

$$\begin{cases} PV = nRT \\ P_1 V_1 = P_2 V_2 \\ P_2 = \frac{1}{2} P_1 \end{cases}$$

$$\rightarrow P_1 V_1 = \frac{1}{2} P_1 V_2 \rightarrow V_2 = 2V_1$$

نمودار فرآیند انبساط بی‌دررو و هم‌دما را نظر می‌گیریم:

در فرآیند هم‌دما، فشار و حجم رابطه عکس دارند. V_2 را برحسب V_1 محاسبه می‌کنیم.

در فرآیند انبساط بی‌دررو طبق نمودار بالا خواهیم داشت:

$$\begin{cases} V'_2 < V_2 \\ V_2 < 2V_1 \end{cases} \rightarrow V'_2 < 2V_1$$

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه ۱: نقاط ابتدا و انتهای مسیر یکسان نیستند، بنابراین تغییرات انرژی درونی برابر با صفر نمی‌باشد و انرژی درونی تغییر می‌کند.

گزینه ۲ و ۴: مساحت زیر نمودار $P - V$ برابر با کار انجام‌شده در آن بازه می‌باشد.

$$\begin{cases} S_{AB} = W_{AB} = -P_1 \Delta V_{AB} \rightarrow W_{AB} < 0 \\ \Delta V_{AB} > 0 \\ S_{CD} = W_{CD} = -P_2 \Delta V_{CD} \rightarrow W_{CD} > 0 \\ \Delta V_{CD} < 0 \end{cases}$$

از آنجایی که $P_1 < P_2$ ، در نتیجه $|\Delta V_{AB}| = |\Delta V_{CD}|$ ، بنابراین کاری که گاز روی محیط انجام می‌دهد منفی است و کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد مثبت است.

گزینه ۱ و ۳: برای بررسی انرژی درونی، ابتدا دما را در نقاط A و D محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} T_A = \frac{P_1 V_A}{nR} \\ T_D = \frac{P_2 V_A}{nR} \end{cases} \xrightarrow{P_2 > P_1} T_D > T_A \rightarrow \Delta U_D > \Delta U_A$$

ابتدا مقدار گرما در هر فرآیند را محاسبه و سپس باهم جمع جبری می کنیم:

$$\text{(فرآیند هم حجم ab)} \rightarrow Q_{ab} = nC_{MV} \Delta T_{ab} \xrightarrow{\Delta T_{ab}=100K} Q_{ab} = C_{MV}(100)$$

$$\text{(فرآیند هم فشار bc)} \rightarrow Q_{bc} = nC_{MP} \Delta T_{bc} \xrightarrow{\Delta T_{bc}=200K} Q_{bc} = C_{MP}(200)$$

$$\text{(فرآیند هم حجم cd)} \rightarrow Q_{cd} = nC_{MV} \Delta T_{cd} \xrightarrow{\Delta T_{cd}=-200K} Q_{cd} = C_{MV}(-200)$$

$$\text{(فرآیند هم فشار da)} \rightarrow Q_{da} = nC_{MP} \Delta T_{da} \xrightarrow{\Delta T_{da}=-100K} Q_{da} = C_{MP}(-100)$$

$$Q_T = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da}$$

$$Q_T = 100C_{MV} + 200C_{MP} - 200C_{MV} - 100C_{MP} = 100C_{MP} - 100C_{MV}$$

بنابراین مقدار Q_T برابر است با:

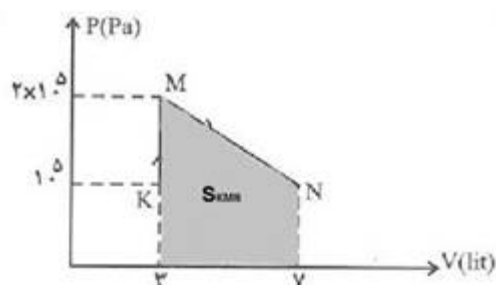
$$\left\{ \begin{array}{l} Q_T = 100C_{MP} - 100C_{MV} \\ C_{MV} = \frac{3}{2}R \\ C_{MP} = \frac{5}{2}R \\ R = 8 \text{ J/mol.K} \end{array} \right. \rightarrow Q_T = 100 \times \frac{5}{2} \times 8 - 100 \times \frac{3}{2} \times 8 = 800 \text{ J}$$

نقاط ابتدایی و انتهایی دو مسیر یکسان است ($\Delta U_{KN} = \Delta U_{KMN}$) و فرآیند هم فشار است، بنابراین: $nR\Delta T = P\Delta V$ از طرفی $W_{KMN} = -S_{KMN}$ در نتیجه داریم:

$$\Delta U_{KN} = \Delta U_{KMN} \rightarrow Q_{KN} + W_{KN} = Q_{KMN} + W_{KMN}$$

$$\rightarrow nC_{MP}\Delta T - P\Delta V = Q_{KMN} + W_{KMN} \xrightarrow{C_{MP}=\frac{5}{2}R} \frac{5}{2}nR\Delta T - P\Delta V = Q_{KMN} - S_{KMN} (*)$$

برای محاسبه S_{KMN} شکل زیر را در نظر می گیریم:

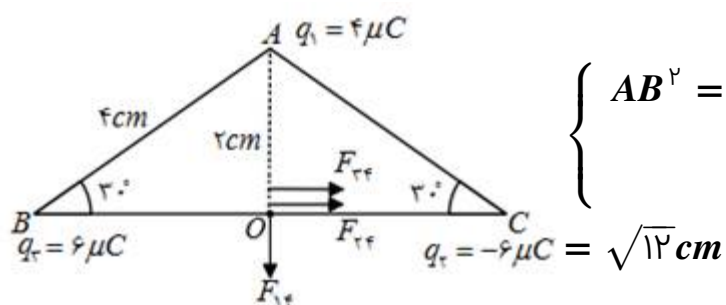


$$\begin{aligned} (*) \rightarrow \frac{5}{2}P\Delta V - P\Delta V &= Q_{KMN} - \frac{(2 \times 10^5 + 10^5)}{2} \times 4 \times 10^{-3} \\ \xrightarrow{P=1.5 \text{ Pa}} \frac{5}{2} \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3} &= Q_{KMN} - 6 \times 10^{-3} Q_{KMN} \\ \Delta V = (2-1) \times 10^{-3} \text{ m} & \\ &= 1600 \text{ J} \end{aligned}$$

الف) نقطه O در وسط خط واصل دو بار $BO = OC$

ب) نیروی وارد بر بار $q_f = \mu C$ چند نیوتن است؟ $\leftarrow ?N = \vec{F} = \vec{F}_{1f} + \vec{F}_{2f} + \vec{F}_{3f}$

ابتدا فواصل OA و OB را به دست می‌آوریم. ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است بنابراین در مثلث AOB ، $AO = 2cm$ است. طبق رابطه فیثاغورث خواهیم داشت:



$$\begin{cases} AB^2 = OB^2 + OA^2 \\ AB = 4cm \Rightarrow 16 = OB^2 + 4 \Rightarrow OB = OC \\ OA = 2cm \end{cases}$$

حال به محاسبه مؤلفه‌های افقی و عمودی نیروی وارد شده به q_f می‌پردازیم:

مؤلفه افقی بردار برآیند نیروی وارد شده به q_f برابر است با:

$$\begin{aligned} \vec{F}_x &= |\vec{F}_{3f}| + |\vec{F}_{2f}| = \left| k \frac{q_3 q_f}{(OB)^2} \right| + \left| k \frac{q_2 q_f}{(OC)^2} \right| = 9 \times 10^9 \\ &\times \frac{1 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{12 \times 10^{-2}} + 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{12 \times 10^{-2}} = 90N \end{aligned}$$

مؤلفه عمودی بردار برآیند نیروی وارد شده به q_f برابر است با:

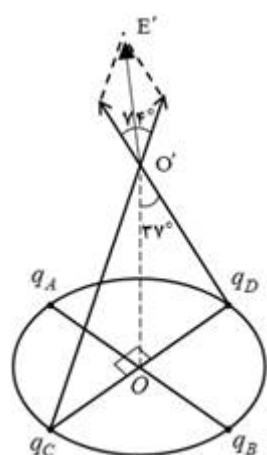
$$|\vec{F}_y| = k \frac{|q_1| |q_f|}{(OA)^2} = \frac{1 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-2}} = 9 \times 10 = 90N$$

بنابراین نیروی کل وارد شده به q_1 برابر است با:

$$\vec{F} = \sqrt{\vec{F}_x^2 + \vec{F}_y^2} = \sqrt{2 \times (90)^2} = 90\sqrt{2}N$$

الف) بزرگی میدان الکتریکی هریک از بارها در نقطه O' برابر $5 \times 10^4 \text{ N/C}$ است. $E = 5 \times 10^4 \text{ N/C}$
 ب) برآیند میدان های الکتریکی حاصل در نقطه O' چند نیوتن بر کولن است؟ $E_T = ? \text{ N/C}$

