

۱۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

a^2 - به صفر نزدیک تر است تا $-\sqrt[3]{a}$ و یا $-\sqrt[4]{a}$

a^3 به صفر نزدیک تر است تا $\sqrt[3]{a}$

۱۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو طرف را در $x - 1$ ضرب و سپس x را به یک میل می دهیم:

$$\frac{x(x-1)}{x^3-1} = a + \frac{(x-1)(bx+2)}{x^2+x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{x^3-1} = a \Rightarrow a = \frac{x}{x} = 1$$

۱۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\alpha + \beta = -1 \Rightarrow \alpha = -\beta - 1 \Rightarrow \frac{-\beta - 1}{\beta - 1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \beta = -3$$

$$x^2 + x + m = 0 \Rightarrow 9 - 3 + m = 0 \Rightarrow m = -6$$

۱۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q} = 4 \frac{a_1(1-(q^2)^n)}{1-q^2} \Rightarrow \frac{1}{1-q} = \frac{4}{1-q^2} \Rightarrow 1+q=4 \Rightarrow q=3$$

۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون قدرنسبت حسابی ۲ است، پس:

$$a_5 = a_7 + 6$$

$$a_9 = a_7 + 14$$

$$\Rightarrow a_5^2 = a_7 \times a_9 \Rightarrow (a_7 + 6)^2 = a_7(a_7 + 14)$$

$$a_7^2 + 12a_7 + 36 = a_7^2 + 14a_7 \Rightarrow 2a_7 = 36 \Rightarrow a_7 = 18$$

پس:

$$a_1 = a_7 - d \Rightarrow a_1 = 16$$

$$S_{10} = 5(2a_1 + 9d) = 5(32 + 18) = 250$$

۱۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

n	۱	۲	۳	۴	...	۱۰۰
مربع رنگ شده	۱	۲	۳	۴	...	۱۰۰
کل مربعها						

پس جواب برابر $\frac{100^2 - 100}{2}$ و یا همان $\frac{99}{100}$ است.

۱۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a(x+1)(x-\alpha)$$

$$f(0) = -3 \Rightarrow -a\alpha = -3 \Rightarrow a\alpha = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{\alpha}$$

$$\text{راس } x = \frac{\alpha-1}{2} \Rightarrow f\left(\frac{\alpha-1}{2}\right) = -4$$

$$\Rightarrow -4 = \frac{3}{\alpha} \left(\frac{\alpha-1}{2} + 1\right) \left(\frac{\alpha-1}{2} - \alpha\right) \Rightarrow 4 = \frac{3}{\alpha} \left(\frac{\alpha+1}{2}\right) \left(\frac{\alpha+1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 3(\alpha^2 + 2\alpha + 1) = 16\alpha \Rightarrow \alpha = 3 \Rightarrow y = (x+1)(x-3)$$

اختلاف ۲ ریشه = ۴

۱۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 + a + 6 = 0 \Rightarrow a = -7$$

$$x^3 - 7x + 6 = (x - 1)(x^2 + x - 6) = 0$$

پس α و β ریشه $x^2 + x - 6 = 0$ هستند، لذا $\frac{1}{\alpha}$ و $\frac{1}{\beta}$ ریشه‌های $x^2 + x + 1 = 0$ هستند زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = -1 \\ \alpha\beta = -6 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{1}{-6} \\ \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-1}{-6} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = 0 \Rightarrow 6x^2 - x - 1 = 0$$

۱۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow (1 - m)^2 - 4(m + 2) > 0 \Rightarrow m^2 - 6m - 7 > 0 \Rightarrow (m - 7)(m + 1) > 0 \Rightarrow m < -1 \text{ یا } m > 7 \\ S > 0 \Rightarrow 1 - m > 0 \Rightarrow m < 1 \\ P > 0 \Rightarrow m + 2 > 0 \Rightarrow m > -2 \end{cases}$$

اشتراک نامساوی‌های بالا به صورت $-2 < m < -1$ است.

