

۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می توان متوازی الاضلاعی رسم کرد که لوزی نباشد.

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر زوایای دو مثلث با هم برابر باشند، دو مثلث متشابه هستند و همیشه نمی باشد.

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عکس گزینه ۳ این گونه است: «هر دو زاویه مکمل،  $90^\circ$  می باشند» که این نادرست است. مانند دو زاویه  $60^\circ$  و  $120^\circ$  که مکمل هستند ولی  $90^\circ$  نمی باشند.

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: عدد  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}}$  عددی گویا است، زیرا:

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{8}{18}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$$

گزینه ۲: توجه کنید که عدد اعشاری  $\frac{3}{14}$  عددی گویا است، در حالی که  $\pi$  یک عدد گنگ است. پس عدد  $\frac{\pi}{3/14}$

عدد گنگ می‌باشد، از طرفی  $\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$  پس:  $\frac{\pi}{3/14} \notin (\mathbb{R} - \mathbb{Q}')$  یا  $\frac{\pi}{3/14} \in \mathbb{Q}'$  بنابراین  $\frac{\pi}{3/14} \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q}')$

نادرست است.

$$\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\} \Rightarrow 0 \in (\mathbb{W} - \mathbb{N})$$

گزینه ۳: درست است.

گزینه ۴: مجموعه اعداد گویا زیرمجموعه اعداد صحیح نیست، زیرا به عنوان مثال:  $\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$  ولی  $\frac{3}{2} \notin \mathbb{Z}$  پس  $\mathbb{Q} \not\subset \mathbb{Z}$

صحیح است.

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

الف) متناهی است.      ب) متناهی است.      پ) متناهی است.

ت) نامتناهی است، زیرا:  $\{10, 20, 30, \dots\}$

ث) نامتناهی است، در بازه  $(1, 2)$  بی‌نهایت عدد گنگ وجود دارد، زیرا این هر دو عدد حقیقی، بی‌شمار عدد گویا و بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.

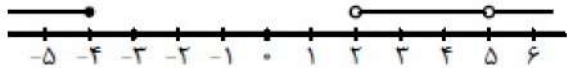
ج) متناهی است: مقسوم‌علیه‌های صحیح ۱۲ عبارتند از:

$\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$

بنابراین دو تا از مجموعه‌های فوق نامتناهی هستند.

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا  $A'$  را یافته و روی محور نشان می‌دهیم:

$$A' = \mathbb{R} - A \Rightarrow A' = (-\infty, 4] \cup (2, 5) \cup (5, +\infty)$$



بررسی گزینه‌ها:

$$[-4, 2) \Rightarrow \text{اشتراک با } A' = \{-4\}$$

گزینه ۱:

$$(-4, 3) \cup \{5\} \Rightarrow \text{اشتراک با } A' = (2, 3)$$

گزینه ۲:

$$(-3, 1] \cup \{5\} \Rightarrow \text{اشتراک با } A' = \emptyset$$

گزینه ۳:

$$[5, +\infty) \Rightarrow \text{اشتراک با } A' = (5, +\infty)$$

گزینه ۴:

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموعه مورد نظر همان مجموعه اعداد گویا است.

$$A - N, B = W, C = Z, D = Q, E = R$$

۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر تعداد مربع‌های رنگی کوچک در مرحله  $n$  ام را با  $t_n$  نشان دهیم، داریم:

$$t_n = (n+1)^2 - (n-1)^2 + 4 = n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1) + 4$$

$$t_n = n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 + 4 = 4n + 4$$

$$t_n = 204 \Rightarrow 4n + 4 = 204 \Rightarrow 4n = 200 \Rightarrow n = 50$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_n = 3a_{n-1} - 2, a_1 = 2$$

$$a_2 = 3a_1 - 2 = 3 \times 2 - 2 = 4$$

$$a_3 = 3a_2 - 2 = 3 \times 4 - 2 = 10$$

$$a_4 = 3a_3 - 2 = 3 \times 10 - 2 = 28$$

$$a_5 = 3a_4 - 2 = 3 \times 28 - 2 = 84 - 2 = 82$$

$$a_6 = 3a_5 - 2 = 3 \times 82 - 2 = 246 - 2 = 244$$

$$a_7 = 3a_6 - 2 = 3 \times 244 - 2 = 732 - 2 = 730$$

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_3 = \frac{5}{4}, a_5 = \frac{5}{16} \Rightarrow \frac{a_5}{a_3} = q^2 = \frac{\frac{5}{16}}{\frac{5}{4}} = q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow q = \pm \frac{1}{2}$$

چون جملات مثبت هستند،  $q = \frac{1}{2}$  قابل قبول است.

$$a_3 = a_1 q^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow a_1 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow a_1 = 5$$

$$\begin{aligned} \text{حاصل ضرب بیست جمله اول} &= a_1 a_2 \dots a_{20} = a_1 \times a_1 q \times a_1 q^2 \times \dots \times a_1 q^{19} \\ &= \underbrace{(a_1 + a_1 \times \dots \times a_1)}_{\text{تا } 20} \times (q \times q^2 \times \dots \times q^{19}) = a_1^{20} \times q^{1+2+\dots+19} \end{aligned}$$

نکته: می‌دانیم  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  پس داریم:

$$1 + 2 + \dots + 19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$$

$$\text{حاصل ضرب بیست جمله اول} = a_1^{20} \times q^{190} = 5^{20} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{190} = \frac{5^{20}}{2^{190}} = \left(\frac{5^2}{2^{19}}\right)^{10} = \left(\frac{25}{2^{19}}\right)^{10}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می توان جمله عمومی را به صورت  $a_n = an^2 + bn + c$  نوشت:

$$\begin{array}{l}
 t_1 = -1 \Rightarrow \\
 t_2 = 4 \Rightarrow \\
 t_3 = 13 \Rightarrow
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 a + b + c = -1 \xrightarrow{\text{(I)}} \\
 4a + 2b + c = 4 \xrightarrow{\text{(I)}} \\
 9a + 3b + c = 13 \xrightarrow{\text{(I)}}
 \end{array} \right.
 \begin{array}{l}
 c = -a - b - 1 \text{ (I)} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 4a + 2b - a - 1 = 4 \\
 9a + 3b - a - b - 1 = 13
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$\begin{cases} 3a + b = 5 \\ 8a + 2b = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} a = 2 \text{ (I)} \\ b = -1 \end{array} \xrightarrow{\text{(I)}} c = -2 \Rightarrow t_n = 2n^2 - n - 2$$

$$\text{جمله چهارم} = t_4 = 2 \times 16 - 4 - 2 = 26$$

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قدر نسبت  $n$  واسطهٔ حسابی بین  $a$  و  $b$  برابر است با:

$$\frac{b - a}{n + 1}$$

$$\frac{b - a}{k + 1} = \frac{1}{2} \times \frac{b - a}{n + 1} \Rightarrow k + 1 = 2n + 2 \Rightarrow k = 2n + 1$$

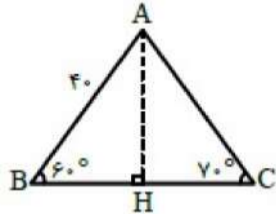
بنابراین:

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با رسم شکلی از مسئله داریم:

$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{40} \Rightarrow AH = 20\sqrt{3}$$

$$\sin 70^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow 0.94 = \frac{20\sqrt{3}}{AC} \Rightarrow AC = \frac{20\sqrt{3}}{0.94}$$

$$AC = \frac{20 \times 100\sqrt{3}}{94} = \frac{1000\sqrt{3}}{47}$$



۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} - \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \times \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} - \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - \cos \alpha)^2}{1 - \cos^2 \alpha}} - \frac{1}{|\sin \alpha|} = \frac{|1 - \cos \alpha|}{\sqrt{\sin^2 \alpha}} - \frac{1}{|\sin \alpha|}$$

$$= \frac{|1 - \cos \alpha|}{|\sin \alpha|} - \frac{1}{|\sin \alpha|} = \frac{|1 - \cos \alpha| - 1}{|\sin \alpha|} = \frac{1 - \cos \alpha - 1}{-\sin \alpha} = \frac{-\cos \alpha}{-\sin \alpha} = \cot \alpha$$