با توجه به شکل، ۴ بردار میدان الکتریکی در نقطه (O') ایجاد می شوند که زاویه بین دو بردار $2 \times 37^\circ = 74^\circ$ و زاویه بین دو بردار دیگر نیز $74^\circ = 2 \times 37^\circ$ است، که هر دو عدد از این بردارها در صفحه هایی قرار دارند که بر هم عمودند، لذا برآیند آنها در امتدادی عمود بر صفحه دایره قرار دارند که برای تعیین بردار برآیند به صورت زیر عمل می کنیم. از آنجایی که اندازه میدان الکتریکی بارها در نقطه O با هم برابر است، می توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

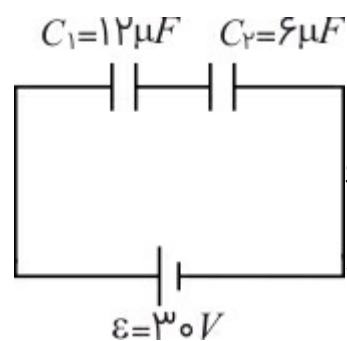


$$\begin{cases} E' = 2E \cos \frac{\theta}{2} \\ \theta = 74^\circ \end{cases} \Rightarrow E' = 2 \times 5 \times 10^4 \times \cos 37^\circ = 8 \times 10^4 \text{ N/C}$$

E' محاسبه شده، برآیند دو بردار میدان الکتریکی است، جمع برداری دو بردار دیگر نیز برابر با همین مقدار و هم جهت با E' است، بنابراین:

$$\begin{cases} E_T = 2E' \\ E' = 8 \times 10^4 \end{cases} \Rightarrow E_T = 2 \times 8 \times 10^4 = 16 \times 10^4 \text{ N/C}$$

در حالت اول، کلید K_1 بسته است و اختلاف پتانسیل دو سر مدار 30 V است. از طرفی چون K_2 باز است، خازن C_3 از مدار حذف می شود و اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_1 و C_2 برابر 30 V است. $V_T = V_{1,2} = 30 \text{ V}$

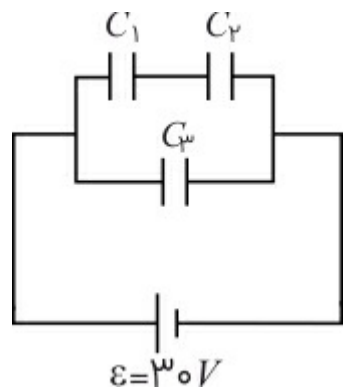


در حالت دوم که کلید K_2 را می بندیم، خازن C_3 با دو خازن متوالی C_1 و C_2 موازی می شود و اختلاف پتانسیل دو سر مدار با اختلاف پتانسیل خازن معادل C_1 و C_2 و همچنین خازن C_3 برابر است.

$$V'_T = V_{1,2} = V_3 = 30 \text{ V}$$

بنابراین با باز و بسته کردن کلید K_2 در اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_1 و C_2 تغییری حاصل نمی شود.

$$(V'_1 - V_1 = 0)$$



گزینه ۲

۸

در فرآیند هم‌حجم گرما را از رابطه $Q_V = nC_V\Delta T$ محاسبه می‌کنیم:

$$Q_1 = nC_V\Delta T \xrightarrow[\Delta T = T_2 - T_1 = T_1]{C_V = \frac{3}{2}R, T_2 = 2T_1} Q_1 = \frac{3}{2}nRT_1$$

و در فرآیند هم‌فشار، گرما را از رابطه $Q_P = nC_P\Delta T$ محاسبه می‌کنیم:

$$Q_2 = nC_P\Delta T \xrightarrow[\Delta T = T_2 - T_1 = 3T_1]{C_P = \frac{5}{2}R, T_2 = 4T_1} Q_2 = \frac{5}{2}nR(3T_1) \xrightarrow{T_2 = 2T_1} Q_2 = 15nRT_1$$

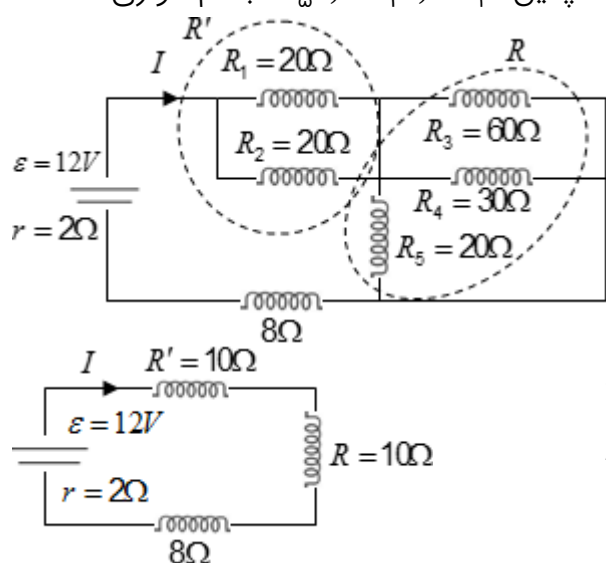
بنابراین:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{15nRT_1}{\frac{3}{2}nRT_1} = 10$$

گزینه ۳

۹

برای محاسبه جریان I باید مقاومت معادل را به دست بیاوریم. مقاومت‌های R_1 ، R_2 و همچنین R_3 ، R_4 ، R_5 با هم موازی هستند بنابراین مقاومت‌های معادل هرکدام برابر است با:



$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} \Rightarrow R' = 10\Omega$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} \Rightarrow R = 10\Omega$$

بنابراین مدارمان به صورت زیر درمی‌آید. با استفاده از قانون حلقه می‌توانیم I را محاسبه کنیم:

$$\varepsilon - Ir - IR' - IR - I \times 8 \Rightarrow 12 = I \times 28 \Rightarrow I = \frac{3}{7} = 0.42857 \text{ A}$$

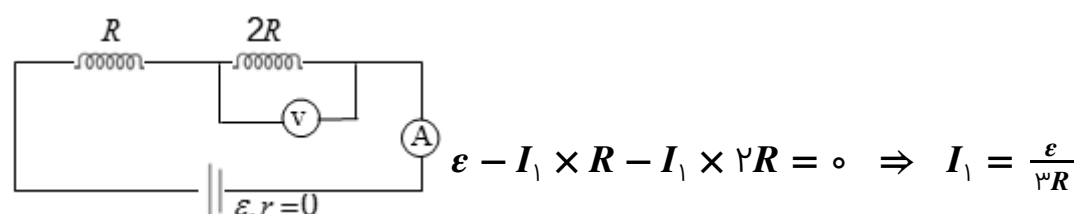
۰/۴A

گام اول

الف) کلید K باز است ← پس مقاومت $2R$ (مقاومت پایینی) در مدار نادیده گرفته می شود.
 ب) اگر کلید را ببندیم ← مقاومت $2R$ وارد مدار شده و با مقاومت بالای خود موازی می شود.
 ج) اعدادی که ولت سنج و آمپرسنج نشان می دهند چندبرابر می شوند؟ ← $\frac{V_2}{V_1} = ?$ $\frac{I_2}{I_1} = ?$

گام دوم

حالت اول) کلید باز است:



قاعده حلقه را می نویسیم تا I_1 را به دست بیاوریم:

اختلاف پتانسیل مقاومت $2R$ برابر است با:

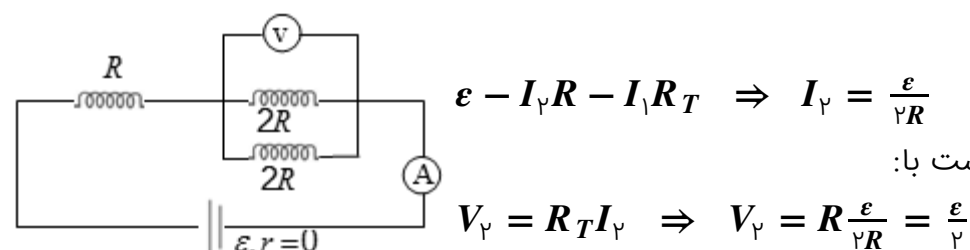
$$V_1 = 2RI_1 \Rightarrow V_1 = 2R \times \frac{\varepsilon}{3R} \Rightarrow V_1 = \frac{2}{3}\varepsilon$$

حالت دوم) کلید بسته است:

مقاومت های $2R$ به صورت موازی بسته شده اند؛ بنابراین مقاومت معادل آنها برابر است با:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_T = R$$

حال با استفاده از قاعده حلقه جریان I_2 را به دست می آوریم:



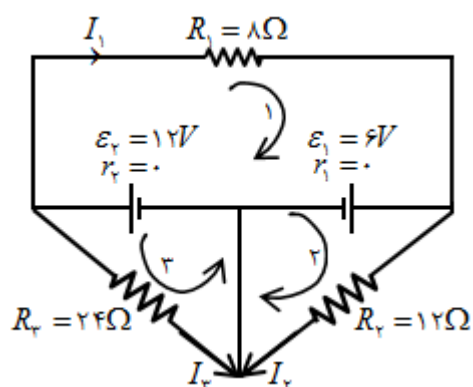
و همچنین اختلاف پتانسیلی که ولت سنج نشان می دهد برابر است با:

بنابراین نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ ، $\frac{V_2}{V_1}$ برابر است با:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{2}}{\frac{2\varepsilon}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{2R}}{\frac{\varepsilon}{3R}} = \frac{3}{2}$$

با نوشتن معادله حلقه‌های ۱، ۲ و ۳ و با استفاده از قوانین کیرشهف داریم:

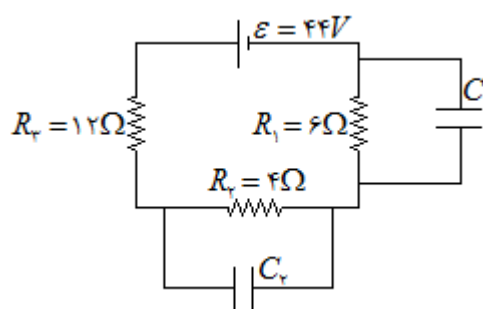


$$\text{حلقه ۱} : -I_1 R_1 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0 \Rightarrow -8I_1 - 6 + 12 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{6}{8} A = 0.75 A$$

$$\text{حلقه ۲} : \varepsilon_1 - I_2 R_2 = 0 \Rightarrow 6 - 24I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = 0.25 A$$

$$\text{حلقه ۳} : \varepsilon_2 - I_3 R_3 = 0 \Rightarrow 6 - 12I_3 = 0 \Rightarrow I_3 = 0.5 A$$

از خازن‌ها جریانی عبور نمی‌کند، پس مدار به صورت زیر درمی‌آید؛ با استفاده از قاعده حلقه می‌توانیم جریان را محاسبه کنیم:



$$\varepsilon - I(R_1 + R_2 + R_3) = 0 \Rightarrow I = \frac{44}{6+4+12} = 2 A$$

خازن C_2 با مقاومت R_2 و همچنین مقاومت R_1 با خازن C_1 ، دو به دو موازی‌اند ($V_R = V_C$). بنابراین با محاسبه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_1 و R_2 می‌توانیم انرژی خازن‌ها را محاسبه کنیم:

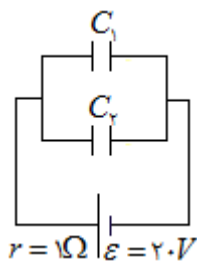
$$V_1 = R_1 I = 6 \times 2 = 12 V \Rightarrow V_{C_1} = 12 V$$

$$V_2 = R_2 I = 4 \times 2 = 8 V \Rightarrow V_{C_2} = 8 V$$

$$\begin{cases} U_T = U_1 + U_2 \\ U = \frac{1}{2} C V^2 \\ C_1 = 10 \mu F = 10 \times 10^{-6} F \\ C_2 = 20 \mu F = 20 \times 10^{-6} F \end{cases} \Rightarrow U_T = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-5} \times 144 + \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-5} \times 64$$

$$= 136 \times 10^{-5} J = 1.36 \times 10^{-3} J$$

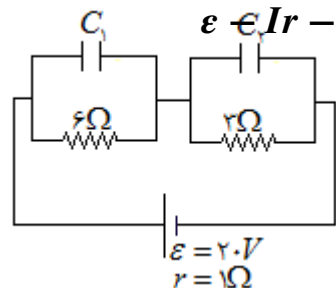
در حالت اول که کلید باز است، چون از خازن جریان الکتریکی نمی‌گذرد، جریانی در مدار برقرار نمی‌شود و اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر اختلاف پتانسیل دو سر نیروی محرکه است:



$$V_{C_1} = V_{C_2} = \varepsilon = 20 V$$

در حالت دوم که کلید بسته می‌شود در مدار جریان برقرار می‌شود. با توجه به اینکه خازن C_2 با مقاومت ۳ اهمی موازی است ($V_3 = V_{C_2}'$) کافی است اختلاف پتانسیل دو سر خازن ۳ اهمی را به دست بیاوریم. از خازن‌ها جریانی عبور نمی‌کند، بنابراین:

$$\varepsilon - \varepsilon - I r - I R_3 - I R_3 = 0 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{r + R_3 + R_3} = \frac{20}{1+6+3} = 2 A$$



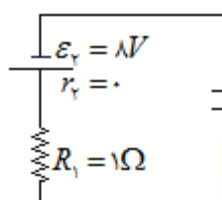
$$V_3 = I R_3 = 2 \times 3 = 6 V$$

$$V_{C_2}' = V_3 = 6 V$$

$$V_{C_2} - V_{C_2}' = 20 - 6 = 14 V$$

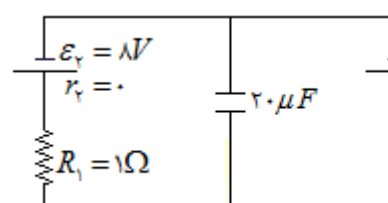
بنابراین تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر است با:

وقتی که کلید k باز است، مولد \mathcal{E}_1 از مدار خارج می‌شود. باتوجه به اینکه از خازن، جریان الکتریکی عبور نمی‌کند و اختلاف پتانسیل دو سر خازن برابر است با اختلاف پتانسیل دو سر نیروی محرکه مولد: $V_C = \mathcal{E}_2 = 8V$ پس بار ذخیره شده بر روی خازن برابر است با:



$$C = \frac{q_1}{V_C} \xrightarrow{C=20\mu F} q_1 = 20 \times 8 = 160\mu C$$

با بسته شدن کلید، مولد \mathcal{E}_1 نیز وارد مدار می‌شود. حال باید جریان مدار و سپس اختلاف پتانسیل دو سر خازن را به دست بیاوریم (توجه شود که از خازن جریانی عبور نمی‌کند). طبق قاعده حلقه، داریم:



$$\mathcal{E}_1 - IR_1 - IR_2 - \mathcal{E}_2 = 0 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_1 + R_2} = \frac{8 - 2}{1 + 0.5} = 4A$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن و در نهایت بار خازن و تغییرات آن برابر است با:

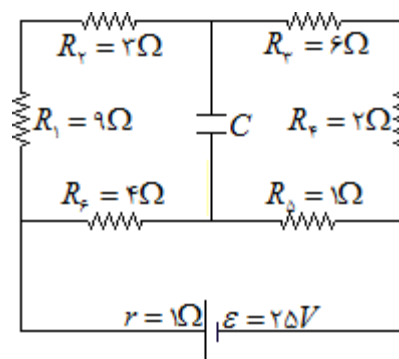
$$V'_C = \mathcal{E}_2 + IR_1 = 8 - 4 \times 1 = 4V$$

$$q_2 = CV'_C = 20 \times 4 = 80\mu C$$

$$q_2 - q_1 = 80\mu C - 160\mu C = -80\mu C$$

بنابراین بار روی خازن $80\mu C$ میکروکولن کاهش می‌یابد.

اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازن را محاسبه کنیم، می‌توانیم بار خازن را به دست بیاوریم. ابتدا جریان عبوری از مقاومت‌ها را باید مشخص کنیم. مقاومت‌های R_1, R_2, R_3, R_4 باهم سری هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



$$R_{1,2,3,4} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 9 + 3 + 6 + 2 = 20\Omega$$

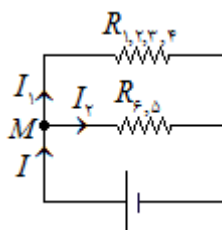
$$R_{5,6} = R_5 + R_6 = 1 + 4 = 5\Omega$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{1,2,3,4}} + \frac{1}{R_{5,6}} \xrightarrow{R_{5,6}=5\Omega, R_{1,2,3,4}=20\Omega} R_T = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4\Omega$$

مقاومت‌های R_5, R_6 نیز باهم سری هستند، بنابراین:

مقاومت‌های معادل $R_{1,2,3,4}, R_{5,6}$ باهم موازی هستند:

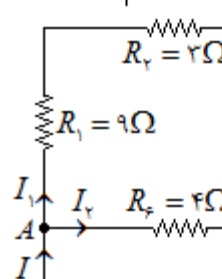
$$\text{بنابراین جریان برابر } I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_T} = \frac{25}{1 + 4} = 5A \text{ است. از طرفی داریم:}$$



$$V_{1,2,3,4} = V_{5,6} \Rightarrow I_1 R_{1,2,3,4} = I_2 R_{5,6} \Rightarrow I_1 \times 20 = I_2 \times 5 \Rightarrow 4I_1 = I_2$$

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{I=5A, I_2=4I_1} 5 = I_1 + 4I_1 \Rightarrow I_1 = 1A, I_2 = 4A$$