۱۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{5x + 4}{x(x + 2)} = \frac{4x + a}{x^2 - 4} \Rightarrow \frac{5x + 4}{x} = \frac{4x + a}{x - 2}$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 10x + 4x - 8 = 4x^2 + ax \Rightarrow x^2 - (6 + a)x - 8 = 0$$

اگر $x = 2$ یا $x = -2$ یکی از جواب‌های معادله بالا باشد، آن‌گاه غیرقابل قبول اند و فقط جواب دیگر قابل قبول است.

$$x = 2 \Rightarrow 4 - 2(6 + a) - 8 = 0 \Rightarrow a = -8$$

$$x = -2 \Rightarrow 4 + 2(6 + a) - 8 = 0 \Rightarrow a = -4$$

۱۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

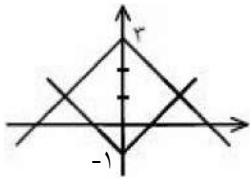
$$\sqrt{14 + k} = 3 \Rightarrow k = -5$$

$$2x - 5 = x^2 + 16 - 8x \Rightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = 3 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

۱۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x - 1}{x + 1} - 2x > 0 \Rightarrow \frac{-2x^2 - x - 1}{x + 1} > 0 \Rightarrow \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1} < 0 \Rightarrow x + 1 < 0 \Rightarrow x < -1$$

۱۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قطر مربع به وجود آمده برابر ۴ است پس:

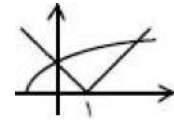


$$S = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$$

۱۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x = 0$ یک ریشه است و البته $a = 0$.

$$\sqrt{x+1} = |x-1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 1: \sqrt{x+1} = x-1 \Rightarrow x+1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x = 3 \\ x \leq 1: \sqrt{x+1} = 1-x \Rightarrow x+1 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$



$$x \in (0, 3) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{b-a}{2} = \frac{3}{2}$$

۱۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

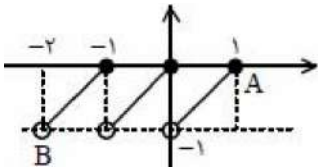
$$[1-x] = 3 \Rightarrow 3 \leq 1-x < 4 \Rightarrow -3 < x \leq -2$$

$$\Rightarrow f(x) = -x - 2 + x + 3 = 1$$

$$g(x) = f(x) \Rightarrow 2x^2 + 5x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0, -\frac{5}{2}$$

فقط $x = -\frac{5}{2}$ در بازه قرار دارد.

۱۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار پله‌ای $x + [-x]$ به صورت یک واحد یک واحد به سمت چپ یا راست حرکت می‌کند.



$$AB = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

۱۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دقت کنید که $BA = BC$ پس:

$$(-1 - 0)^2 + (2 + 1)^2 = (-1 - a)^2 + (2 - 1)^2 \Rightarrow 10 = (1 + a)^2 + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -4 \end{cases}$$

$$x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow 0 + a = -1 + x_D \Rightarrow x_D = 3$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow -1 + 1 = 2 + y_D \Rightarrow y_D = -2$$

$$x_D + y_D = 1$$

پس:

۱۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اولاً باید دو ضلع مقابل مربع موازی باشند:

$$\begin{cases} 2x - 3y = \frac{3}{2} \\ 2x + ay = b \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{2} = \frac{-3}{a} \Rightarrow a = -3$$

ثانیاً اندازه ضلع مربع $\sqrt{13}$ است که فاصله دو خط موازی است.

$$\begin{cases} 2x - 3y = \frac{3}{2} \\ 2x + ay = b \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله دو خط موازی} \frac{\left|b - \frac{3}{2}\right|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

$$\left|b - \frac{3}{2}\right| = 13 \Rightarrow \begin{cases} b - \frac{3}{2} = 13 \Rightarrow b = 14\frac{1}{2} \\ b - \frac{3}{2} = -13 \Rightarrow b = -11\frac{1}{2} \end{cases}$$

۱۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو تابع شرطی برابرند که دامنه تعریف آنها یکی باشد، علاوه بر آن در دامنه مشترک، مقدار برابر داشته باشند، پس:

$$D_f = (-\infty, 4)$$

$$D_g = (-\infty, 4)$$

اما باید $x \geq 0$ تا مقادیر برابر باشد، پس جواب $[0, 4]$ است.