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{\sin^4 \alpha}{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} - \sin^2 \alpha} - 1 &= \frac{\sin^4 \alpha}{\frac{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}} - 1 \\ &= \frac{\sin^4 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)} - 1 = \frac{\sin^4 \alpha \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \sin^2 \alpha} - 1 = \cos^2 \alpha - 1 \\ &= 1 - \sin^2 \alpha - 1 = -\sin^2 \alpha \end{aligned}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از اتحاد  $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$  داریم:

$$\left(\frac{1}{\sin^2 x}\right)^2 + m\left(\frac{1}{\sin^2 x}\right) = \cot^4 x - 1 \Rightarrow$$

$$(1 + \cot^2 x)^2 + m(1 + \cot^2 x) = \cot^4 x - 1 \Rightarrow$$

$$(1 + \cot^2 x)(1 + \cot^2 x + m) = (\cot^2 x + 1)(\cot^2 x - 1)$$

با تقسیم طرفین تساوی بر  $1 + \cot^2 x$  داریم:

$$1 + \cot^2 x + m = \cot^2 x - 1 \Rightarrow 1 + m = -1 \Rightarrow m = -2$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & \sqrt{50} + \sqrt[3]{-27} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[4]{(-2)^4} + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} = \\ & 5\sqrt{2} + \sqrt[3]{-27} \times |-2| + |1 - \sqrt{2}| = 5\sqrt{2} + (-3) \times 2 - (1 - \sqrt{2}) = \\ & 5\sqrt{2} - 6 - 1 + \sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 7 \end{aligned}$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{شیب} = \frac{a}{۲} = \tan ۶۰^\circ \Rightarrow a = ۲\sqrt{۳}$$

$$۲y = ۲\sqrt{۳}x + ۴\sqrt{۳} - ۱$$

در محل برخورد با محور X ها  $y = ۰$  است.

$$\Rightarrow -۲\sqrt{۳}x = ۴\sqrt{۳} - ۱ \Rightarrow x = \frac{۴\sqrt{۳} - ۱}{-۲\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{۱۲ - \sqrt{۳}}{-۶} = \frac{\sqrt{۳} - ۱۲}{۶}$$

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{25}{16} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{9}{16} \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} \tan \alpha = \frac{3}{4}$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{4}{5}$$

ناحیه ۴  $\rightarrow$

$$\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{\frac{1}{21}} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10} = 1/1$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

عبارت: 
$$\left( \frac{\sqrt{11}(\sqrt{11}-1) + \sqrt{7}(\sqrt{11}-1)}{\sqrt{7}(\sqrt{7} + \sqrt{11})} \right)^2 = \left( \frac{(\sqrt{11}-1)(\sqrt{11} + \sqrt{7})}{\sqrt{7}(\sqrt{7} + \sqrt{11})} \right)^2$$

$$= \frac{(\sqrt{11}-1)^2}{7} = \frac{11+1-2\sqrt{11}}{7} = \frac{12-2\sqrt{11}}{7}$$

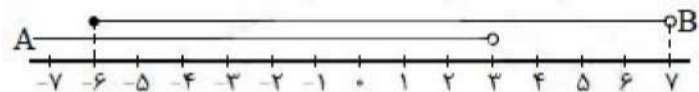
۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $Z - N'$  یعنی مجموعهٔ اعداد صحیح که در متمم  $N$  عضو نیستند که برابر است با مجموعهٔ اعداد صحیح که عضو  $N$  هستند، یعنی:

$$Z - N' = Z \cap N = N$$



۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = (-\infty, 3) \text{ و } B = [-6, 7)$$



$$\Rightarrow A \cap B = [-6, 3)$$

اعداد صحیح موجود در  $A \cap B$  عبارتند از:

$$9 = \text{تعداد} \Rightarrow 2, 1, 0, \dots, -4, -5, -6$$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر مجموعه افرادی که عضو گروه سرود هستند را با  $A$  و مجموعه افرادی که عضو گروه تئاتر هستند را با  $B$  نشان دهیم، داریم:

$$n(U) = 30, n(A) = 18, n(B) = 22$$

افرادی که عضو هیچ کدام از دو گروه نیستند، یعنی  $A' \cap B'$ :

$$n(A' \cap B') = 4$$

$$n(A \cup B)' = 4 \Rightarrow n(U) - n(A \cup B) = 4 \Rightarrow 30 - n(A \cup B) = 4 \Rightarrow n(A \cup B) = 26$$

$A \cap B$  = افرادی که عضو هر دو گروه هستند

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 26 = 18 + 22 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 40 - 26 = 14$$

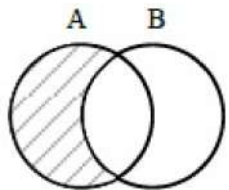
$\Rightarrow n(A - B) + n(B - A) =$  افرادی که فقط عضو یکی از دو گروه هستند

$$n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B) = 18 - 14 + 22 - 14 = 4 + 8 = 12$$

$$\Rightarrow \frac{n(A - B) + n(B - A)}{n(A \cap B)} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

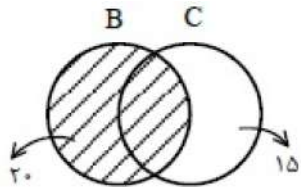
۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموعه «ج» و «د» متناهی هستند.

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$n(A \cup B) - n(A - B) = n(B) \Rightarrow n(B) = 15$$

تعداد اعضای  $B \cap C$  از تعداد اعضای  $C$ ، ۲۰ تا کم تر است، یعنی:



$$n(C - B) = 20$$

$$n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C) =$$

$$n(B) + n(C - B) = 15 + 20 = 35$$

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_n = 1 + 2 + \dots + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2} \Rightarrow a_n = \frac{16 \times 17}{2} = 136$$

جمله عمومی

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$d = 2 + a_1, a_3 + a_5 = a_1 + 2d + a_1 + 4d = 46 \Rightarrow 2a_1 + 6d = 46$$

$$\Rightarrow a_1 + 3d = 23 \Rightarrow a_1 + 4(2 + a_1) = 23 \Rightarrow a_1 + 8 + 4a_1 = 23$$

$$\Rightarrow 5a_1 = 15 \Rightarrow a_1 = 3 \Rightarrow d = 5 \Rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow a_n = 3 + (n - 1) \times 5 = 5n - 2 \Rightarrow a_n = 48 \Rightarrow 5n - 2 = 48$$

$$\Rightarrow 5n = 50 \Rightarrow n = 10$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در دنباله هندسی می‌دانیم:  $\frac{a_n}{a_m} = q^{n-m}$  بنابراین داریم:

$$\frac{a_9}{a_5} = q^4, \frac{a_{13}}{a_9} = q^4 \Rightarrow \frac{a_9}{a_5} = \frac{a_{13}}{a_9} \Rightarrow a_9^2 = a_5 \times a_{13}$$

$$\Rightarrow x^2 = (x-2)(x+4) \Rightarrow x^2 = x^2 + 2x - 8 \Rightarrow x = 4$$

$$a_5 = 2, a_9 = 4 \Rightarrow \frac{a_9}{a_5} = q^4 \Rightarrow q^4 = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow q^2 = \sqrt{2}$$

$$\frac{a_{20}}{a_{18}} = q^2 = \sqrt{2}$$

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{b-a} + \frac{1}{b-c} = 2 \times \frac{1}{2b} \Rightarrow \frac{b-c + b-a}{(b-a)(b-c)} = \frac{1}{b} \Rightarrow$$

$$b(2b - c - a) = (b-a)(b-c) \Rightarrow 2b^2 - bc - ab = b^2 - ab - bc + ac$$

$$\Rightarrow b^2 = ac \Rightarrow b \text{ واسطه هندسی بین } a \text{ و } c \text{ است.}$$



۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پول شخصی در بانک یک دنباله هندسی با قدر نسبت  $1/2$  است.

$$t_n = a \times 1/2^n = \frac{t_1}{t_7} = \frac{a \times 1/2^1}{a \times 1/2^7} = 1/2^3 = 1/8$$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{AC}{۲} = \cot ۳۰^\circ \Rightarrow \frac{AC}{۲} = \sqrt{۳} \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۳}$$

$$\frac{AB}{۲\sqrt{۳}} = \cos ۳۰^\circ \Rightarrow \frac{AB}{۲\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow AB = ۲$$

۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با فرض  $p = (x, y)$  داریم:

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x$$

$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{9}x^2 = 1 \Rightarrow \frac{13}{9}x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{13} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{\sqrt{13}}$$