با استفاده قاعده گره در نقطه M ، جریان‌ها و سپس اختلاف پتانسیل و در نهایت بار الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:




$$V_{CB} = V_{AC} - V_{AB} \Rightarrow V_{CB} = I_2 R_6 - I_1 (R_1 + R_2) = 4 \times 4 - 1(9 + 3) = 16 - 12 = 4V$$

$$q = CV \xrightarrow{C=10\mu F, V=V_{CB}=4V} q = 10\mu \times 4 = 40\mu C$$

میدان را در هر دو حالت به دست می‌آوریم:

(حالت اول)

جهت بردار میدان مغناطیسی دو سیم هم‌جهت هستند، بنابراین B_1 برابر است با:



$$B_1 = B_A + B_B$$

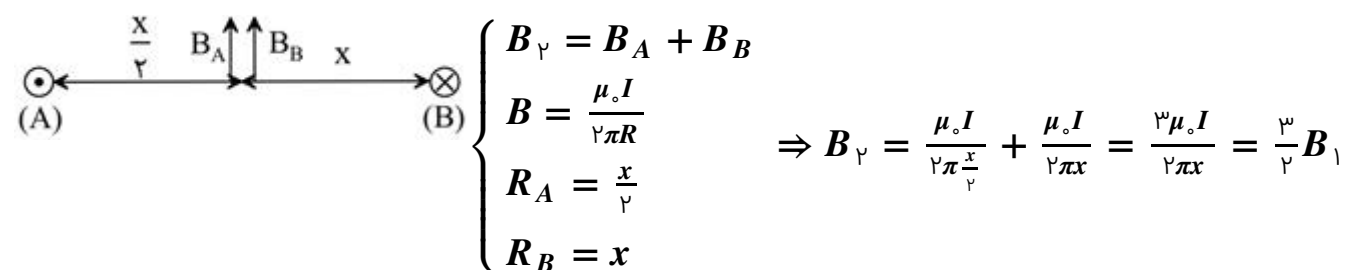
فاصله بین دو سیم از نقطه M و همچنین جریان آن‌ها باهم برابر هستند، بنابراین:

$$\vec{B}_A = \vec{B}_B$$

پس:

$$\begin{cases} B_1 = 2B_A \\ B_A = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \end{cases} \Rightarrow B_1 = \frac{2\mu_0 I}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I}{\pi x} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I}{\pi x}$$

حالت دوم:



$$\begin{cases} B_p = B_A + B_B \\ B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \\ R_A = \frac{x}{2} \\ R_B = x \end{cases} \Rightarrow B_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{x}{2}} + \frac{\mu_0 I}{2\pi x} = \frac{3\mu_0 I}{2\pi x} = \frac{3}{2} B_1$$

بنابراین: $\frac{B_p}{B_1} = \frac{3}{2}$

گام اول

الف) پیچه‌ای دارای ۲۰۰ حلقه و مقاومت الکتریکی کل 2π اهم است $\leftarrow N = 200, R = 2\pi\Omega$

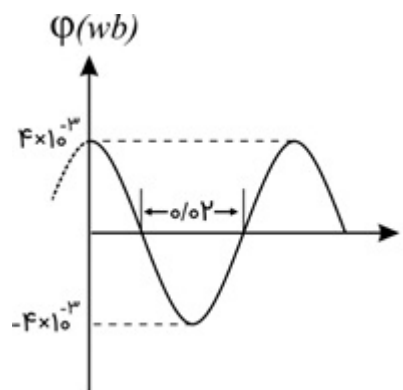
ب) جریان القایی در این پیچه در لحظه $t = \frac{1}{10}s$ چند آمپر است $\leftarrow I = ?$

گام دوم

برای به دست آوردن جریان الکتریکی پیچه از رابطه $I = -\frac{N}{R} \frac{d\phi}{dt}$ باید استفاده کنیم. پس کافی است ϕ و تغییرات آن را در لحظه $\frac{1}{10}$ به دست بیاوریم.

$$\phi = \phi_m \sin(\omega t + \theta_0)$$

باتوجه به نمودار $\phi_m = 4 \times 10^{-3} \text{ wb}$ و $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ و $\frac{T}{2} = 0.02s$ است. حال کافی است ω را محاسبه کنیم.



$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{0.02} = 50\pi \text{ rad/s}$$

به این ترتیب داریم:

$$\phi = \phi_m \sin(\omega t + \theta_0) \Rightarrow \phi = 4 \times 10^{-3} \sin(50\pi t + \frac{\pi}{2})$$

بنابراین جریان در لحظه $t = \frac{1}{10}s$ برابر است با:

$$I = -\frac{N}{R} \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow I = -\frac{N}{R} \frac{d(4 \times 10^{-3} \sin(50\pi t + \frac{\pi}{2}))}{dt} \Rightarrow I = +\frac{200}{2\pi} \times 4 \times 10^{-3} \times 50\pi \times \cos(50\pi \times \frac{1}{10} + \frac{\pi}{2}) = 0$$

جریان القایی طبق قانون لنز درجهتی است که با تغییر شار مخالفت می‌کند.

باتوجه به جهت جریان القایی (C به D)، B_B به سمت راست است.

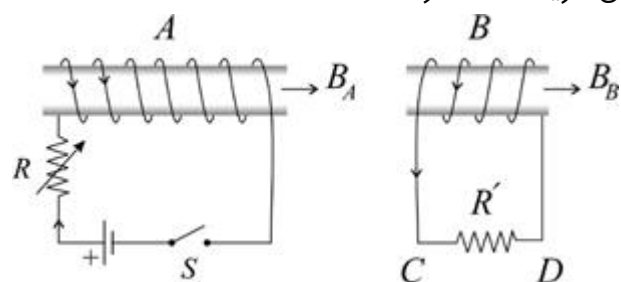
اگر کلید S در مدار سیملوله A بسته باشد، جریان از قطب مثبت باتری به سمت قطب منفی آن است؛ بنابراین میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیملوله A (B_A) به سمت راست است. بنا بر قانون لنز، برای ایجاد شدن B_B باید B_A کاهش یابد؛ پس گزینه‌های سؤال را بررسی می‌کنیم:

گزینه "۱": در این وضعیت لزوماً باید جریانی در مدار سیملوله B ایجاد می‌شد که با افزایش میدان B_A و در نتیجه افزایش شار عبوری در مدار سیملوله B، مخالفت کند که در این صورت انتظار داشتیم جریان القایی در مدار سیملوله B از D به طرف C باشد که با صورت سؤال در تناقض است. پس گزینه "۱" نادرست است.

گزینه "۲": تأثیر این وضعیت مشابه گزینه "۱" خواهد بود؛ زیرا در این حالت نیز با کاهش مقاومت، شدت جریان مدار سیملوله A افزایش یافته و در نتیجه میدان B_A و شار عبوری در محل سیملوله B افزایش می‌یابد و در نهایت جهت جریان القایی در مدار سیملوله B از D به طرف C خواهد شد. پس گزینه "۲" نادرست است.

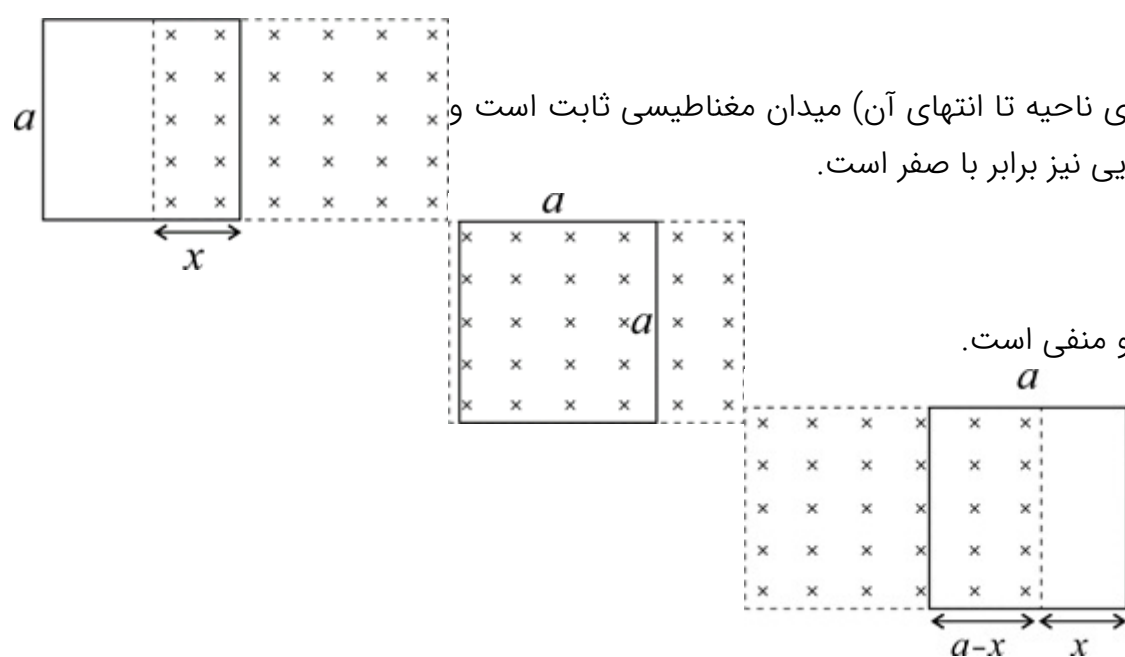
گزینه "۳": در این حالت با قطع کلید جریان و در نتیجه میدان سیملوله A رو به کاهش است؛ بنابراین میدان B_A و شار عبوری در مدار سیملوله B کاهش می‌یابد. به این ترتیب طبق قانون لنز جریان القایی در مدار سیملوله B باید به گونه‌ای باشد که با این کاهش میدان و شار مخالفت کند؛ یعنی میدان B_A را تقویت کند پس B_B نیز هم‌جهت با B_A خواهد بود و لذا جریان در مدار سیملوله B از C به طرف D خواهد بود. پس گزینه "۳" صحیح است.

