x \times \frac{1}{x^2-1} = 3\times -1 = -3$

عامل صفر «مشتق» جایگذاری

$\rightarrow 0 + (-3) = -3$ جواب

$\circ\ f(x) = \left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2}\right)^2$, $f'(-8) = ?$ $\quad \frac{16}{x} = \frac{1}{x}\times 16$ «ریاضی ۹۰»

$f'(x) = 2\left(\frac{16}{x} - \sqrt[3]{x^2}\right)^1 \times \left(\frac{-16}{x^2} - \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}\right) \underset{x=-8}{=} 2(-2-4)\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right) = -12\times\frac{1}{12} = -1$

$\circ\ f(x) = \cos^2\frac{\pi}{3x}$, $f'(4) = ?$ «۹۰» $\quad f'(x) = 2\cos\frac{\pi}{3x} \times + \sin\frac{\pi}{3x} \times \frac{+\pi}{3x^2}$

ضرب $\frac{\pi}{3}\,\frac{1}{x}$ *

$\sin 2x = 2\sin x\cos x$

$\rightarrow f'(4) = \sin\frac{2\pi}{3x} \times \frac{\pi}{3x^2} = \frac{\pi}{96}$

$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

◦ $f(x) = \sqrt{1+\tan^2 \frac{1}{x}}$, $f'(\frac{3}{\pi}) = ?$ «۹۱» « $\tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ »

$$f'(x) = \frac{2\tan\frac{1}{x} \times (1+\tan^2\frac{1}{x}) \times -\frac{1}{x^2}}{2\sqrt{1+\tan^2\frac{1}{x}}} \overset{}{\underset{x=\frac{3}{\pi}}{=}} \frac{2\sqrt{3} \times \cancel{4} \times -\frac{\pi^2}{9}}{\cancel{4}} = \frac{-2\sqrt{3}\,\pi^2}{9}$$

◦ $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{x^2+1}}$, $f'(\sqrt{3}) = ?$ $f'(x) = \dfrac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{2\sqrt{1+\sqrt{x^2+1}}} \xrightarrow{\text{«}\sqrt{3}\text{»}} \dfrac{\frac{\cancel{2\sqrt{3}}}{4}}{\cancel{2\sqrt{3}}} = \frac{1}{4}$

◦ اگر $f'(2x) = 2x^2 + 3x$ باشد، آنگاه مقدار مشتق $f(x^2-x)$ به ازای $x=2$ را بیابید.

$x=1 \rightarrow f'(2) = 2(1)^2 + 3(1) = 5$

$$f(x^2-x)' = f'(x^2-x)(2x-1) = f'(2) \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

◦ اگر $g(x) = \frac{1}{4}\sqrt{5x-9}$ و $f(x) = \sin^2 \pi x$ باشد، مقدار مشتق fog در $x=2$ را بیابید.

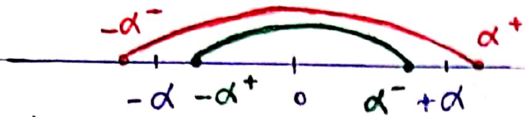
$fog(x)' = f(g(x))' = f'(g(x)) . g'(x)$

* (نقطه‌ی اثر [illegible]) $g(2) = \frac{1}{4}$, $g'(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2\sqrt{5x-9}} \overset{x=2}{=} \frac{5}{8}$

$f'(\frac{1}{4}) = 2\sin \pi x \times \cos \pi x \times \pi = \sin 2\pi x \times \pi \xrightarrow{x=\frac{1}{4}} \pi$

$\rightarrow$ جواب $\frac{5\pi}{8}$

■ [illegible]:



$+\alpha^{\pm} \longrightarrow -\alpha^{\mp}$ قرینه

$|\alpha^{\pm}| \xrightarrow{a<0} \alpha^{\mp}$ قدرمطلق

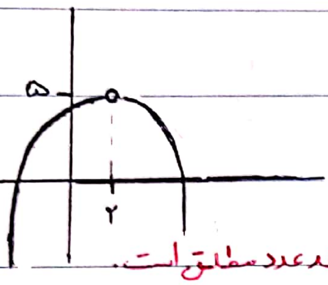
$(\alpha^{\pm})^2 \xrightarrow{a<0} (\alpha^{\mp})^2$ توان ۲