۱۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g: y = \frac{-3}{2}x + 3 \Rightarrow g(x) = \frac{-3}{2}x + 3$$

$$f: y = \frac{-2}{3}x + 2 \Rightarrow f(x) = \frac{-2}{3}x + 2$$

$$f \circ g(a) = \frac{-2}{3} \left(\frac{-3}{2}a + 3 \right) + 2 = a$$

$$g \circ f(x) = \frac{-3}{2} \left(\frac{-2}{3}x + 2 \right) + 3 = x$$

در واقع توابع f و g معکوس یکدیگرند، لذا $f \circ g(x) = x$ و $g \circ f(x) = x$:

$$f \circ g(a) = g \circ f(3 - 2a) \Rightarrow a = 3 - 2a \Rightarrow a = 1$$

۱۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g^{-1}(f(3a)) = \frac{3}{2} \Rightarrow g\left(\frac{3}{2}\right) = f(3a)$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}-1} = f(3a) \Rightarrow f(3a) = 3 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{x}{x-1} = 3 \Rightarrow 3x - 3 = x \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

۱۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g \circ f^{-1}(a) = 5 \Rightarrow g^{-1}(5) = f^{-1}(a)$$

$$g^{-1}(5) = \frac{25-9}{4} = 4 \Rightarrow f^{-1}(a) = 4 \Rightarrow f(4) = a \Rightarrow f(4) = 1 \Rightarrow a = 1$$

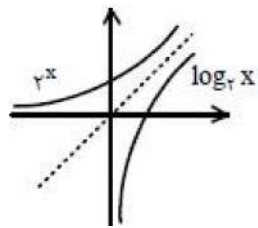
۱۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$0 \leq \alpha - [\alpha] < 1 \Rightarrow 0 \leq -x - [-x] < 1 \Rightarrow -1 < x + [-x] \leq 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq 2^{x+[-x]} \leq 1$$

$$b - a = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

پس:

۱۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار f و f^{-1} نسبت به نیمساز $y = x$ متقارند. چون نمودار $f(x) = 2^x$ بالای $y = x$ است، پس نمودار $f^{-1}(x) = \text{Log}_2 x$ زیر $y = x$ است. لذا $f^{-1}(x) < f(x)$ است.



۱۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه $(2, 4)$ روی سهمی است. عرض رأس سهمی هم $y = 4$ است، پس نقطه $(2, 4)$ همان رأس سهمی است. سهمی در یک طرف رأس خود یک‌به‌یک است.

۱۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = \frac{1}{2}f(3x) = a \Rightarrow \begin{cases} g^{-1}(a) = x \\ f^{-1}(3a) = 3x \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(3a) = 3g^{-1}(a) \Rightarrow 23a^3 + 12a = 3g^{-1}(a) \Rightarrow g^{-1}(a) = \frac{2}{3}a^3 + 4a$$

۱۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f(a) = b \\ f(b) = a \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله خط}} y - a = \frac{b-a}{a-b}(x-b) \Rightarrow y = -x + a + b$$

$$f(x) = -x + a + b$$

$$f \circ f(x) = -(-x + a + b) + a + b = x$$

۱۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \sqrt{ax(2-x)} \Rightarrow ax(2-x) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$$

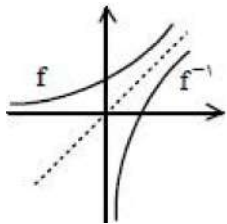
دامنه:

برد: عرض رأس سهمی $2ax - ax^2$ برابر a است، پس برد به صورت $0 \leq y \leq \sqrt{a}$ است، پس $\sqrt{a} = 2$ و $a = 4$ است.

۱۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع $y = f \circ f^{-1}(x)$ یک تابع همانی است به شرطی که $x \in R_f$ ، اما:

$$R_f = [-2, +\infty)$$

۱۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون f معکوس پذیر است و $f(x) > x$ ، پس $y = f^{-1}(x)$ همواره زیر خط $y = x$ است، بنابراین هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی کنند.



۱۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f + g = \{(2, 4)(3, 1)\}$$

$$(f + g) \circ f = \{(1, 4)(2, 1)(3, 4)\}$$

زوج مرتب $(2, 4)$ در این تابع وجود ندارد.