در ناحیه دوم X منفی است، پس داریم:

$$x = -\frac{3}{\sqrt{13}} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{13}}\right) = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\sin \alpha = y = \frac{2}{\sqrt{13}}, \cos \alpha = x = -\frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha - \sin \alpha = -\frac{3}{\sqrt{13}} - \frac{2}{\sqrt{13}} = -\frac{5\sqrt{13}}{13}$$

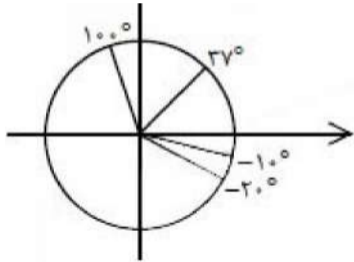
۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خط  $ax + by + 2 = 0$  از نقطه  $(0, -2)$  می‌گذرد، پس داریم:

$$ax + by + 2 = 0 \xrightarrow{(0, -2)} 0 - 2b + 2 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow ax + y + 2 = 0$$

$$y = -ax - 2 \Rightarrow \text{شیب خط} = a \Rightarrow -a = \tan 60^\circ \Rightarrow -a = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a = -\sqrt{3} \Rightarrow a\sqrt{3} - b = -\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 1 = -3 - 1 = -4$$

۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین کسینوس مربوط به زاویه‌ای است که نقطهٔ متناظرش در دایرهٔ مثلثاتی در سمت راست بقیه دیده می‌شود.



۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{1 + \sin^2 x}{\cos^2 x}} + \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1 + \cos^2 x}{\sin^2 x}} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{1}{\cos^2 x}} + \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin^2 x}} =$$

$$\frac{\cos^2 x \sin x}{\cos x} + \frac{\sin^2 x \cos x}{\sin x} = \cos x \sin x + \sin x \cos x = 2 \sin x \cos x$$

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x} = \frac{1}{\cos x \sin x}$$

۴۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طرفین را بر  $\cos^2 x$  تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{3 \sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{4 \sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = .$$

$$\Rightarrow 3 \tan^2 x - 4 \tan x + \tan^2 x + 1 = . \Rightarrow 4 \tan^2 x - 4 \tan x + 1 = .$$

$$\Rightarrow (2 \tan x - 1)^2 = . \Rightarrow \tan x = \frac{1}{2}$$



۴۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1 < \sqrt{2/1} < 2$$

$$1 < \sqrt{2/2} < 2$$

$$1 < \sqrt{2/9} < 2$$

$$9 < \underbrace{\sqrt{2/1} + \sqrt{2/2} + \dots + \sqrt{2/9}}_A < 18 \Rightarrow 8 < A < 27 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{A} < 3$$

۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = \sqrt[5]{-1024} = -\sqrt[5]{2^{10}} = -\sqrt[5]{(2^2)^5} = -\sqrt[5]{4^5} = -4 \Rightarrow \alpha = -4$$

$$\beta = \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5 \Rightarrow \beta = 5 \Rightarrow \alpha - \beta = -4 - 5 = -9$$

۹- ریشه دوم منفی عدد ۸۱ است، یعنی  $-\sqrt{81} = -9$

۴۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به  $\sqrt{-x}$  داریم:

$$-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$\sqrt{-x} \times |x| \times \sqrt[3]{x} = \sqrt{-x} \times (-x) \times \sqrt[3]{x} = -x \sqrt{-x} \times \sqrt[3]{x} = -25$$

$$x \sqrt{-x} \times \sqrt[3]{x} = 5^2 \xrightarrow{\text{توان ۶}} x^6 (-x)^3 x^2 = 5^{12}$$

$$-x^{11} = 5^{12} \Rightarrow x^{11} = -5^{12} \Rightarrow x = \sqrt[11]{-5^{12}} = -\sqrt[11]{5^{12}} = -\sqrt[11]{5^{11} \times 5} = -5 \sqrt[11]{5}$$

۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow 16 - 20 - 2 + m = 0 \Rightarrow m = 6$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 6$$

$$2x^3 - 5x^2 - x + 6 \quad \Big| \quad \underline{x - 2}$$

$$\underline{2x^3 - 4x^2}$$

$$-x^2 - x + 6$$

$$\underline{-x^2 + 2x}$$

$$+ \quad \underline{-}$$

$$-3x + 6$$

$$\underline{-3x + 6}$$

$$+ \quad \underline{-}$$

$$0$$

$$2x^2 - x - 3 \Rightarrow f(x) = (x - 2)(2x^2 - x - 3) = 0$$

↓

$$x = 2 \text{ و } 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$(x + 1)(2x - 3) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ و } x = \frac{3}{2}$$

۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 - 9x - 4 = 0 \Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x^2 + 2x - 7 = 0 \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-2}{1} = -2$$

گزینه (۱):

معادلهٔ گزینه (۱) دارای دو جواب متمایز است. مجموع ریشه‌ها در سایر گزینه‌ها به ترتیب عبارت است از:  $2$ ،  $-\frac{9}{2}$  و  $\frac{9}{2}$

۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$S = ۵, P = ۲, A = |x_1 \sqrt{x_2} - x_2 \sqrt{x_1}| \Rightarrow A^2 = (x_1 \sqrt{x_2} - x_2 \sqrt{x_1})^2$$

$$\Rightarrow A^2 = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - 2x_1 x_2 \sqrt{x_1 x_2} = x_1 x_2 (x_1 + x_2) - 2x_1 x_2 \sqrt{x_1 x_2}$$

$$\Rightarrow A^2 = p \cdot s - 2p \sqrt{p} = ۲ \times ۵ - ۲ \times ۲ \sqrt{۲} = ۱۰ - ۴\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow A = \pm \sqrt{۱۰ - ۴\sqrt{۲}} \xrightarrow{A > 0} A = \sqrt{۱۰ - ۴\sqrt{۲}}$$

۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون  $\alpha$  ریشه معادله است پس در معادله صدق می کند یعنی:

$$\alpha^2 + 4\alpha + 2m - 9 = 0 \Rightarrow \alpha^2 + 4\alpha = 9 - 2m$$

$$\alpha^2 + 6\alpha + 2\beta = m^2 - 2 \Rightarrow \alpha^2 + 4\alpha + 2\alpha + 2\beta = m^2 - 2$$

$$\Rightarrow 9 - 2m + 2(\alpha + \beta) = m^2 - 2 \Rightarrow 9 - 2m + 2(-4) = m^2 - 2$$

$$\Rightarrow 1 - 2m = m^2 - 2 \Rightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow (m - 1)(m + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

$$m = 1 \Rightarrow x^2 + 4x - 7 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \text{ قابل قبول}$$

$$m = -3 \Rightarrow x^2 + 4x - 15 = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \text{ قابل قبول}$$

۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left( \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{x^2-1} \right) \times (x^2-1)$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-1) + (x+1)^2 = 4 \Rightarrow x^2 + x - 2 + x^2 + 2x + 1 = 4$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \text{ و } x_2 = -\frac{5}{2}$$

ریشه  $x_1 = 1$  عضو دامنه تعریف نیست و بنابراین معادله فقط یک ریشه برابر  $x = -\frac{5}{2}$  دارد.



۴۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم قیمت جنس قبل از تخفیف  $X$  تومان بوده است، پس شخص می‌توانسته تعداد  $\frac{1000}{X}$  از جنس بخرد، بنابراین از تخفیف قیمت جنس چند برابر  $X - 15$  و تعداد برابر  $\frac{990}{X - 15}$  است.

$$\frac{1000}{X} + 1 = \frac{990}{X - 15} \Rightarrow (X - 15)(X + 1000) = 990X$$

$$\Rightarrow X^2 + 985X - 15000 = 990X \Rightarrow X^2 - 5X - 15000 = 0$$

$$(X - 125)(X + 120) = 0 \Rightarrow \begin{cases} X = -120 & \text{غ ق ق} \\ X = 125 & \text{ق ق} \end{cases}$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3x + 4 = \sqrt{x^2 + 5} \xrightarrow{3x + 4 \geq 0} 9x^2 + 24x + 16 = x^2 + 5$$

$$\Rightarrow 8x^2 + 24x + 11 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{5}{4} \\ x = -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$3x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{4}{3}$$

۵۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر  $a$  و  $b$  ریشه‌های معادله  $۳x^2 - ۷x + ۳ = ۰$  باشند، می‌دانیم  $S = a + b = \frac{۷}{۳}$  و

$$P = ab = \frac{۳}{۳} = ۱ \text{ است، پس:}$$

$$ab = ۱ \Rightarrow b = \frac{۱}{a}$$

عبارت داده شده  $\frac{a^2 + ۱}{a} = a + \frac{۱}{a}$  در واقع همان  $a + b$  است که  $\frac{۷}{۳}$  می‌شود.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم  $(x^2 - 1)^2 = t \geq 0$  باشد، معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

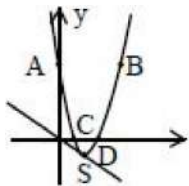
$$t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow (t + 1)(t - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \times \\ t = 3 \checkmark \end{cases}$$

$$t = (x^2 - 1)^2 = 3 \Rightarrow x^2 - 1 = \pm \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \text{جواب ندارد.} \Rightarrow x^2 = 1 - \sqrt{3} \\ x^2 = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \pm \sqrt{x + \sqrt{3}} \end{cases}$$

معادله دو ریشه دارد که مجموع آنها صفر است.