$\dfrac{1}{\alpha^{\pm}} \longrightarrow \alpha^{\mp}$ معکوس

$\lim_{x\to 2^+} [-x] = [-2^-] = -3$

$\lim_{x\to (-3)^-} [x^2] = [9^+] = 9$

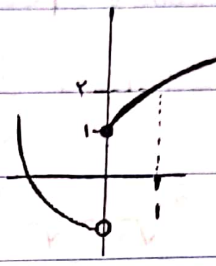
$\lim_{x\to 3^-} \left[\frac{1}{x}\right] = \left[\frac{1}{3}^+\right] = 0$



$\lim_{x\to 2^-} [f(x)] = [5^-] = 4$

$\left[\lim_{x\to 2} f(x)\right] = [5] = 5$

جواب خود عدد مطلق است.



$\lim_{x\to 1^+} \underset{f(1)}{f([x])} = 2$

$\lim_{x\to 1^-} \overset{f(0)}{f([x])} = 1$

$\lim_{x\to 1^+} \left[\frac{\overset{2^+}{f(x)}}{2}\right] = [1^+] = 1$

$\lim_{x\to 2} \dfrac{x}{[x]-1}$ $\qquad [x]-1 \neq 0 \to [x] \neq 1 \to D = \mathbb{R} - \{1 \le x < 2\}$ وجود ندارد

همسایگی چپ × ← حد ×

$|u| = \begin{cases} u & u \ge 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$

ذات + ، ذات −

$\lim_{x\to 2^-} |\sin \pi x| \xrightarrow[\sin<0]{\text{ناحیهٔ } 4} \lim_{x\to 2} -\sin \pi x$

$\lim_{x\to (-\frac{1}{4})^{\ominus}} \left[2|x| + \frac{1}{2}\right] = \left[\ominus 2x + \frac{1}{2}\right] = \left[\overset{\frac{1}{2}^+}{\overline{-2\times -\frac{1}{4}^{+} + \frac{1}{2}}}\right] = [1^+] = 1$

$\lim_{x\to (\frac{3\pi}{4})^{\ominus}} [-\tan x] = [\ominus(-1)^-] = [+1^+] = 1$

قرینه

$\tan 135^\circ = \tan(90^\circ + 45^\circ) = -\cot 45^\circ = -1 \ , \ \tan 120^\circ = -\cot 30^\circ = -\sqrt{3} = -1.7$

با حرکت $(\frac{3\pi}{4})^-$ مقدار tan درحال کاهش پس $(-1)^-$ (-1)

• اگر تابع $f(x)$ در $x=2$ حد داشته باشد، a چند است؟

$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & x < 2 \\ -4 & x = 2 \\ [-2x] + 1 & x > 2 \end{cases}$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = 4 + 2a$

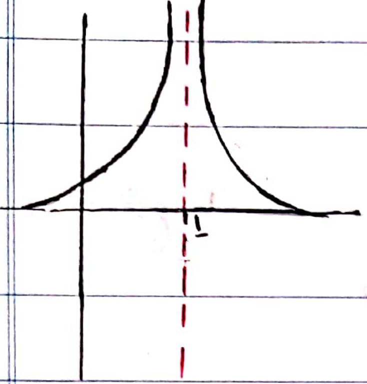
$4 + 2a = -4 \to a = -4$

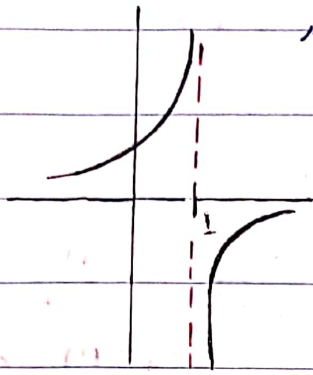
$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^{\oplus}} [\ominus 2x] + 1 = [\underbrace{-4^-}_{-5}] + 1 = -4$