۱۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = [x] + [-x] + 1 = \begin{cases} 1 & x \in Z \\ 0 & x \notin Z \end{cases}$$

$$g \circ f(x) = b = \begin{cases} g(1) = b & x \in Z \\ g(0) = b & x \notin Z \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + a + 1 = b \\ 0 = b \end{cases} \Rightarrow a = -1 \Rightarrow a + b = 2$$

۱۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f \circ g(x) = f(1 - 2x) = x^2 + 5x + 9$$

$$x = \frac{1-g}{2} \Rightarrow f(g) = \left(\frac{1-g}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{1-g}{2}\right) + 9$$

$$g(f(1)) = g(9) = -17$$

۱۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = 2 \Rightarrow f(2) + 3f(2) = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{1}{4}$$

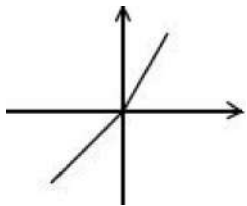
$$x = 3 \Rightarrow f(3) + 3f(2) = 7 \Rightarrow f(3) = 5/5$$

۱۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت $(1-x)f(x)$ را تعیین علامت می کنیم:

	-2	1	
1-x	+	+	-
f(x)	-	+	+
	-	+	-

$$D = [-2, 1]$$

۱۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$y = 2x + |x| = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases} \text{ یک‌به‌یک است.}$$

۱۴۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$B(a, \sqrt{2a-11})$$

$$AB = \sqrt{(a-3)^2 + (\sqrt{2a-11} - 0)^2} = \sqrt{a^2 - 4a - 2}$$

۱۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{3 - |x-2|}{x - |x|}$$

اولاً: بدیهی است که $x \geq 0$ غیرقابل قبول است زیرا منجر به صفر است، پس $x < 0$ ، بنابراین $x - 2 < 0$.

ثانیاً: تابع $\frac{f}{g}$ را ساده می کنیم.

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3 - x + 2}{2x} = \frac{-1}{2} = +\frac{5}{2x}$$

$$x < 0 \Rightarrow 2x < 0 \Rightarrow \frac{1}{2x} < 0 \Rightarrow \frac{5}{2x} < 0 \Rightarrow \frac{f}{g} < \frac{-1}{2}$$

۱۴۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه اول:

$$f \circ f(x) = \frac{2 \left(\frac{2x-1}{x+a} \right) - 1}{\frac{2x-1}{x+a} + a} = \frac{2x-2-a}{(2+a)x-1+a}$$

باید $2+a=0$ باشد، پس: $a=-2$.
راه دوم:

$$f \circ f(x) = x \xrightarrow{x = \frac{1}{2}} f \circ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow f(\cdot) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -2$$

۱۵۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شیب بین هر دو نقطه باید مقدار ثابتی باشد:

$$\begin{cases} A(2, -1) \\ B(m, 3) \end{cases} \Rightarrow m_1 = \frac{4}{m-2} \Rightarrow \frac{4}{m-2} = \frac{m+2}{3}$$

$$\begin{cases} A(2, -1) \\ C(5, m+1) \end{cases} \Rightarrow m_2 = \frac{m+2}{3}$$

پس $m^2 - 4 = 12$ و یا $m = \pm 4$ که جمع این دو مقدار برابر صفر است.

۱۵۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $g(3)$ تعریف شده است، پس $a=3$ است.

$$g \circ f(b) + f(-1) = 7 \Rightarrow g \circ f(b) = 7 - f(-1) = 3$$

$$\Rightarrow f(b) = 4 \Rightarrow b^2 - 3b = 4 \Rightarrow b = -1 \text{ یا } 4$$

۱۵۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g \circ g = \{(1, 3), (2, 1), (3, 2), (4, 3)\} \quad D_{g \circ g} = \{1, 2, 3, 4\}$$

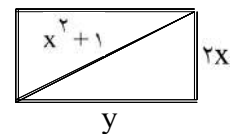
$$f \circ f = \{(-2, 1), (4, 1)\} \quad D_{f \circ f} = \{-2, 4\}$$

۱۵۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$4x^2 + y^2 = x^4 + 2x^2 + 1 \Rightarrow y^2 = x^4 - 2x^2 + 1$$

$$\Rightarrow y^2 = (x^2 - 1)^2 \Rightarrow y = x^2 - 1$$

$$f(x) = 2(2x + x^2 - 1) = 2x^2 + 4x - 2 = 2(x+1)^2 - 4$$



۱۵۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$D_{f(2-3x)} = \{x \in \mathbb{R} : 2 - 3x \in D_f\}$$

$$\Rightarrow -2 \leq 2 - 3x \leq 8 \Rightarrow -8 \leq 3x - 2 \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq \frac{4}{3}$$

$$x = -2, -1, 0, 1 \in D_{f(2-3x)}$$

پس این دامنه شامل ۴ عدد صحیح است.