گزینه "۴": این حالت معکوس حالت گزینه "۳" است. با وصل کلید میدان B_A و شار گذرنده از مدار سیملوله B افزایش می‌یابد و مشابه گزینه‌های ۱ و ۲ در نهایت جهت جریان القایی در مدار سیملوله B از D به طرف C خواهد شد. پس گزینه "۴" نادرست است.



جریان الکتریکی را در هر یک از بازه‌های داده شده به دست می‌آوریم. در بازه ۰ تا T (زمان رسیدن حلقه به ابتدای ناحیه تا لحظه‌ای که تمام حلقه وارد آن می‌شود): در مدت ورود حلقه به میدان، شار گذرا از حلقه افزایش می‌یابد، بنابراین لازم است جهت جریان القایی پادساعت گرد و در جهت مثبت مثلثاتی باشد تا میدانی برونسو القا کرده و با آثار مغناطیسی‌ای که تولید می‌کند، با تغییر شار مغناطیسی یعنی عامل به وجود آورنده جریان مخالفت کند، بنابراین جریان در این بازه ثابت و مثبت است.

از طرفی در بازه T تا $2T$ (زمان رسیدن حلقه از ابتدای ناحیه تا انتهای آن) میدان مغناطیسی ثابت است و تغییرات شار برابر با صفر می‌باشد؛ بنابراین جریان القایی نیز برابر با صفر است.



بازه $2T$ تا $3T$:

این بازه برعکس بازه اول است و جریان در آن ثابت و منفی است.

بازه $3T$ تا $4T$ (لحظه‌ای که حلقه به صورت

کامل از ناحیه خارج شده):

در این بازه تغییرات شار برابر با صفر است و

جریانی القایی در آن ایجاد نمی‌شود.

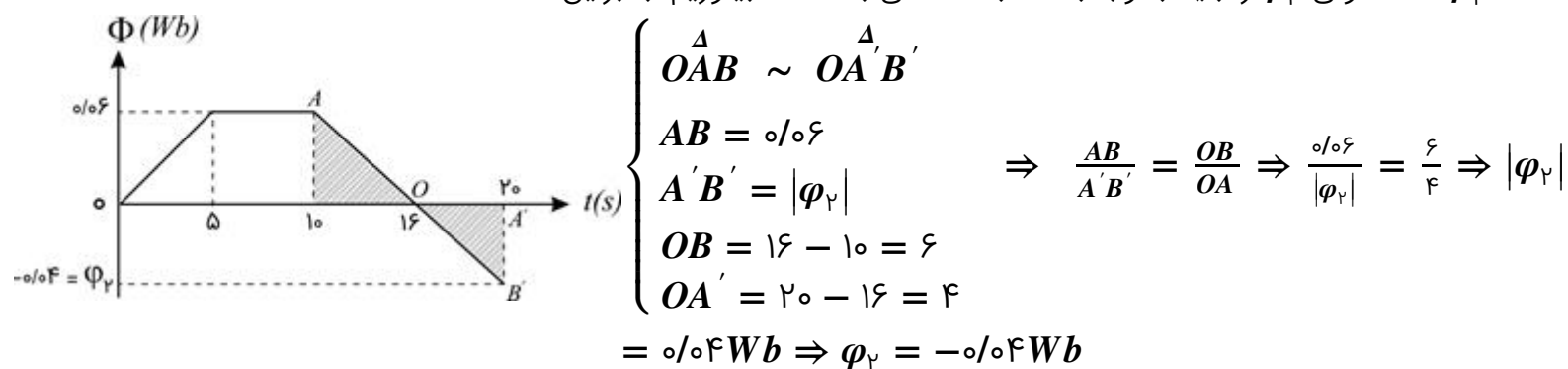
بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

گام اول

بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در بازه زمانی ۱۰ تا ۲۰ چند میلی‌ولت است $\leftarrow |\bar{\epsilon}| = ? mV$, $N = 1$, $\Delta t = 20 - 10 = 10s$

گام دوم

برای به دست آوردن بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط از رابطه $|\bar{\epsilon}| = \left| -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right|$ استفاده می‌کنیم که در آن $\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1$ باتوجه به نمودار $\phi_1 = 0.06 (wb)$ است؛ ولی ϕ_2 را باید باتوجه به تشابه مثلثاتی به دست بیاوریم؛ بنابراین:



بنابراین نیروی محرکه القایی متوسط برابر است با:

$$|\bar{\epsilon}| = \left| -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t} \right| = \left| \frac{-0.04 - 0.06}{10} \right| = 10^{-2} V = 10 mV$$

گزینه ۱

۲۱

میدان حاصل از بارهای q_1 و q_2 که در هر صورت در نقطه 0 صفر است و تنها باید بارهای q_3 و q_4 را بررسی نماییم. اگر دو ذره با بارهای ناهمنام داشته باشیم، برآیند حاصل از آنها در نقطه‌ای خارج از دو بار روی امتداد خط واصل آنها و نزدیک بار کوچک‌تر و در فاصله x از آن می‌تواند صفر باشد که x از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\frac{q_3}{x^2} = \frac{q_4}{(d+x)^2}$$

که d فاصله دو ذره q_3 و q_4 است و $x = 6 \text{ cm}$ می‌باشد.

$$\frac{3}{6^2} = \frac{4}{(d+6)^2} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{3}{d+6} \Rightarrow 18 = d+6 \Rightarrow d = 12 \text{ cm}$$

درحالی‌که در شکل فاصله q_3 از q_4 برابر 8 cm است؛ یعنی باید ۴ سانتی‌متر به سمت راست q_4 را منتقل نماییم.

گزینه ۳

۲۲

باتوجه به آنکه میله یکنواخت است، طبق رابطه $R = \frac{\rho \ell}{A}$ ، مقاومت الکتریکی هر قطعه متناسب با طول آن است.

$$\begin{cases} V_{AB} = R_{AB} I \\ V_{AM} = R_{AM} I \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{AB}}{V_{AM}} = \frac{R_{AB} I}{R_{AM} I} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow \frac{180-20}{180-V_M} = \frac{80}{50} \Rightarrow V_M = 80 \text{ V}$$

گزینه ۲

۲۳

در فرآیند هم‌فشار، مقداری از گرما صرف انبساط گاز می‌شود و برای افزایش دمای آن به اندازه یک واحد باید گرمای بیشتری به گاز داده شود، بنابراین $C_P > C_V$ است.

گزینه ۲

۲۴

فرآیندی که گاز طی کرده هم‌فشار است و چون دما کم شده و سیستم گرما از دست داده است.

$$\left. \begin{array}{l} |Q| = a \\ Q < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow Q = -a$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U = nC_V \Delta T \\ Q = nC_P \Delta T \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta U}{Q} = \frac{C_V}{C_P} \Rightarrow \Delta U = \frac{C_V}{C_P} (-a) = -\frac{C_V}{C_P} \times a$$

باتوجه به علامت منفی معلوم می‌شود که انرژی درونی کم می‌شود و چون $\frac{C_V}{C_P} < 1$ است، مقدار کاهش کمتر از a است.

گزینه ۱

۲۵

اگر توان حرارتی را با a نمایش دهیم، می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} Q = nC_P \Delta T = \frac{5}{2} P \Delta V \\ Q = at \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5}{2} P \times \Delta V = at \Rightarrow \Delta V = \frac{2at}{5P} \Rightarrow A \times \Delta h = \frac{2at}{5P} \Rightarrow \Delta h = \frac{2at}{5P \times A}$$

$$\Rightarrow h = h_0 + \frac{2at}{5PA} \Rightarrow h = 0.2 + \frac{2 \times 4000}{5 \times 10^5 \times 0.08} t \Rightarrow h = 0.2 + 0.2t$$

گزینه ۱

۲۶

فرآیندهای AB و CD هم‌حجم هستند، پس در طول این فرآیندها حجم ثابت می‌ماند و جمله b نادرست است. چون $V_A = V_B$ و $V_C = V_D$ است، پس $|\Delta V_{BC}| = |\Delta V_{DA}|$ و لذا گزاره a درست است. از طرفی شیب نمودار $P - T$ در فرآیند هم‌حجم برابر $\frac{nR}{V}$ است، پس فرآیندی که شیب کمتری دارد حجم بیشتری دارد، بنابراین حجم گاز در حالت D بیشتر از حجم گاز در حالت B است، در نتیجه گزاره c نیز نادرست است.