ERAM

۹۹/۴/۱۹

■ حد بی‌نهایت «ریشه‌های مخرج - مجانب قائم»: $\frac{\text{عدد}}{0} = \infty$





تابع با حد نامتناهی جزء توابع دارای حد در نظر گرفته نمی‌شود.

$$\alpha - \alpha = \begin{cases} \alpha^+ - \alpha = 0^+ \\ \alpha^- - \alpha = 0^- \end{cases}$$

منفصل زوج: $\lim_{x\to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$ منفصل فرد: $\lim_{x\to 1^\pm} \frac{-1}{(x-1)^1} = \pm\infty$

مثبت $K \times 0^+ = 0^+$ ، منفی $K \times 0^- = 0^+$ ، منفی $K \times 0^+ = 0^-$ ، مثبت $K \times 0^- = 0^-$

$\pm\infty \pm L = \pm\infty$ ، $\pm\infty \cdot \pm L = \pm\infty$ ، $\pm\infty \times \pm\infty = \pm\infty$

ضرب علامت‌ها ضرب علامت‌ها

$+\infty + \infty = +\infty$ ، $-\infty - \infty = -\infty$ ، $+\infty - \infty =$ مبهم

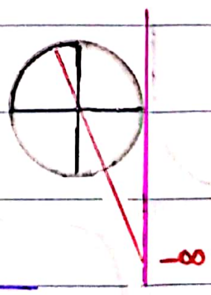
$$\lim_{n\to 0} \frac{1}{x^n} \begin{cases} n \to 0^+ & +\infty \quad \text{n زوج و فرد} \\ n \to 0^- & \begin{cases} \text{n زوج} & +\infty \\ \text{n فرد} & -\infty \end{cases} \end{cases}$$

$\lim_{x\to 2^+} \frac{|x|-3}{4-x^2} = \frac{-\text{عدد}}{0^-} = +\infty$

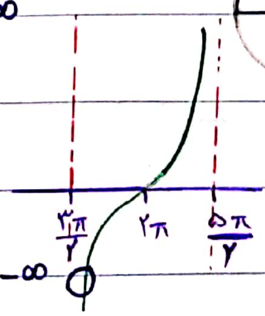
$x>2 \rightarrow x^2>4 \rightarrow -x^2<-4 \rightarrow -x^2+4<0 \rightarrow 0^-$

$\lim_{x\to(-\frac{3}{2})^-} \frac{2[x]+|x|}{|2x+3|} = \frac{-\text{عدد}}{|0^-|} = \frac{-\text{عدد}}{0^+} = -\infty$

$\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+} \frac{\cos x}{1-\sin x} \overset{\frac{0}{0}}{=} \text{Hop} \ \frac{\cancel{-}\sin x}{\cancel{-}\cos x} = \tan x = -\infty$



$\lim_{x\to(\frac{3\pi}{2})^+} \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \ \frac{\text{ناحیهٔ ۴}}{\cos>0} \ \frac{-1}{0^+} = -\infty$



$\lim_{x\to(\frac{\pi}{2})^+} \frac{\overset{2^+}{[x]}+1}{\cos x} = \frac{+\text{عدد}}{0^-} = -\infty$ $(\frac{\pi}{2})^+$ ناحیهٔ ۲ $\rightarrow \cos<0$ $\cos\frac{\pi}{2}=0$

ERAM

۹۹/۴/۲۱

$$\lim_{x\to ۳^-}\frac{[x]-x}{|x|-۳}=\frac{۲-۳}{۳^- -۳}=\frac{\text{عدد}-}{0^-}=+\infty$$