راه حل دوم: اگر  $x = a$  ریشه معادله باشد،  $x = -a$  هم ریشه آن است، پس مجموع ریشه‌های معادله صفر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عرض نقاط A و B برابر است، پس طول رأس سهمی برابر  $\frac{x_A + x_B}{2}$  است.



$$x_S = \frac{2 + 0}{2} = 1$$

رأس سهمی روی خط  $y = -x$  قرار دارد، پس مختصات آن به صورت  $S(1, -1)$  خواهد بود، بنابراین معادله سهمی به صورت  $y = a(x - 1)^2 - 1$  است. نقطه  $(0, 3)$  روی آن است، پس در معادله آن صدق می‌کند:

$$3 = a(0 - 1)^2 - 1 \Rightarrow 3 = a - 1 \Rightarrow a = 4$$

حالا نقاط C و D را پیدا می‌کنیم:

$$y = 4(x - 1)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow D = \frac{3}{2} \\ x - 1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = \frac{1}{2} \end{cases}$$

فاصله C تا D برابر  $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$  است.

۵۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هر نقطه روی  $y = \sqrt{2x + 5}$  به صورت  $(x, \sqrt{2x + 5})$  است. فاصله آن از A را پیدا می‌کنیم:

$$d = \sqrt{(x - 3)^2 + (\sqrt{2x + 5} - 0)^2} = \sqrt{x^2 - 6x + 9 + 2x + 5} = \sqrt{x^2 - 4x + 14}$$

وقتی d کم‌ترین مقدار می‌شود که  $x^2 - 4x + 14$  کم‌ترین مقدار خود را داشته باشد. کم‌ترین مقدار آن هم برابر  $f\left(\frac{-b}{2a}\right) = f(2)$  است:

$$d_{\min} = \sqrt{2^2 - 4(2) + 14} = \sqrt{10}$$

۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $x = 2$  باید در معادله صدق کند:

$$\frac{a}{3} = \frac{-3}{9} + \frac{3-a}{3} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{-1}{3} + \frac{3-a}{3} \xrightarrow{\times 3} a = 2 - a \Rightarrow a = 1$$

حالا  $a$  را برابر ۱ قرار می‌دهیم و معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{1}{x+1} = \frac{1-2x}{1+x^2} + \frac{2}{x^2-x+1}$$

طرفین را در  $x^3 + 1 = (x+1)(x^2-x+1)$  ضرب می‌کنیم:

$$x^2-x+1 = 1-2x+2(x+1) \Rightarrow x^2-x+1 = 3 \Rightarrow x^2-x-2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

توجه کنید که ریشه دیگر معادله ۱- نیست چون مخرج را صفر می‌کند، پس معادله فقط یک ریشه  $x = 2$  را دارد.

۵۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنید دستگاه دوم در  $X$  ساعت آزمون را تصحیح کند، در این صورت در یک ساعت  $\frac{1}{X}$  کار را انجام می دهد. دستگاه اول هم در این مدت  $\frac{1}{5}$  کار را انجام می دهد، پس:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{X} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 15X} 3X + 15 = 5X \Rightarrow 2X = 15 \Rightarrow X = 7.5$$



۵۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{3-x} + \sqrt{2x+3} = 3 \xrightarrow{\text{توان } 2} 3-x+2x+3+2\sqrt{(3-x)(2x+3)} = 9$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{(3-x)(2x+3)} = 3-x \xrightarrow{\text{توان } 2} 4(-2x^2+3x+9) = 9-6x+x^2$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 18x - 27 = 0 \xrightarrow{\div 9} x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

هر دو ریشه در معادله اولیه صدق می‌کنند و قابل قبول هستند، پس مجموع آنها برابر است با:  $3 + (-1) = 2$ .

۵۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$p = 2x^2 - 3x - 5 \Rightarrow p = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 + 40 = 49$$

$$x = \frac{3 \pm 7}{4} = -1, \frac{5}{2} \Rightarrow$$

|   |    |               |
|---|----|---------------|
| x | -1 | $\frac{5}{2}$ |
| p | +  | +             |

عبار p به ازای اعداد بین -1 تا  $\frac{5}{2}$  منفی است و فقط  $-1 + \sqrt{7}$  بین -1 تا  $\frac{5}{2}$  است.

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = 1/4 + 1/7 = 3/1 > \frac{5}{2}, -1 - \sqrt{2} < -1, \frac{13}{5} = 2/6 > \frac{5}{2}$$

$$-1 < -1 + \sqrt{7} < \frac{5}{2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ریشه‌های عبارت  $-2x + ax + b$  همان ریشه‌های عبارت  $x^2 - x - 6$  هستند چون در غیر این صورت عبارت در ریشه‌های عبارت اول، تغییر علامت می‌دهد.

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3, -2$$

$$\begin{cases} x = 3 \Rightarrow -2 \times 3^2 + 3a + b = 0 \Rightarrow \\ x = -2 \Rightarrow -2(-2)^2 - 2a + b = 0 \Rightarrow \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 18 \\ -2a + b = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 12 \end{cases}$$

$$b - a = 12 - 2 = 10$$

۶۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2x}{x+1} - \frac{3x+1}{x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{2x(x+3) - (x+1)(3x+1)}{(x+1)(x+3)} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2 + 2x - 1}{(x+1)(x+3)} \geq 0 \Rightarrow \frac{-(x-1)^2}{(x+1)(x+3)} \geq 0$$

|                    |   |      |    |      |   |
|--------------------|---|------|----|------|---|
|                    |   | -۳   | -۱ | ۱    |   |
| $-(x-1)^2$         | - | -    | -  | -    | - |
| $x+1$              | - | +    | +  | +    | + |
| $x+3$              | - | -    | +  | +    | + |
| سمت چپ<br>نامعادله | - | +    | -  | -    | - |
|                    |   | جواب |    | جواب |   |

$$x \in (-3, -1) \cup \{1\}$$

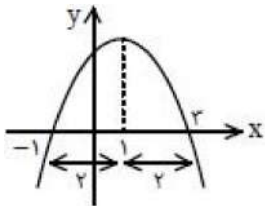
یعنی اعداد صحیح ۲- و ۱ در نامعادله صدق می کنند.

۶۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{(x^2 + 3x)}_t - (x^2 + 3x) - 12 = 0 \Rightarrow t^2 - t - 12 = 0 \Rightarrow (t - 4)(t + 3) = 0$$

$$\begin{cases} t = 4 \Rightarrow x^2 + 3x = 4 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow \text{مجموع} = \frac{-b}{a} = -3 \\ t = -1 \Rightarrow x^2 + 3x = -1 \Rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

۶۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ریشه‌های معادله درجه دوم نسبت به طول رأس آن متقارن هستند یعنی  $x = -1$  هم ریشه است و باید در معادله داده شده صدق کند.



$$ax^2 + bx + c = 0$$

ریشه  $x = -1$

$$\longrightarrow a(-1)^2 + b(-1) + c = 0 \Rightarrow a + c = b$$

۶۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بیشترین مقدار تابع  $f(x) = -x^2 + \frac{7}{2}x + c$  در  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{7}{4}$  رخ می‌دهد و برابر  $\frac{1}{16} = 0.0625 = f\left(\frac{7}{4}\right)$  است.

$$f(x) = x\left(-x + \frac{7}{2}\right) + c \Rightarrow f\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{7}{4}\left(\frac{-7}{4} + \frac{7}{2}\right) + c$$

$$\Rightarrow \frac{7}{4}\left(\frac{7}{4}\right) + c = \frac{49}{16} + c = \frac{1}{16} \Rightarrow c = \frac{1 - 49}{16} = \frac{-48}{16} = -3$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر ریشه‌های  $x^2 + mx + m + 1 = 0$  را  $\alpha, \beta$  در نظر بگیریم در این صورت ریشه‌های  $x^2 - 6x + n = 0$  برابر  $\alpha^2$  و  $\beta^2$  هستند.