گزینه ۱

۲۷

$$|W_1| = 1$$

$$\text{مساحت داخل چرخه} = a \times (P_2 - P_1) = ab$$

$$Q_{H_1} = Q_{AB} + Q_{BC} = \frac{C_V}{R} V_A (P_B - P_A) + \frac{C_P}{R} P_B \times (V_C - V_B) = \frac{C_V}{R} V_0 \times (P_2 - P_1) + \frac{C_P}{R} P_2 \times a$$

$$\eta_1 = \frac{|W_1|}{Q_{H_1}} = \frac{ab}{\frac{3}{2} V_0 b + \frac{5}{2} P_2 a}$$

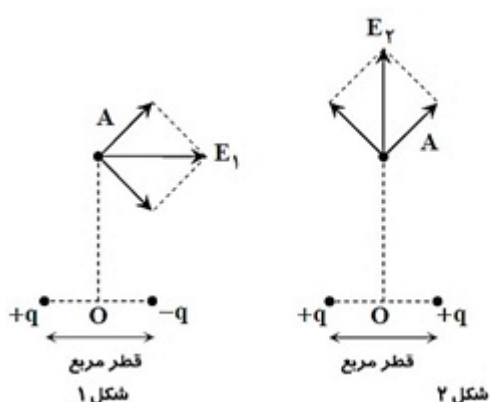
$$\eta_2 = \frac{2ab}{\frac{3}{2} V_0 b + \frac{5}{2} P_2 \times 2a}$$

$$\left. \begin{array}{l} \eta_1 = \frac{ab}{\frac{3}{2} V_0 b + \frac{5}{2} P_2 a} \\ \eta_2 = \frac{2ab}{\frac{3}{2} V_0 b + \frac{5}{2} P_2 \times 2a} \end{array} \right\} \frac{\eta_2}{\eta_1} = 2 \times \frac{\frac{3}{2} V_0 b + \frac{5}{2} P_2 \times a}{\frac{3}{2} V_0 b + \frac{5}{2} P_2 \times 2a}$$

در نتیجه: (عددی کمتر از ۱) $\frac{\eta_2}{\eta_1} = 2 \times$ پس $\frac{\eta_2}{\eta_1} < 2$ پس $\eta_2 < 2\eta_1$

گزینه ۴

۲۸



در نقطه A چهار بردار میدان وجود دارد. برای محاسبه برآیند این چهار بردار، میدان‌های حاصل از بارهای دو سر هر قطر را دوبه‌دو باهم برآیند می‌گیریم. بردارهای E_1 و E_2 حاصل این برآیندها است؛ همان‌طور که در شکل‌های ۱ و ۲ مشخص است؛ بردار E_1 موازی صفحه E_1 مربع و موازی قطر مربع است و بردار E_2 در راستای محور OA است. برآیند E_1 و E_2 بردار E_T است که باتوجه به تساوی فاصله بارها از نقطه A و تساوی اندازه بارها می‌توان گفت $|E_1| = |E_2|$ و در نتیجه زاویه E_T با OA برابر 45° است.

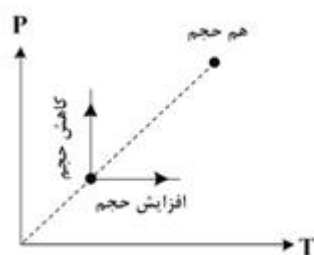
گزینه ۴

۲۹

اولاً دما افزایش می‌یابد پس $\Delta U > 0$

ثانیاً حجم در حال افزایش است، زیرا $V = \frac{nRT}{P}$ و باتوجه به شکل، نسبت $\frac{T}{P}$ در حال افزایش است. باتوجه به اینکه فرآیند انبساط است، گاز کار انجام می‌دهد، یعنی $W < 0$.

ثالثاً با در نظر گرفتن $Q + W = \Delta U$ و توجه به اینکه $W < 0$ و $\Delta U > 0$ ، پس $Q > 0$ گاز گرما دریافت می‌کند و روی محیط کار انجام می‌دهد.

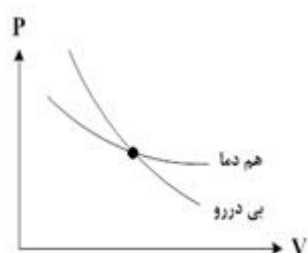


به خاطر داشته باشید که موقعیت دو نمودار هم‌دما و بی‌دررو نسبت به هم به شکل زیر است. به عبارت دیگر، شیب نمودار $P - V$ بی‌دررو تندتر است (مثال ۷-۱ کتاب فیزیک ۳). پس در این مسئله AB هم‌دما و CA بی‌دررو است. BC هم که هم‌حجم است.

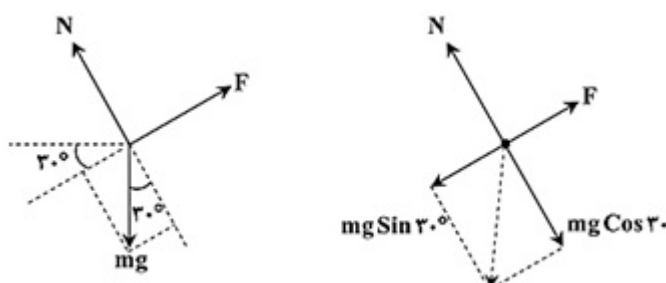
$$\Delta U = 0 \Rightarrow \underbrace{W_{BC}}_{\text{هم‌حجم}} + \underbrace{Q_{BC}}_{\text{بی‌دررو}} + \underbrace{W_{CA}}_{\text{هم‌دما}} + \underbrace{Q_{CA}}_{\text{بی‌دررو}} + \underbrace{\Delta U_{AB}}_{\text{هم‌دما}} = 0$$

$$\Rightarrow Q_{BC} + W_{CA} = 0 \Rightarrow |W_{CA}| = |Q_{BC}|$$

CA یک فرآیند انبساط است، پس در جریان این فرآیند، گاز کار انجام می‌دهد.



شکل زیر نیروهای وارد بر ذره ۲ را نمایش می‌دهد: باتوجه به تعادل ذره می‌توان نوشت:

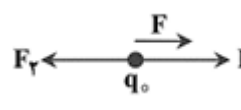


$$\begin{cases} F = mg \sin 30^\circ \\ F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \end{cases} \Rightarrow k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = mg \sin 30^\circ \Rightarrow 9 \times 10^9$$

$$\times \frac{q^2}{4^2 \times 10^{-2}} = \frac{20}{1000} \times 10 \times \frac{1}{2}$$

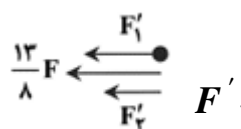
$$\Rightarrow q^2 = \frac{16 \times 10^{-2} \times 10^{-1}}{9 \times 10^9} = \frac{16}{9} \times 10^{-12} \Rightarrow |q| = \frac{4}{3} \times 10^{-6} C = \frac{4}{3} \mu C$$

اگر نیروی بار q_1 و q_2 در شکل ۱ به ترتیب F_1 و F_2 باشد می‌توان نوشت:



$$F_1 - F_2 = F$$

و اگر نیروهای بار q_1 و q_2 در شکل ۲ به ترتیب F'_1 و F'_2 باشد، می‌توان نوشت:

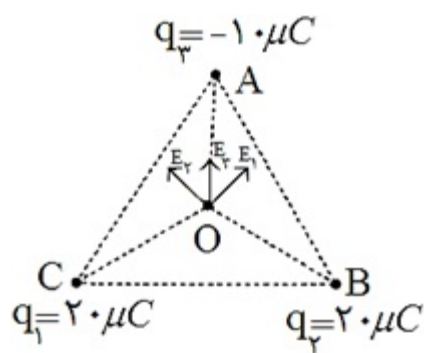


$$F'_1 + F'_2 = \frac{13}{8} F$$

از طرفی چون فاصله بار q_1 ثابت است، $F_1 = F'_1$ ولی چون فاصله بار q_2 در شکل ۲ نسبت به ۱ دو برابر شده، نیروی آن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود. ($F'_2 = \frac{1}{4} F_2$) پس:

$$F_1 + \frac{1}{4} F_2 = \frac{13}{8} F \Rightarrow \begin{cases} F_1 - F_2 = F \\ F_1 + \frac{1}{4} F_2 = \frac{13}{8} F \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_1 = \frac{3}{2} F \\ F_2 = \frac{1}{2} F \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = 3 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{a}{a}\right)^2 = 3 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = 3$$



$$OA = OB = OC = \frac{\sqrt{3}}{3} AB = \sqrt{3} m$$

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow E_3 = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-5}}{3} = 3 \times 10^5 N/C$$

$$E_2 = E_1 = 2E_3 = 6 \times 10^5 N/C, \quad E_{1,2} = |\vec{E}_1 + \vec{E}_2| = E_1 = 6 \times 10^5 N/C$$