ریشهٔ مخرج ۱)

$$\lim_{x\to 1}\frac{x}{x^۲+ax+b}=+\infty\ ,\quad a+۲b=?$$

$x^۲+ax+b \to (x-1)^۲$

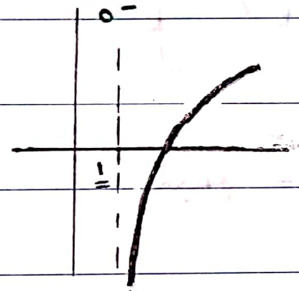
$$\lim_{x\to 1}\frac{x}{(x-1)^۲}\overset{\text{توان ۲}}{=\!=}\frac{+1}{0^+}=+\infty$$

$x^۲-۲x+1 \longrightarrow -۲+۲(1)=0$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x}-1}{(x-1)^۲(x^۲-۵x+۲)}=\frac{0}{0}\ \text{Hop}\ \times\ \text{طولانی}=\frac{\cdots}{(x-1)(x-1)\cdots}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(\cancel{\sqrt{x}-1})}{(\sqrt{x}+1)(\cancel{\sqrt{x}-1})(x-1)(x^۲-۵x+۲)}$$

$$=\frac{+1}{\underbrace{(۲)(0)^+(-۲)}_{0^-}}=-\infty$$

• شکل زیر قسمتی از نمودار $y=\dfrac{x^۲+a}{x+b}$ است.
مقادیر a و b به چه صورت است؟ «خارج ۹۰»



$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x^۲+a}{x+b}=-\infty \qquad 1+b=0 \longrightarrow b=-1$$

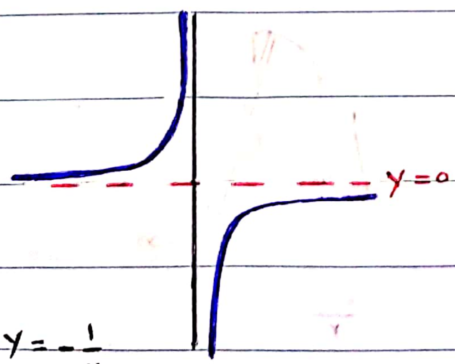
$a<b=-1$

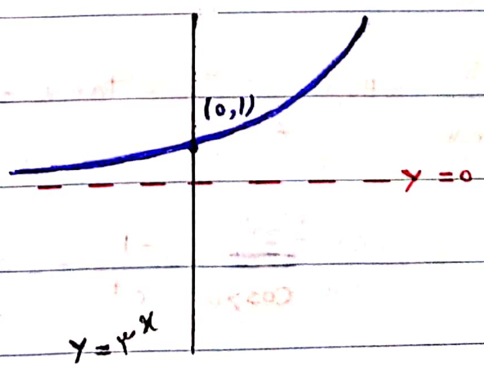
$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x^۲+a}{x-1}=\frac{1+a}{0^+}=\frac{\text{عدد}-}{0^+}=-\infty \qquad 1+a<0 \to a<-1$$

■ حد در بی‌نهایت «مجانب افقی»:

$$\lim_{x\to\infty} f(x)= \begin{cases} \text{عدد} \longrightarrow \text{مجانب افقی} \\ \infty \end{cases}$$

نکته ۱: $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a^{\in\mathbb{R}}}{x^{n \in \mathbb{N}}}=0$ «$\dfrac{\text{عدد}}{\infty}=0$»





$$\lim_{x\to+\infty}-\frac{1}{x}=-\frac{1}{\infty}=0\ ,\quad \lim_{x\to+\infty}۳^x=۳^{+\infty}=+\infty\ ,\quad \lim_{x\to-\infty}۳^x=۳^{-\infty}=(۳^{-1})^{+\infty}=\left(\frac{1}{۳}\right)^{\infty}=\frac{1}{\infty}=0$$

ERAM

۹۹/۶/۲۲

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2-\frac{1}{x}}{2+\frac{1}{x^2}}=\frac{2}{2}=1$$

نکته ۱ در محاسبهٔ حد توابع شامل جزء صحیح وقتی $x \to \pm\infty$ می‌رود از تساوی $(0\leq p<1)$ $[x]=x-p$ استفاده می‌کنیم.