۱۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم $f^{-1}(2) = a$ پس $f(a) = 2$. حال به جای x قرار می‌دهیم:

$$f(a) = f^{-1}(2) + 2a - 4 \Rightarrow 2 = a + 2a - 4 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2 + 2x - 4 \Rightarrow f(x) = 2x - 2 \Rightarrow f(4) = 6$$

۱۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$g \circ f = f + 9x^2 - 1 = f + (3x + 1)(3x - 1) = f + f(f - 2) = f^2 - f$$

$$g(x) = x^2 - x$$

پس:

۱۵۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. راه حل اول: فرض کنید $f(x) = ax + b$ و $a \neq 0$ داریم:

$$f \circ f(x) = f(x) \Rightarrow a(ax + b) + b = ax + b \Rightarrow ax + b = x \Rightarrow f(x) = x$$

راه حل دوم: چون f یک تابع یک به یک است پس f وارون پذیر است. در این صورت:

$$f \circ f(x) = f(x) \Rightarrow f^{-1}(f \circ f(x)) = f^{-1}(f(x))$$

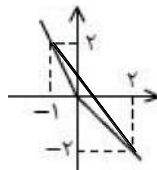
$$\Rightarrow \underbrace{f^{-1} \circ f}_{\text{همانی}} \circ f(x) = \underbrace{f^{-1} \circ f}_{\text{همانی}}(x) \Rightarrow f(x) = x$$

۱۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار $f + g$ به صورت زیر است:

$$f = \begin{cases} 2 & x \leq 0 \\ 2 - x & 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$g = \begin{cases} -2 - x & -1 \leq x < 0 \\ -2 & 0 \leq x \end{cases}$$

$$f + g = \begin{cases} -2x & -1 \leq x < 0 \\ -x & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{9+16}} \times \sqrt{16+9} = 1$$

۱۵۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه و برد f باید برابر باشند.

$$D_f = \{x, 3, y\} \quad R_f = \{2, -1, z\}$$

$$\Rightarrow x + y + z = 2 + (-1) + 3 = 4$$

۱۶۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \begin{cases} x - K & x > 0 \\ x + K & x < 0 \end{cases}$$

برد ضابطه اول $y > -K$ و برد ضابطه دوم $y < K$ است. برای آن که برد این دو ضابطه اشتراک نداشته باشند باید:
 $K \leq -K \Rightarrow K \leq 0$

۱۶۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f(x) = x \\ g(x) = K \end{cases} \Rightarrow K - x = \frac{2}{x} \Rightarrow x^2 - Kx + 2 = 0$$

$$x_1 + x_2 = K = 6$$

$$f \circ g(3) = f(K) = K = 6$$

۱۶۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow g \circ f(x) = g(0) = 0$$

$$x > 0 \Rightarrow f(x) = 2x \Rightarrow g \circ f(x) = g(2x) = \frac{2x}{1+2x}$$

$$y = \frac{2x}{1+2x} \Rightarrow y + 2yx = 2x \Rightarrow x = \frac{y}{2-2y}$$

$$x > 0 \Rightarrow \frac{y}{2-2y} > 0 \Rightarrow 0 < y < 1$$

پس برد تابع $g \circ f$ بازه $(0, 1)$ است.

۱۶۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ضابطه سهمی به صورت $g(x) = -(x+1)^2 + 4$ و ضابطه خط به صورت $f(x) = x + 3$ است.

$$y = \sqrt{g \circ f(x)} \Rightarrow g \circ f \geq 0 \Rightarrow -(x+1)^2 + 4 \geq 0 \Rightarrow (x+1)^2 \leq 4 \Rightarrow -6 \leq x \leq -2$$

۱۶۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f(x) = -x + 3 \\ g(x) = 2x \end{cases} \Rightarrow y = \sqrt{f \circ g(x)} = \sqrt{-2x + 3}$$

دامنه تابع بازه $(-\infty, \frac{3}{2}]$ است که فقط نمودار گزینه (۲) به این صورت است.

۱۶۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آن که دامنه f تغییر نکند باید صورت و مخرج آن را در $x - 2$ ضرب کنیم.

$$f(x) = \frac{x}{x-2} = \frac{x(x-2)}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 4 \\ c = -2 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -2$$