$$E = E_{1,2} + E_3 = 9 \times 10^5 N/C$$

هستند موازی C_2 و C_1 : $V_1 = V_2$, $U = \frac{1}{2} CV^2$, $C_2 = 2C_1 \Rightarrow U_2 = 2U_1 \Rightarrow U_{1,2} = U_1 + U_2 = \frac{3}{2} U_1$

$$U_3 = 3U_2 = 2U_{1,2}$$

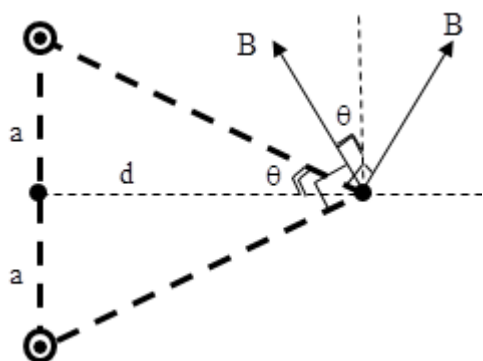
است متوالی $C_{1,2}$ با C_3 : $q_3 = q_{1,2}$, $U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_{1,2}}{U_3} = \frac{C_3}{C_{1,2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{C_3}{C_{1,2}} \Rightarrow C_3 = \frac{1}{2} C_{1,2} = \frac{1}{2} (6 + 12)$
 $= 9 \mu F$

اگر یک حلقه فلزی در این محل باشد جهت جریان الکتریکی القایی در آن همان جهت میدان الکتریکی \vec{E} خواهد بود و جهت جریان الکتریکی در آن حلقه هم بنا بر قانون لنز به ترتیب زیر معین می‌شود:

اگر میدان $\odot \vec{B}$ کم شود، شار گذرنده از حلقه هم کاهش می‌یابد، پس باید جریان الکتریکی در حلقه در جهتی القا شود که میدانهم‌سو با \vec{B} ایجاد کند تا مانع کاهش شار شود؛ بنابراین طبق قانون دست راست باید جهت پادساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی برون‌سو تولید شود.



میدان حاصل از هر سیم $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \sqrt{d^2 + a^2}}$

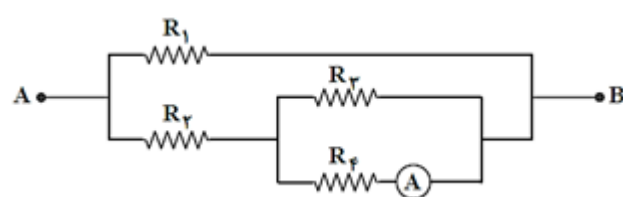


$$B_t = 2B \cos \theta = 2B \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}} = \frac{2\mu_0 Id}{2\pi (d^2 + a^2)} = \frac{\mu_0 Id}{\pi (d^2 + a^2)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \frac{\text{طول سیم}}{\text{محیط هر دور}} \Rightarrow N_2 = 2N_1 \\ A = \pi r^2 \Rightarrow A_2 = \frac{1}{4}A_1 \end{array} \right. \Rightarrow L_2 = L_1$$

$$L = \frac{k\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

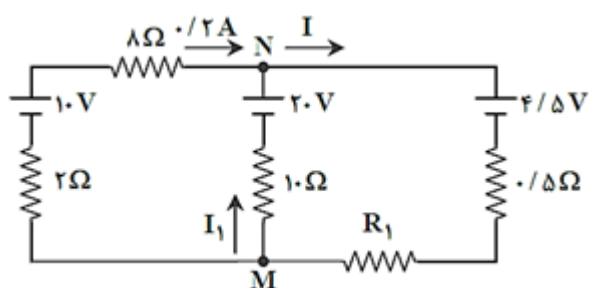
$$B = \frac{k\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow{N_2=2N_1} B_2 = 2B_1$$



$$R_3 I_3 = R_4 I_4 \Rightarrow I_3 = I_4 = 0.4 A$$

$$I_2 = I_{3,4} = I_3 + I_4 = 0.8 A$$

$$V_{AB} = (R_2 + R_{3,4}) I_2 = (30 + \frac{30}{2}) \times 0.8 = 45 \times 0.8 = 36 V$$



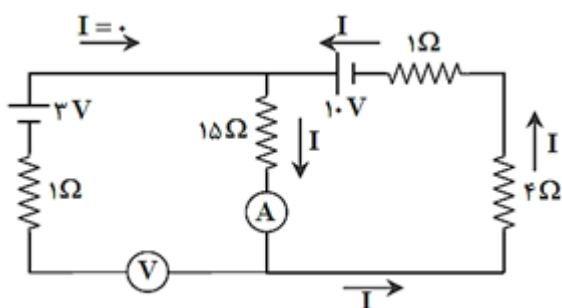
$$V_M - 2 \times 0.2 + 10 - 8 \times 0.2 = V_N \Rightarrow V_N - V_M = 10 - 2 = 8 V$$

$$V_M - 10I_1 + 20 = V_N \Rightarrow V_N - V_M = 20 - 10I_1 \Rightarrow 20 - 10I_1 = 8 \Rightarrow I_1 = 1.2 A$$

$$I = 0.2 + 1.2 = 1.4 A$$

$$V_N - 4/5 - (0/5 + R_1) \times 1.4 = V_M \Rightarrow 8 = 4/5 + (0/5 + R_1) \times 1.4 \Rightarrow R_1 = 2 \Omega$$

مقاومت درونی آمپرسنج ایده‌آل بسیار کم (صفر) است و مقاومت درونی ولت‌سنج ایده‌آل بسیار زیاد (بی‌نهایت) است؛ یعنی از ولت‌سنج ایده‌آل جریانی نمی‌گذرد.



$$I = \frac{10}{1 + 4 + 15} = 0.5 A$$

$$15 \times 0.5 = 3 + V \Rightarrow V = 4.5 V$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_1 + (R_3 \text{ موازی } R_2)}$$

با افزایش R_3 مقدار I (جریان گذرنده از باتری و R_1) کم می‌شود.

$$V_1 = R_1 I \Rightarrow V_1 \text{ کم می‌شود}$$

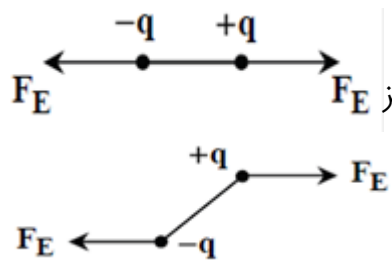
$$V_1 + V_2 + rI = \varepsilon \xrightarrow[r \text{ ثابت است}]{rI, V_1 \text{ کم می‌شود}} V_2 \text{ زیاد می‌شود}$$

$$\begin{cases} P^2 V = \alpha \\ PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{nRT}{V}\right)^2 V = \alpha \Rightarrow \frac{n^2 R^2 T^2 V}{V^2} = \alpha$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{\alpha}{n^2 R^2} V \Rightarrow T = \sqrt{\frac{\alpha}{n^2 R^2} V}$$

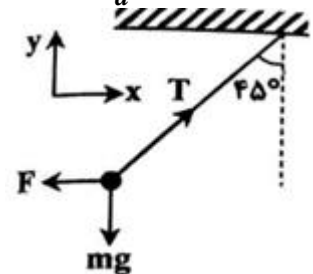
طبق رابطه فوق، اگر V زیاد شود، T نیز الزاماً افزایش خواهد یافت.

در وضعیت ۱ نیروهای وارد بر ذره‌ها به صورت زیر است و چون میدان یکنواخت است، اندازه نیروی وارد بر قطب مثبت و منفی یکسان بوده و برآیند آنها صفر و لذا دوقطبی ثابت است.