p ← جزء اعشاری

$$\lim_{x\to+\infty}(3x-[x])=\lim_{x\to\infty}2x+\cancel{p}=+\infty$$

مثلاً $\frac{1}{2x}\longrightarrow 0=\frac{\text{عدد}}{\infty}$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-|x|-11}{|x|-7x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+x+1}{-x-7x}=\frac{4x}{-8x}=-\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+[x]}{3x-[x]}=\frac{3x-\cancel{p}}{2x+\cancel{p}}=\frac{3x}{2x}=\frac{3}{2}$$

«$\frac{\infty}{\infty}$» (قضیهٔ پرتوان)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim\frac{ax^m+bx^{m-1}+\dots+c}{a'x^n+b'x^{n-1}+\dots+c'}=\frac{ax^m}{a'x^n}=\begin{cases}\infty & m>n\\ \text{عدد} & m=n\\ 0 & m<n\end{cases}$$

هم درجه

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x^2+1}\xrightarrow{-1\leq\sin x\leq 1}\frac{\text{عدد}}{\infty}=0$$

«۹۵» $\lim_{x\to+\infty}\frac{ax+\sqrt{4x^2+5}}{2x+2}=\frac{5}{2}$, $\lim_{x\to-1}f(x)=?$ «$\frac{\infty}{\infty}$» $\longrightarrow \frac{ax+|2x|}{2x}=\frac{x(a+2)}{2x}=\frac{5}{2}$

$$a=3\longrightarrow\lim_{x\to-1}\frac{3x+\sqrt{4x^2+5}}{2x+2}\xrightarrow{\frac{0}{0}\ \text{HOP}}\lim_{x\to-1}\frac{3+\frac{8x}{2\sqrt{4x^2+5}}}{2}=\frac{5/3}{2}=\frac{5}{6}$$

چون براکت است

$$\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{2+x}{3+x^2}\right]=\left[\frac{1}{x}\right]=[0^-]=-1$$

«۹۴» $\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^n+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}=-1$, $\lim_{x\to3}f(x)=?$ $\frac{\infty}{\infty}\longrightarrow\frac{ax^n}{3x-|2x|}=\frac{ax^{n}}{5x}=-1$, $n=1$

$$-5x=ax\longrightarrow a=-5\longrightarrow\lim_{x\to3}\frac{-5x+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}=\frac{0}{0}\ \text{HOP}$$

$$\lim_{x\to3}\frac{-5}{3-\frac{8x+15}{2\sqrt{4x^2+15x}}}=\frac{-5}{\frac{5}{6}}=-6$$

«۹۲» $\lim_{x\to+\infty}\frac{ax+9}{1-x+\sqrt{x+1}}=-3$, $\lim_{x\to 3} f(x)=?$ $\quad \frac{\infty}{\infty}\to\frac{ax}{-x}=3\to a=-3$

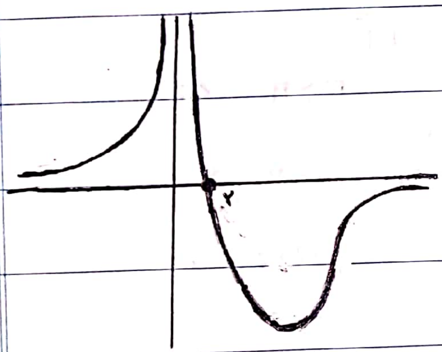
زیر رادیکال جذر وجود ندارد

$\lim_{x\to 3}\frac{-3x+9}{1-x+\sqrt{x+1}}\overset{\frac{0}{0}}{=}\text{Hop}\ \lim_{x\to 3}\frac{-3}{-1+\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}=\frac{-3}{-\frac{3}{4}}=4$

$\lim_{x\to-\infty}\frac{a|x+1|+3x-1}{|3-x|+ax-15}=2\ ,\ a=?$ $\quad \lim_{x\to-\infty}\frac{-ax-\cancel{a}+3x-\cancel{1}}{\cancel{3}-x+ax-\cancel{15}}=\frac{x(-a+3)}{x(-1+a)}=2$