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-m}{1}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{m+1}{1}, \quad \alpha^2 + \beta^2 = \frac{-b}{a} = 6$$

$$\underbrace{(\alpha + \beta)^2}_{-m} = \underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_6 + \underbrace{2\alpha\beta}_{m+1} \Rightarrow m^2 = 6 + 2m + 2$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \Rightarrow (m - 4)(m + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 4 & \text{قق ق} \\ m = -2 & \text{قق} \end{cases}$$

اگر  $m = 4$  باشد، معادله به صورت  $x^2 + 4x + 5 = 0$  می‌شود و چون  $\Delta < 0$  است اصلاً ریشه‌ای ندارد. اگر

$m = -2$  باشد، معادله  $x^2 - 2x - 1 = 0$  است و ۲ ریشه دارد، پس فقط  $m = -2$  قابل قبول است.



۶۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \frac{(2ax + 3)(1 - x) + a(x^2 + x + 1)}{(x^2 + x + 1)(1 - x)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \frac{2ax - 2ax^2 + 3 - 3x + ax^2 + ax + a}{1 - x^3}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \frac{-ax^2 + (3a - 3)x + 3 + a}{1 - x^3} \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \frac{ax^2 + (3 - 3a)x - 3 - a}{x^3 - 1}$$

$$\Rightarrow x^2 + 1 = ax^2 + (3 - 3a)x - 3 - a \Rightarrow (a - 1)x^2 + (3 - 3a)x - 4 - a = 0$$

$$\text{حاصل ضرب جوابها} = \frac{c}{a} = \frac{-4 - a}{a - 1} = 5 \Rightarrow -4 - a = 5a - 5 \Rightarrow 6a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{6}$$

۶۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x+1} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 3x+1 = 2-x+1+2\sqrt{2-x}$$

$$\Rightarrow 4x-2 = 2\sqrt{2-x} \xrightarrow{\div 2} 2x-1 = \sqrt{2-x}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x^2 - 4x + 1 = 2 - x \Rightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(4x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق ق} \\ x = -\frac{1}{4} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$x = -\frac{1}{4}$  در معادله صدق نمی کند، پس قابل قبول نیست.

$$\sqrt{3x+1} - \sqrt{2-x} = 1 \xrightarrow{x = -\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

پس معادله فقط یک جواب  $x = 1$  را دارد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع دو ریشهٔ منفی دارد یعنی باید شرط‌های  $\Delta > 0$ ،  $\frac{-b}{a} < 0$  و  $\frac{c}{a} > 0$  برقرار باشند.

در گزینه (۲)،  $\Delta < 0$  است، در گزینه (۳)،  $\frac{c}{a} < 0$  است و در گزینه (۴)،  $\frac{-b}{a} > 0$  پس جواب گزینه (۱) می‌شود.

۶۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم علی در  $X$  ساعت و محمد در  $X + 9$  ساعت این کار را انجام می دهند. در

این صورت در ۱ ساعت علی  $\frac{1}{X}$  کار و محمد  $\frac{1}{X+9}$  کار را انجام می دهند.

$$\frac{1}{X+9} + \frac{1}{X} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{X+9+X}{(X+9)X} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{2X+9}{X^2+9X} = \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow 40X + 180 = X^2 + 9X \Rightarrow X^2 - 31X - 180 = 0 \Rightarrow (X+5)(X-36) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق ق } X = 36 \\ \text{غ ق ق } X = -5 \end{cases}$$

علی در ۳۶ ساعت و محمد در  $36 + 9 = 45$  ساعت کتاب را تایپ می کنند.

۶۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{\frac{x^2 + 3}{x}} + 2\sqrt{\frac{x}{x^2 + 3}} = 3$$

اگر فرض کنیم  $\sqrt{\frac{x^2 + 3}{x}} = A$  است داریم:

$$A + \frac{2}{A} = 3 \Rightarrow \frac{A^2 + 2}{A} = 3 \Rightarrow A^2 - 3A + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (A - 2)(A - 1) = 0 \Rightarrow A = 2, A = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 2 \Rightarrow \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x}} = 2 \Rightarrow \frac{x^2 + 3}{x} = 4 \Rightarrow x^2 + 3 = 4x \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{x^2 + 3}{x}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2 + 3}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ جواب ندارد} \end{array} \right.$$

۷۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -1, P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$$

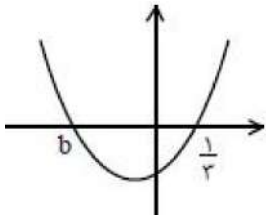
$$d = |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{5}}{1} \Rightarrow \alpha - \beta = \pm\sqrt{5}$$

$$\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)}{-1} = \frac{\pm\sqrt{5}(-1)}{-1} = \pm\sqrt{5}$$

فقط  $-\sqrt{5}$  در گزینه‌ها است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. یک تابع درجه ۲ وقتی فقط در فاصله  $(b, \frac{1}{3})$  کم‌تر از صفر است یعنی  $\frac{1}{3}$  و  $b$  ریشه‌های

آن می‌باشند، پس  $x = \frac{1}{3}$  ریشه  $f(x) = ax^2 + \wedge x - a$  است.



$$f(x) = ax^2 + \wedge x - a$$

$$\begin{aligned} x = \frac{1}{3} &\rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}a + \frac{\wedge}{3} - a = 0 \Rightarrow \frac{\wedge}{3} = \frac{\wedge}{9}a \Rightarrow a = 3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x^2 + \wedge x - 3 = (3x - 1)(x + 3)$$

بنابراین ریشه‌های  $f(x)$  برابر  $x_1 = \frac{1}{3}$  و  $x_2 = -3$  هستند و این تابع در فاصله  $(-3, \frac{1}{3})$  منفی است، پس  $b = -3$

می‌شود.

۷۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جدول مربوط به یک عبارت درجه ۱ است، پس  $a = -۳$  می باشد.

$$f(x) = (a + ۳)x^۲ + ax + b \xrightarrow{a = -۳} f(x) = -۳x + b$$

از طرفی با توجه به جدول  $f(b + ۱) = ۰$  است.

$$-۳(b + ۱) + b = -۲b - ۳ = ۰ \Rightarrow b = \frac{-۳}{۲}$$

بنابراین  $f(x) = -۳x - \frac{۳}{۲}$ ، حالا  $f(b) = f\left(\frac{-۳}{۲}\right)$  را پیدا می کنیم:

$$f(b) = f\left(\frac{-۳}{۲}\right) = -۳\left(\frac{-۳}{۲}\right) - \frac{۳}{۲} = \frac{۹}{۲} - \frac{۳}{۲} = ۳$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. عبارت  $(-x^2 + ax + b)(x + 1)$  ریشه ۱- دارد. از طرفی چون در فاصله  $[-\infty, 1]$  بزرگتر مساوی صفر است،  $x = 1$  هم باید ریشه آن باشد، پس جدول تعیین علامت باید این شکلی باشد:

|      |    |   |   |
|------|----|---|---|
| x    | -1 | 1 |   |
| f(x) | +  | ○ | + |
|      | ○  | ○ | - |

یعنی در  $x = -1$  باید ریشه مضاعف داشته باشد. پس عبارت  $-x^2 + ax + b$  دارای ۲ ریشه است که یکی از آنها  $x = 1$  و دیگری  $x = -1$  است:

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow -1 + a + b = 0 \\ x = -1 \Rightarrow -1 - a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow b = 1, a = 0$$

$$a - b = 0 - 1 = -1$$

۷۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار تابع  $y = f(x)$  می‌توانیم آن را تعیین علامت کنیم:

|                    | -۲ | ۰   | ۱   | ۳   |   |
|--------------------|----|-----|-----|-----|---|
| $x+۲$              | -  | +   | +   | +   | + |
| $f(x)$             | +  | +   | -   | -   | + |
| $\frac{x+۲}{f(x)}$ | -  | +   | -   | -   | + |
|                    | ○  | ت.ن | ت.ن | ت.ن |   |

در فاصله  $[-۲, ۰) \cup (۳, +\infty)$  که  $\frac{x+۲}{f(x)}$  نامنفی است که شامل بی‌شمار عدد صحیح است.

