

الگو، یک ساختار منظم از اشکال، تصاویر، صداها، نمادها، وقایع یا عددهاست که ممکن است تکرار شوند، رشدکننده یا ترکیبی از این دو باشد.

هر الگو یک جمله عمومی دارد که ساختار جملات آن الگو را مشخص می کند. الگوها می توانند خطی یا غیرخطی باشند.

الگوهای خطی: الگوهایی را که جمله عمومی آنها به صورت $t_n = an + b$ (عدد طبیعی n) است، الگوهای خطی می نامیم.

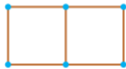
الگوهای غیرخطی: الگوهایی را که جمله عمومی آنها (پس از ساده کردن) به صورت خطی نباشد، الگوهای غیرخطی می نامیم؛ برای نمونه:

شکل (۱)



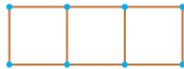
$$3(1) + 1 = 4$$

شکل (۲)



$$3(2) + 1 = 7$$

شکل (۳)



$$3(3) + 1 = 10$$

الگوی بالا مربوط به یک الگوی خطی با جمله عمومی $t_n = 3n + 1$ است.

شکل (۱)



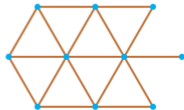
$$2(1)^2 - 1 = 1$$

شکل (۲)



$$2(2)^2 - 1 = 7$$

شکل (۳)



$$2(3)^2 - 1 = 17$$

الگوی صفحه قبل مربوط به یک الگوی غیرخطی با جمله عمومی $t_n = 2n^2 - 1$ است.

🕒 **تست:** اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات در هر دسته برابر شماره آن دسته باشد. ... (۱), (۳, ۵), (۷, ۹, ۱۱), ...
دسته سی‌ام کدام است؟ (تجربی ۹۴)

(۱) ۱۷۰۰ (۲) ۱۷۵۰ (۳) ۱۸۰۰ (۴) ۱۸۵۰

پاسخ گزینه «۳»

الگوی مربوط به مجموع دو جمله اول و آخر در هر دسته را، از دسته دوم به بعد (چون دسته اول فقط یک جمله دارد)، محاسبه می‌کنیم:

$$\text{دسته دوم: } (۳, ۵) \quad ۳ + ۵ = ۸ = ۲(۲)^۲$$

$$\text{دسته سوم: } (۷, ۹, ۱۱) \quad ۷ + ۱۱ = ۱۸ = ۲(۳)^۲$$

$$\text{دسته چهارم: } (۱۳, ۱۵, ۱۷, ۱۹) \quad ۱۳ + ۱۹ = ۳۲ = ۲(۴)^۲$$

⋮

مجموع دو جمله اول و آخر در دسته n ام الگوی بالا، به صورت $2n^2$ است؛ بنابراین مجموع دو جمله اول و آخر دسته ۳۰ ام برابر است با:

$$۲(۳۰)^۲ = ۲ \times ۹۰۰ = ۱۸۰۰$$

هر تعداد عدد را که پشت سر هم قرار می‌گیرند، یک دنباله می‌نامیم.

این عددها جملات دنباله نامیده می‌شوند؛ برای نمونه به دنباله‌های زیر

توجه کنید: $1, 2, 3, \dots$ ، $1/4, \pi, 12, \dots$ ، $2, 4, 6, \dots$

چاشنی: دنباله‌هایی را که هر کدام از جملات آن‌ها (به جز چند جمله اول) به جملات قبل از خود وابسته باشند، **دنباله‌های بازگشتی** نامیده می‌شوند. **دنباله فیبوناچی** یکی از مشهورترین

دنباله‌های بازگشتی است:

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3 \end{cases}$$

تست: در یک دنباله اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ داریم:

$$a_n = 2a_{n-1} + 1 \quad (\text{تجربی ۹۵})$$

$$127 \quad (1) \quad 159 \quad (2) \quad 247 \quad (3) \quad 255 \quad (4)$$

پاسخ گزینه «۴»

این دنباله یک دنباله بازگشتی است و برای پیدا کردن جمله هشتم باید جمله هفتم و برای جمله هفتم نیز باید جمله ششم و... را داشته

$$a_2 = 2a_1 + 1 = 2(1) + 1 = 3 \quad \text{باشیم، بنابراین:}$$

$$a_3 = 2a_2 + 1 = 7, a_4 = 2(7) + 1 = 15$$

$$a_5 = 31, a_6 = 63, a_7 = 127, a_8 = 255$$

دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می‌آید، یک دنباله حسابی نامیده می‌شود؛ به آن عدد ثابت، **قدر نسبت دنباله** می‌گویند.

نام دیگر الگوهای عددی، **دنباله‌های حسابی** است.

چاشنی: اگر قدر نسبت دنباله را با d و جمله اول آن را با t_1

نمایش دهیم، جمله عمومی دنباله از رابطه زیر به دست می آید:

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

تست: در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول دنباله، 51 و

پنجمین جمله آن 8 است. این دنباله چند جمله مثبت دارد؟

$$4 \quad (4) \qquad 5 \quad (3) \qquad 6 \quad (2) \qquad 7 \quad (1)$$

پاسخ گزینه « 1 »

ابتدا جمله عمومی دنباله را پیدا می کنیم:

$$t_1 + t_2 + t_3 = 51 \Rightarrow t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d)$$

$$= 3t_1 + 3d = 51 \Rightarrow t_1 + d = 17$$

$$\text{و } t_5 = 8 \Rightarrow t_1 + 4d = 8$$

$$\begin{cases} t_1 + d = 17 \\ -t_1 - 4d = -8 \end{cases} \quad \text{در نتیجه:}$$

$$-3d = 9 \Rightarrow d = -3, t_1 = 20$$

بنابراین جمله عمومی دنباله برابر است با:

$$t_n = 20 + (n-1)(-3) = -3n + 23$$

برای تعیین تعداد جملات مثبت، باید $-3n + 23$ مثبت شود؛ پس:

$$-3n + 23 > 0 \Rightarrow -3n > -23 \xrightarrow{\div(-3)} n < \frac{23}{3} \simeq 7/6$$

جملات اول تا هفتم این دنباله مثبت اند.