$-2+2a=-a+3\longrightarrow a=\frac{5}{3}$

• شکل زیر نمودار تابع $f(x)=\frac{ax+2}{x^2+b}$ است.
اگر $g(x)=x.f(x)$ باشد، حاصل $\lim_{x\to+\infty} g(x)=?$



$A(2,0)\longrightarrow 0=\frac{2a+2}{4+b}\longrightarrow 2a+2=0\longrightarrow a=-1$

$\lim_{x\to 0} f(x)=+\infty\longrightarrow\frac{2}{b}=+\infty\longrightarrow b=0$

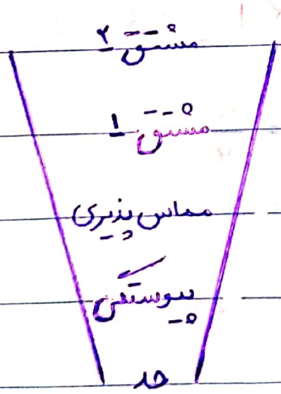
$g(x)=x\,\frac{-x+2}{x^2}=\frac{-x^2+2x}{x^2}\underset{x\to+\infty}{=}\frac{-x^2}{x^2}=-1$

■ **پیوستگی:**

۹۹,٤,۲۳

اتصال در دامنه از لحاظ نموداری = رسم بدون برداشتن قلم

«شرط» $\lim_{x\to a^+} f(x)=\lim_{x\to a^-} f(x)=f(a)$



• مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع f در $x=1$ پیوسته باشد.

$$f(x)=\begin{cases}2x^2-\frac{3ax-3a}{|x-1|} & x<1\\ 2 & x=1\\ 5x^2+bx+3 & x>1\end{cases}$$

$\lim_{x\to 1^+} f(x)=5+b+3$, $\lim_{x\to 1^-} f(x)=2-\frac{3a(x-1)}{|x-1|}=2+3a$

$\longrightarrow 8+b=2+3a=f(1)$

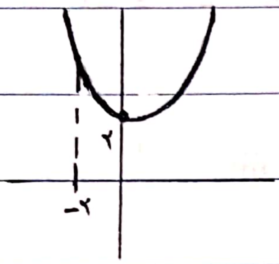
$\longrightarrow 2=8+b=2+3a\longrightarrow a=0\ ,\ b=-6$

• به ازای کدام مقدار a در نقطه‌ی $x=\frac{\pi}{4}$ پیوسته است؟ «۹۳»

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\tan^2 x}{\cos 2x} & 0\leq x<\dfrac{\pi}{4}\\[2mm] a\cos 3x & \dfrac{\pi}{4}\leq x\leq\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

$f(\frac{\pi}{4})=$ حد راست $= a\cos\frac{3\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}a$

$$\lim_{x\to(\frac{\pi}{4})^-}\frac{1-\tan^2 x}{\cos 2x}\overset{\frac{0}{0}}{=}\text{Hop}\ \lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{+\cancel{2}\tan x(1+\tan^2 x)}{+\sin 2x\times\cancel{2}}=\frac{1\times 2}{1}=2\rightarrow-\frac{\sqrt{2}}{2}a=2\rightarrow a=-2\sqrt{2}$$



• شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی داده شده است. حاصل a-b را بیابید. «۱۱-۶=۵»

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x+a}{x+2} & x\neq-2\\[2mm] b & x=-2\end{cases}$$

«پیوسته»

$$\lim_{x\to-2}f(x)=\frac{-8+2+a}{-2+2}=\frac{-6+a}{0}\xrightarrow{a=6}\frac{\text{تابع پیوسته است}}{\text{پس حد دارد}}\ \frac{0}{0}\ \text{Hop}\ \lim_{x\to-2}\frac{3x^2-1}{1}=11=b$$

• تابع f به ازای چه مقدار a در نقطه‌ی $x=\pi$ پیوسته است؟ «خارج ۹۳»