۷۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در عبارت  $-x^2 + x - 1$ ،  $\Delta < 0$ ،  $a < 0$  است، پس این عبارت همواره منفی است،

بنابراین باید عبارت  $\frac{5 - x^2}{|x - 2|} \geq 0$  باشد. از طرفی مخرج با شرط  $x \neq 2$  همواره مثبت است، پس باید  $5 - x^2 \geq 0$

باشد:

$$5 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 5 \Rightarrow -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$$

در نامعادله بالا اعداد صحیح  $2, 1, 0, -1, -2$  صدق می کنند که  $x = 2$  را کنار می گذاریم، چون مخرج را صفر می کند، پس ۴ عدد صحیح در نامعادله صدق می کنند.

۷۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = (2x + a)^2 - 2x = 4x^2 + 4ax + a^2 - 2x = 4x^2 + (4a - 2)x + a^2$$

می دانیم محور تقارن  $y = ax^2 + bx + c$  برابر  $x = \frac{-b}{2a}$  می باشد.

پس محور تقارن  $y = 4x^2 + (4a - 2)x + a^2$  برابر است با:

$$\frac{-(4a - 2)}{2(4)} = 1 \Rightarrow -4a + 2 = 8 \Rightarrow -4a = 6 \Rightarrow a = \frac{-3}{2}$$

۷۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید عبارت  $|a+1| - 1$  منفی باشد.

$$1 - |a+1| < 0 \Rightarrow |a+1| > 1 \Rightarrow \begin{cases} a+1 > 1 \Rightarrow a > 0 \\ a+1 < -1 \Rightarrow a < -2 \end{cases}$$

بنابراین  $a \in (-\infty, -2) \cup (0, 2) = \mathbb{R} - [-2, 0]$  است.

۷۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x-1}{2} < 3x+1 < \frac{3-x}{3}$$

$$۱) \frac{x-1}{2} < 3x+1 \Rightarrow x-1 < 6x+2 \Rightarrow 5x > -3 \Rightarrow x > -\frac{3}{5}$$

$$۲) 3x+1 < \frac{3-x}{3} \Rightarrow 9x+3 < 3-x \Rightarrow 10x < 0 \Rightarrow x < 0$$

از اشتراک بازه‌های بالا به  $\left(-\frac{3}{5}, 0\right)$  می‌رسیم.

۷۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فاصله دو عدد فرد متوالی ۲ واحد است، پس اگر عدد اول  $X$  باشد، عدد دوم  $X + ۲$  می شود:

$$X^2 + (X + ۲)^2 = ۲۹۰ \Rightarrow X^2 + X^2 + ۴X + ۴ = ۲۹۰$$

$$\Rightarrow ۲X^2 + ۴X - ۲۸۶ = ۰ \xrightarrow{\div ۲} X^2 + ۲X - ۱۴۳ = ۰$$

$$\Rightarrow (X + ۱۳)(X - ۱۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} X_1 = -۱۳ & \text{غ ق ق} \\ X_2 = ۱۱ & \text{ق ق} \end{cases}$$

چون اعداد باید طبیعی باشند، پس  $X = ۱۱$  قابل قبول است، بنابراین این دو عدد ۱۳ و ۱۱ هستند که حاصل ضرب آنها هم  $۱۳ \times ۱۱ = ۱۴۳$  می شود.

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید  $f(x) > g(x)$  باشد یعنی  $ax - ۳ > -x + b$  است.

$$ax + x - ۳ - b > ۰ \Rightarrow (a + ۱)x - ۳ - b > ۰$$

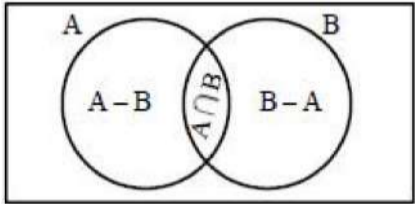
شرط آن که عبارت بالا همواره مثبت باشد این است که  $a + ۱ = ۰$  باشد، به علاوه  $-۳ - b > ۰$  یعنی  $b < -۳$  است.

$$a + ۱ = ۰ \Rightarrow a = -۱, b < -۳$$

بنابراین  $a + b < -۴$  است و فقط گزینه (۴) می تواند صحیح باشد.



۸۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار ون زیر واضح است که:



$$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 15 - 4 = 11$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها در صورتی اشتراک این دو بازه متناهی می باشد که:

$$\frac{m+1}{2} \leq \frac{2m+4}{5} \Rightarrow 5m+5 \leq 4m+8 \Rightarrow m \leq 3$$

پس به ازای ۳ مقدار طبیعی ۱، ۲ و ۳ برای  $m$ ، اشتراک دو بازه متناهی است.

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به قسمت رنگی که قسمت اشتراک  $B$  و  $C$  می باشد به جز قسمتی که در  $A$  است، قسمت رنگ شده را می توان نوشت:

$$(B \cap C) - A = (B \cap C) \cap A' = (B \cap A') \cap C = (B - A) \cap C$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مجموعهٔ مرجع نامتناهی است، پس چون  $A$  متناهی است،  $A'$  نامتناهی است، ولی در

مورد  $B'$  نمی‌توان چیزی گفت یعنی اگر  $B$  نامتناهی باشد،  $B'$  ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد، بنابراین:

$A - B' = A \cap B \Rightarrow$  اشتراک مجموعهٔ متناهی  $A$  با هر مجموعه‌ای، متناهی است.

$A' \cap B' \Rightarrow$   $A'$  نامتناهی است و چون  $B'$  نامشخص است، پس نمی‌توان اظهار نظر کرد.

$A' \cup B \Rightarrow$   $A'$  نامتناهی است و اجتماع آن با هر مجموعه‌ای، نامتناهی است.

پس فقط یک مجموعه از سه مجموعه لزوماً متناهی است.

۱۸۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق الگویی که مشاهده می‌شود  $a_n$  یک مربع است که هر ضلع آن  $n + 2$  واحد است و در هر شکل یک ردیف به علاوه دو مربع از ردیف بالایی آن رنگ نشده است، پس تعداد مربع‌های رنگ شده در شکل  $a_n$  برابر است با:

$$a_n = (n + 2)^2 - (n + 2 + 2) = n^2 + 4n + 4 - n - 4 = n^2 + 3n$$

$$\Rightarrow a_{21} - a_{20} = 21^2 + 3 \times 21 - 20^2 - 3 \times 20$$

$$= \underbrace{21^2 - 20^2}_{(21-20)(21+20)} + 3(21 - 20) = 41 + 3 = 44$$

$$(21-20)(21+20)$$

۸۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \{2^{3x} \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 20\} = \{2^3, 2^6, 2^9, \dots, 2^{60}\}$$

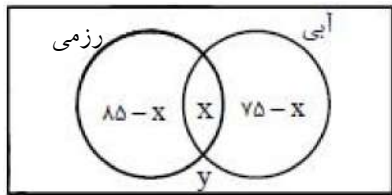
$$B = \{2^{5x} \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\} = \{2^5, 2^{10}, 2^{15}, \dots, 2^{50}\}$$

پس  $A \cap B$  مجموعه اعدادی که ۲ به توان مضارب ۱۵ رسیده است یعنی:

$$A \cap B = \{2^{15}, 2^{30}, 2^{45}\}$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 10 - 3 = 27$$

۸۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار ون زیر را در نظر بگیرید:



$$85 - x + x + 75 - x + y = 100$$

$$\Rightarrow 160 - x + y = 100 \Rightarrow x = y + 60$$

پس چون حداقل  $y$  صفر است، پس حداقل  $x$  برابر ۶۰ است و چون  $75 - x$  نمی تواند منفی شود، پس حداکثر  $x$  برابر ۷۵ است، بنابراین:

$$\begin{cases} a = 60 \\ b = 75 \end{cases} \Rightarrow b - a = 75 - 60 = 15$$

۸۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} t_5 - t_3 = 6 \Rightarrow t_1 q^4 - t_1 q^2 = 6 \\ t_6 - t_4 = 3 \Rightarrow t_1 q^5 - t_1 q^3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 q^2 (q^2 - 1) = 6 \\ t_1 q^3 (q^2 - 1) = 3 \end{cases}$$