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+\cos x}}{x-\pi} & \pi<x\leq2\pi\\[2mm] a\cos\dfrac{2x}{3} & 0\leq x\leq\pi\end{cases}$$

$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$

$\cos 2x=2\cos^2 x-1$

$$\cos x=2\cos^2\frac{x}{2}-1\longrightarrow\cos x+1=2\cos^2\frac{x}{2}\longrightarrow\sqrt{\cos x+1}=\sqrt{2}\left|\cos\frac{x}{2}\right|$$

$$\lim_{x\to\pi^+}\frac{\sqrt{2}\left|\cos\frac{x}{2}\right|}{x-\pi}=\frac{-\sqrt{2}\cos\frac{x}{2}}{x-\pi}\overset{\frac{0}{0}}{=}\text{Hop}\ \lim_{x\to\pi^+}\frac{+\sqrt{2}\times+\sin\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}}{1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f(\pi)=\lim_{x\to\pi^-}f(x)=a\cos\frac{2\pi}{3}=-\frac{a}{2}\rightarrow-\frac{a}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\longrightarrow a=-\sqrt{2}$$

• به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه‌ی روبرو بر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی بزرگتر از ۱ پیوسته است؟ «۹۴»

$$f(x)=\begin{cases}\sin\dfrac{\pi}{x} & 1\leq x\leq 6\\[2mm] a+\cos^2\dfrac{\pi x}{36} & x>6\end{cases}$$

$$f(6)=\lim_{x\to6^-}f(x)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to6^+}f(x)=a+\cos^2\frac{\pi}{6}=a+\frac{3}{4}\longrightarrow\frac{1}{2}=a+\frac{3}{4}\longrightarrow a=-\frac{1}{4}$$

• به ازای کدام مقدار a تابع f روی مجموعهٔ اعداد حقیقی پیوسته است؟ «ریاضی ۹۶»

$$f(x)=\begin{cases}[x]+[-x] & x\notin \mathbb{Z}\\ a & x\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

«$a=-1$»

$$[x]+[-x]=\begin{cases}0 & x\in\mathbb{Z}\\ -1 & x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$$

→ مثال $[2^+]+[-(2^+)] = 2-3=-1$

ارشد ۹۹

• چند عدد طبیعی مانند n وجود دارد که $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^{4n-1}+x-1}{x^{3n+2}-x^5+1}=0$ ؟

$3n+2>5 \to n>1$

پرتوان $\lim \dfrac{x^{4n-1}}{x^{3n+2}}=0$ $\xrightarrow{\text{شرط: درجه صورت < درجه مخرج}}$ $3n+2>4n-1 \to 3>n$

$*n \quad 3>n>1 \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} n=\{2\}$

• فقط ۱ عدد

• بزرگترین عدد طبیعی مانند n که $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^{5n+4}-16}{x^{4n+11}-4}$ وجود دارد، کدام است؟

$5n+4>4n+11 \quad \infty$

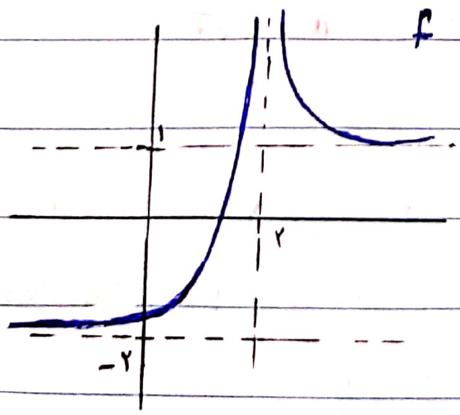
$5n+4=4n+11 \quad$ عدد

$5n+4<4n+11 \quad 0$

$5n+4\leq 4n+11 \to n\leq 7 \to n=7$ بزرگترین

• نمودار تابع f به شکل مقابل است.

مقدار $\lim\limits_{x\to 2}(fof)(x)$ کدام است؟



$$\lim_{x\to 2} f(f(x)) = \lim f(f(2)) = \lim f(+\infty) = +1$$