تقسیم

$$\longrightarrow q = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = -32$$

$$t_1 t_2 \dots t_{20} = t_1 \cdot t_1 q \cdot t_1 q^2 \dots t_1 q^{19} = t_1^{20} q^{1+2+\dots+19}$$

$$= t_1^{20} q^{\frac{19 \times 20}{2}} = t_1^{20} q^{190} = (t_1^{20} q^{190})^{10} = (2^{10} \times 2^{-190})^{10}$$

$$= (2^{-9})^{10} = 2^{-90} = 2^K \Rightarrow K = -90$$



۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم مجموع جملات دوم و  $n$ ام برابر صفر است، پس:

$$a_2 + a_n = 0 \Rightarrow a_1 + d + a_1 + (n-1)d = 0$$

$$\Rightarrow 2a_1 + d + nd - d = 0 \Rightarrow nd = -2a_1 \xrightarrow{a_1 = -12} nd = 24$$

چون  $n$  و  $d$  طبیعی هستند، پس  $n$  فقط می‌تواند مقسوم‌علیه‌های ۲۴ باشد یعنی:  $n \in \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ ، اما  $n \neq 2$  می‌باشد، پس مسأله ۷ جواب دارد.

۹۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$V = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{ضلع مکعب} = a = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \Rightarrow \text{مساحت کل} = 6a^2 = 6\sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{\frac{36}{2}} = \sqrt[3]{18}$$

$$27 < 18 < 64 \Rightarrow 3 < \sqrt[3]{18} < 4$$

۹۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[4]{\sqrt{x \cdot \sqrt{x}} \cdot \sqrt{x}} = \sqrt[4]{\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x}} = \sqrt[4]{\sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[2]{x}} = \sqrt[4]{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = x = ۰$$

۹۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای آن که دو عبارت رادیکالی را بتوان بر هم تقسیم کرد باید هم فرجه شوند. می دانیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x} = \sqrt[6]{x^3} \\ \sqrt[3]{x} = \sqrt[6]{x^2} \quad x \geq 0 \\ \sqrt[3]{x} = -\sqrt[6]{x^2} \quad x < 0 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\sqrt{2-a}}{\sqrt[3]{a-2}} = \frac{\sqrt{2-a}}{-\sqrt[3]{2-a}} = \frac{\sqrt[6]{(2-a)^3}}{-\sqrt[6]{(2-a)^2}} = -\sqrt{2-a}$$

۹۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 6x + 5} = \frac{(x-2)^2 - 1}{(x-2)^2 - 4} = \frac{(-\sqrt{19})^2 - 1}{(-\sqrt{19})^2 - 4} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

۹۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + 1)^2 - a^2 = (a^2 + 1 + a)(a^2 + 1 - a)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{a^4 + a^2 + 1}{a^2 + a + 1}} + 3a = \sqrt{\frac{(a^2 + 1 + a)(a^2 + 1 - a)}{a^2 + a + 1}} + 3a$$

$$= \sqrt{a^2 + 1 - a + 3a} = \sqrt{a^2 + 2a + 1} = \sqrt{(a + 1)^2} = |a + 1| \xrightarrow{a > 100} = a + 1$$

۹۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + 4 = 3x \Rightarrow x^2 - 3x = -4$$

$$A = (x - 1)(x + 1)(x - 2)(x - 4) = (x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3x - 4)$$

$$= (-4 + 2)(-4 - 4) = -2 \times -8 = 16$$

۹۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{\sqrt{5-2}} = \frac{1}{\sqrt{5-2}} \times \frac{\sqrt{5+2}}{\sqrt{5+2}} = \frac{\sqrt{5+2}}{5-4} = \sqrt{5+2}$$

$$\frac{4}{3+\sqrt{5}} = \frac{4}{3+\sqrt{5}} \times \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \frac{4(3-\sqrt{5})}{9-5} = 3-\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4 + \frac{1}{\sqrt{5-2}} + \frac{4}{3+\sqrt{5}}} = \sqrt{4 + \sqrt{5+2} + 3-\sqrt{5}} = \sqrt{9} = 3$$



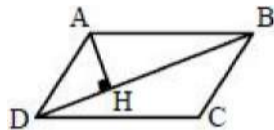
۹۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} a^3 - 3a + 2 &= a^3 - a - 2a + 2 = a(a-1)(a+1) - 2(a-1) \\ &= (a-1)(a^2 + a - 2) = (a-1)(a-1)(a+2) = (a-1)^2(a+2) \end{aligned}$$

۹۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اول معادله BD را به دست می آوریم:

$$m_{BD} = \frac{-3 - 0}{0 - 4} = \frac{3}{4} \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 0 = \frac{3}{4}(x - 4) \xrightarrow{\times 4} 4y = 3x - 12 \Rightarrow 4y = 3x + 12 = 0$$



حالا فاصله A از BD را حساب می کنیم:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4(1) - 3(2) + 12|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

۹۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر  $A'$  قرینه  $A$  نسبت به  $B$  باشد، آن گاه داریم:

$$\frac{x_A + x_{A'}}{2} = x_B = 1 \Rightarrow x_{A'} = 2 - m$$

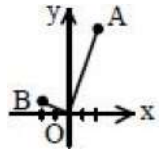
مختصات رأس سهمی  $y = x^2 - 2x - 3m - 4$  را هم از رابطه  $S = \left( -\frac{b}{2a}, \frac{\Delta}{4a} = f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right)$  به دست می آید،

$$x_S = \frac{-(-2)}{2 \times 1} = 1$$

پس:

$A'$  روی رأس سهمی واقع شده، پس  $2 - m = 1$ ، در نتیجه  $m = 1$  است.

۱۰۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقاط را در دستگاه نشان می‌دهیم، ببینید. با توجه به شکل می‌توان حدس زد که اندازه زاویه  $\widehat{AOB}$  برابر  $90^\circ$  است، این موضوع را بررسی می‌کنیم:

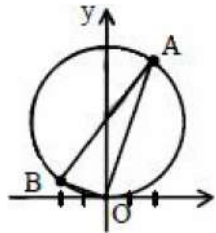


$$m_{OB} = -\frac{1}{2}, \quad m_{OA} = \frac{4}{2} = 2$$

OA و OB بر هم عمودند و AB قطر دایره است.

$$AB = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{16 + 16} = 5$$

پس اندازه شعاع دایره  $\frac{5}{2}$  است و مساحت آن برابر است با:



$$S = \pi R^2 = \pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25\pi}{4}$$

۱۰۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فاصله  $O'$  تا خط  $3x - 4y - 1 = 0$ ، برابر نصف طول ضلع مربع است:

$$\frac{a}{2} = \frac{|3(1) - 4(4) - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{14}{5} \Rightarrow a = \frac{28}{5} \Rightarrow S = \left(\frac{28}{5}\right)^2 = 3136/25$$

۱۰۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله خط BC را می نویسیم:

$$y - (-1) = \frac{2 - (-1)}{0 - 3}(x - 3) \Rightarrow y + 1 = -(x - 3) \Rightarrow BC: x + y - 2 = 0.$$

AH خطی است که از A می گذرد و بر BC عمود است، پس:

$$AH: y - 5 = -\frac{1}{-1}(x - 2) \Rightarrow x - y + 3 = 0.$$

محل تلاقی این دو خط پای عمود است:

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}, y = \frac{5}{2}$$

۱۰۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. O وسط A و B است، پس:

$$\begin{cases} 1 = \frac{a + (-2)}{2} \Rightarrow a = 4 \\ c = \frac{3 + b}{2} \Rightarrow b = 2c - 3 \quad (I) \end{cases}$$

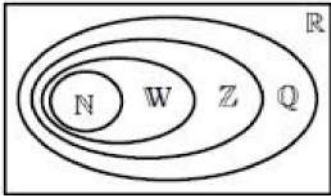
و OA و OB چون شعاع دایره هستند، مقدارشان ۵ است.

$$OA = 5 \Rightarrow \sqrt{(4 - 1)^2 + (c - 3)^2} = 5 \Rightarrow (c - 3)^2 = 16$$

$$c - 3 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} c = -1 \xrightarrow{(I)} b = -5 \\ c = 7 \text{ در ربع چهارم نیست.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow ac - b = 4(-1) - (-5) = 1$$

۱۰۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل داریم:



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$$



۱۰۵-

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $۶^۴ = ۲۱۶$  و  $۷^۴ = ۲۴۰۱$  هستند، پس:

$$۶ < \sqrt[۴]{۲۵۰} < ۷ \Rightarrow A + B = ۶ + ۷ = ۱۳$$

۱۰۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر  $M$  نقطه‌ای وسط  $BC$  باشد داریم:

$$M = \frac{B + C}{2} = \left( \frac{-3 + 0}{2}, \frac{7 + 1}{2} \right) = \left( \frac{-3}{2}, 4 \right)$$

معادله خطی را می‌خواهیم که از نقاط  $A(2, 4)$  و  $M\left(\frac{-3}{2}, 4\right)$  می‌گذرد، چون عرض این خطها یکسان است پس

معادله خط  $y = 4$  می‌شود.

۱۰۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از شکل به جدول زیر می‌رسیم:

|                 | شکل ۱ | شکل ۲ | شکل ۳ |
|-----------------|-------|-------|-------|
| تعداد پاره‌خطها | ۴     | ۱۰    | ۱۶    |

$\xrightarrow{+6}$        $\xrightarrow{+6}$

همان‌طور که می‌بینید شکل‌ها از یک الگوی خطی پیروی می‌کنند. جمله عمومی آن  $a_n = 6n - 2$  است. تعداد جملات دنباله یازدهم برابر است با:

$$a_{11} = 6(11) - 2 = 66 - 2 = 64$$

۱۰۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تعداد جملات تا انتهای دسته چهاردهم برابر است با:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 14 = \frac{14 \times 15}{2} = 7(15) = 105$$

بنابراین جمله اول دسته پانزدهم برابر ۱۰۶ امین جمله دنباله است. جمله عمومی این دنباله را می‌توانیم به صورت  $a_n = 2n$  فرض کنیم، پس داریم:

$$a_{106} = 2(106) = 212$$

۱۰۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n = 1 \Rightarrow a_2 = 2a_1 + k = 2 + k$$

$$n = 2 \Rightarrow a_3 = 2a_2 + k = 2(2 + k) + k = 4 + 3k$$

$$n = 3 \Rightarrow a_4 = 2a_3 + k = 2(4 + 3k) + k = 8 + 7k$$

سؤال گفته  $a_4 = 22$  است:

$$a_4 = 8 + 7k = 22 \Rightarrow 7k = 22 - 8 = 14 \Rightarrow k = 2$$

حالا  $a_5$  را پیدا می‌کنیم:

$$n = 4 \Rightarrow a_5 = 2a_4 + k = 2(22) + 2 = 44 + 2 = 46$$

۱۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$65 + 2d = 59 \Rightarrow 2d = -6 \Rightarrow d = -3$$

جمله اول دنباله  $a = 65$  و قدرنسبت  $d = -3$  است. جمله عمومی دنباله را می نویسیم:

$$a_n = 65 + (n - 1)(-3) = 65 - 3n + 3 = 68 - 3n$$

برای پیدا کردن تعداد جملات مثبت قرار می دهیم  $a_n > 0$ ، داریم:

$$68 - 3n > 0 \Rightarrow 68 > 3n \Rightarrow n < \frac{68}{3} \approx 22/7 \Rightarrow n = 1, 2, \dots, 22$$

جملات اول تا بیست و دوم مثبت هستند.

۱۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a = aq + aq^2 = \frac{3}{4}$$

$$aq^3 + aq^4 + aq^5 = -6 \Rightarrow q^3(a + aq + aq^2) = -6$$

دو عبارت را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{a + aq + aq^2}{q^3(a + aq + aq^2)} = \frac{1}{q^3} = \frac{\frac{3}{4}}{-6} = \frac{-1}{8} \Rightarrow q = -2$$

با جایگذاری  $q$  در رابطه اول،  $a$  را هم پیدا می‌کنیم:

$$a - 2a + 4a = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

۱۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قدرنسبت دنباله هندسی برابر است با:

$$q = \frac{11 - 9}{9 - 6} = \frac{2}{3}$$

پس جملات به ترتیب برابر  $\frac{4}{9}a$  و  $\frac{2}{3}a$  و  $a$  هستند که نسبت بزرگترین به کوچکترین آنها برابر است با:

$$\frac{\frac{a}{4}}{\frac{4}{9}a} = \frac{9}{4} = 2/25$$



۱۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای گزینه‌های ۱، ۲ و ۳، مثال نقض ارائه می‌کنیم:

(۱) اگر  $A = W$  و  $B = N$  باشد در این صورت:

$$A - B = \{ \cdot \}$$

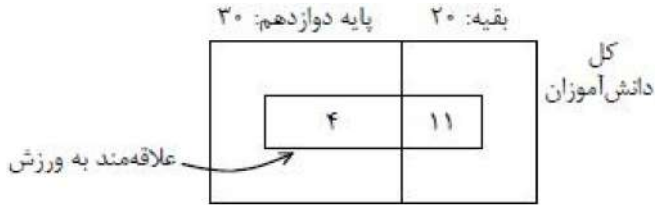
(۲) اگر  $A$  مجموعه اعداد فرد و  $B$  مجموعه اعداد زوج باشد در این صورت  $A \cap B = \emptyset$  است.

(۳) اگر  $A = B = R$  باشد در این صورت:  $A' \cap B' = \emptyset \cap \emptyset = \emptyset$  می‌شود.

(۴) توجه کنید که  $(B - A)' = (B \cap A')' = B' \cup A$  است و چون  $A$  نامتناهی است، پس  $B' \cup A$  هم حتماً

نامتناهی می‌شود.

۱۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار،  $20 - 11 = 9$  دانش آموز داریم که پایه دوازدهم نیستند و به ورزش علاقه ندارند.



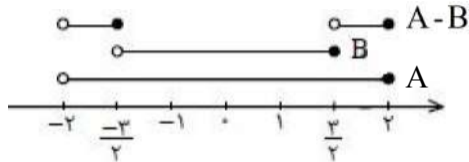
۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \{2x | x \in (-1, 2]\} = \{2x | -1 < x \leq 2\} = (-2, 4]$$

$$B = \{x | 2x + 1 \in A\} = \{x | -2 < 2x + 1 \leq 4\} = \{x | -3 < 2x \leq 3\} = \left\{x \mid \frac{-3}{2} < x \leq \frac{3}{2}\right\} = \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$$

حالا  $A - B$  را حساب می‌کنیم:

$$A - B = \left(-2, \frac{-3}{2}\right] \cup \left(\frac{3}{2}, 4\right]$$



۱۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x + \frac{2}{x} = 5 \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 + \frac{4}{x^2} + 4 = 25 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} = 21$$

$$A = x - \frac{2}{x} \xrightarrow{\text{توان } 2} A^2 = x^2 + \frac{4}{x^2} - 4 = 17 \Rightarrow A = \pm \sqrt{17}$$

۱۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{24}} &= \frac{2}{2\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{3}} = \frac{2}{2(\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{3})} \\ &= \frac{1}{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}}{2 - 2} = -\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{9} \end{aligned}$$

۱۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^4 + 3x^2 + 4 = (x^4 + 4x^2 + 4) - x^2 = (x^2 + 2)^2 - x^2 = (x^2 + 2 - x)(x^2 + x + 2)$$

پس عامل‌های  $x^4 + 3x^2 + 4$  عبارت‌های  $x^2 - x + 2$  و  $x^2 + x + 2$  هستند.

۱۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$2^3 = 4 + 3ab(2) \Rightarrow 8 - 4 = 6ab \Rightarrow ab = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

برای پیدا کردن  $a^2 + b^2$ ،  $a + b$  را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \Rightarrow 2^2 = a^2 + b^2 + 2\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow a^2 + b^2 = 4 - \frac{4}{3} = \frac{12 - 4}{3} = \frac{8}{3}$$

۱۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x = \frac{a}{\sqrt{-a}} = \frac{-\sqrt{-a} \times \sqrt{-a}}{\sqrt{-a}} = -\sqrt{-a}$$

چون  $0 < a < -1$  است، پس:

$$-a < \sqrt{-a} \Rightarrow a > -\sqrt{-a} \Rightarrow a > x$$

گزینه‌های ۱ و ۳ حذف می‌شوند، به علاوه چون  $y = \sqrt{a^2} > 0$  است، از  $a$  و  $x$  بزرگ‌تر خواهد بود، پس:

$$y > a > x$$