در وضعیت ۲ نیروهای وارد بر ذره‌ها به صورت زیر است و اندازه نیروهای وارد بر بارهای مثبت و منفی نیز یکسان است ولی باتوجه به محل اثر نیروها این دوقطبی ساعت‌گرد می‌چرخد.

$$F = \frac{k|q_1 q_2|}{d^2}, \quad q_1 = q_2 = \frac{q}{2}, \quad d = \omega \sqrt{2} \text{ cm} = \frac{\sqrt{2}}{2} m$$



برای هر گلوله:

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Rightarrow T \sin 45^\circ = F \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow T \cos 45^\circ = mg \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{F}{mg} = 1 \Rightarrow F = mg \Rightarrow \frac{9 \times 10^9}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} \times \left(\frac{q}{2}\right)^2 = 10^{-3} \Rightarrow q^2 = \frac{2}{9} \times 10^{-12}$$

$$\Rightarrow q = \frac{\sqrt{2}}{3} \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$C_{eq} = C_1 \text{ سری } [2C_1 + C_1] = \frac{C_1 \times 3C_1}{C_1 + 3C_1} = \frac{3}{4} C_1$$

طبق رابطه $C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$ ، وقتی فاصله بین دو صفحه نصف شود، ظرفیت دو برابر می‌شود.

$$C'_{eq} = 2C_1 \text{ سری } 3C_1 = \frac{2C_1 \times 3C_1}{2C_1 + 3C_1} = \frac{6}{5} C_1$$

$$q = C_{eq} \cdot V \Rightarrow \frac{q'}{q} = \frac{C'_{eq}}{C_{eq}} = \frac{\frac{6}{5}}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{5}$$

بار کل مجموعه در هر دو حالت به همان نسبت ظرفیت‌ها (۲ به ۱) بین C_3 و C_2 تقسیم می‌شود، پس $\frac{q'_3}{q_3}$ با $\frac{q'}{q}$ برابر است.

$$q_1 = q_{2,3}, V_2 = V_3 \Rightarrow C_1 V_1 = C_{2,3} V_3 \Rightarrow 10V_1 = (10 + C_3) V_3 \Rightarrow V_1 = \frac{10 + C_3}{10} V_3$$

$$U = \frac{1}{2} C V^2, U_3 = \frac{2}{9} U_1 \Rightarrow C_3 V_3^2 = \frac{2}{9} \times 10 V_1^2 \Rightarrow C_3 V_3^2 = \frac{2}{9} \times 10 \times \frac{(10 + C_3)^2}{100} V_3^2$$

$$\Rightarrow 10C_3 = \frac{2}{9} (10 + C_3)^2 \Rightarrow 200 + 40C_3 + 2C_3^2 = 90C_3 \Rightarrow 2C_3^2 - 50C_3 + 200 = 0 \Rightarrow C_3 = 20 \mu F \text{ یا}$$

$$C_3 = 5 \mu f$$

$$\text{چرخه} \Rightarrow \Delta U_{\text{کل}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0$$

$$\Delta U_{\text{هم‌دما}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} = 0$$

$$Q_{\text{بی‌دررو}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{BC} = W_{BC}$$

در فرآیند BC گاز منقبض می‌شود، یعنی کار انجام شده روی گاز مثبت است ($W_{BC} = +3000 J$).
فرآیند CA هم‌فشار است:

$$\text{هم فشار: } \begin{cases} Q = nC_p \Delta T = \frac{5}{2} nR \Delta T = \frac{5}{2} P \Delta V = -\frac{5}{2} W \\ \Delta U = Q + W = Q - \frac{2}{5} Q = \frac{3}{5} Q \Rightarrow Q = \frac{5}{3} \Delta U \end{cases}$$

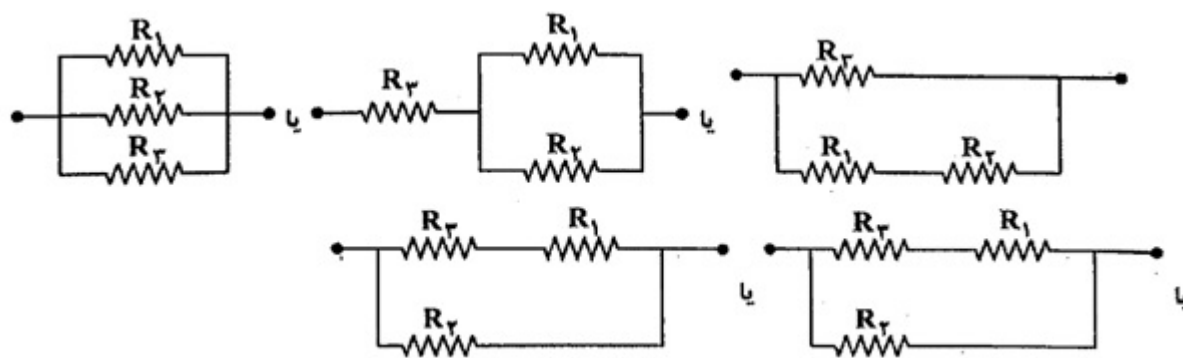
$$\Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 + W_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{CA} = -3000 J \Rightarrow Q_{CA} = \frac{5}{3} \times (-3000) = -5000 J$$

$$V_t = \frac{C_1 V_1 + C_{2,3} V_{2,3}}{C_1 + C_{2,3}} = \frac{20C_1 + 0}{C_1 + \frac{C_1}{2}} = \frac{40}{3} V$$

$$V_3 = \frac{1}{2} V_{2,3} = \frac{1}{2} \times \frac{40}{3} = \frac{20}{3} V$$

مقاومت معادل مجموعه سه مقاومت $V = IR \Rightarrow 12 = R \times \frac{1}{2} \Rightarrow R = 24 \Omega$

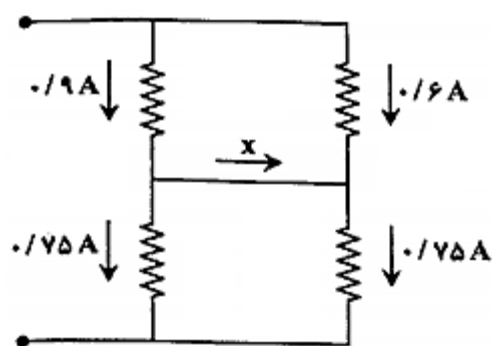
چون R_2, R_1 برابر ۳۰ اهم هستند ($30 \Omega > 24 \Omega$) فقط یکی از شکل‌هایی قابل قبول است که R_1 یا R_2 با کل بقیه سری نباشد؛ یعنی (یکی از حالت‌های شکل زیر):



و چون گفته شده که P_2, P_1 نابرابر هستند، فقط یک شکل قابل قبول است.

توجه کنید که R_2, R_1 برابر هستند و از تعویض جای R_2, R_1 حالت جدید به دست نمی‌آید.

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{R_{1,3}} = \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{1}{R_{1,3}} = \frac{1}{24} - \frac{1}{30} = \frac{1}{120} \Rightarrow R_1 + R_3 = 120 \Rightarrow R_3 = 90 \Omega$$



$$R_{eq} = \left[(R_1 \text{ سری } R_2) \text{ موازی } R_4 \right] \text{ سری } (R_5 \text{ موازی } R_3) = \frac{10 \times 15}{10 + 15} + \frac{10}{2}$$

$$= 6 + 5 = 11 \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{r + R_{eq}} = \frac{18}{1 + 11} = 1.5 A$$

$$R_{1,2} I_{1,2} = R_4 I_4 \Rightarrow \frac{I_4}{I_{1,2}} = \frac{3}{2} \xrightarrow{I_4 + I_{1,2} = I} I_4 = \frac{3}{5} I = 0.9 A$$

$$R_5 I_5 = R_3 I_3 \Rightarrow I_3 = I_5 \xrightarrow{I_3 + I_5 = I} I_3 = \frac{1}{2} I = 0.75 A$$

$$x + 0.16 = 0.75 \Rightarrow x = 0.15 A$$

$$F = k \cdot \Delta \ell \Rightarrow F = 50 \times 4 \times 10^{-7} = 2 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$F = BI\ell \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = B \times 100 \times 20 \times 10^{-2} \Rightarrow B = 10^{-3} \text{ T}$$

آهنربا به طرف بالا کشیده شده است، پس نیروی وارد بر سیم روبه پایین است.

در ابتدا جریانی از سیملوله نمی‌گذرد:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r + R_2} = \frac{12}{12} = 1 \text{ A}$$

بعد از گذشتن مدت طولانی، سیملوله مثل یک سیم می‌شود؛ یعنی مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی می‌شوند.

$$I_2 = \frac{1}{2} \times \frac{\varepsilon}{r + (R_1 \text{ موازی } R_2)} = \frac{1}{2} \times \frac{12}{2+5} = \frac{6}{7} \text{ A}$$

در فرآیند CD حجم گاز کاهش می‌یابد، ($W > 0$) و فرآیند هم‌دما است ($W = -Q$):

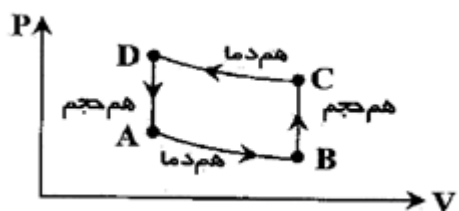
$$W > 0, Q < 0, |Q| = 500 \Rightarrow Q_{CD} = -500 \text{ J}, W_{CD} = +500 \text{ J}$$

در فرآیند AB حجم گاز زیاد می‌شود ($W < 0$) و فرآیند هم‌دما است ($Q = -W$):

$$W < 0, Q > 0, |Q| = 300 \Rightarrow W_{AB} = -300 \text{ J}, Q_{AB} = +300 \text{ J}$$

فرآیندهای BC و DA هم‌حجم هستند ($W = 0$):

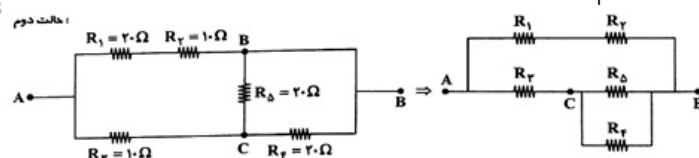
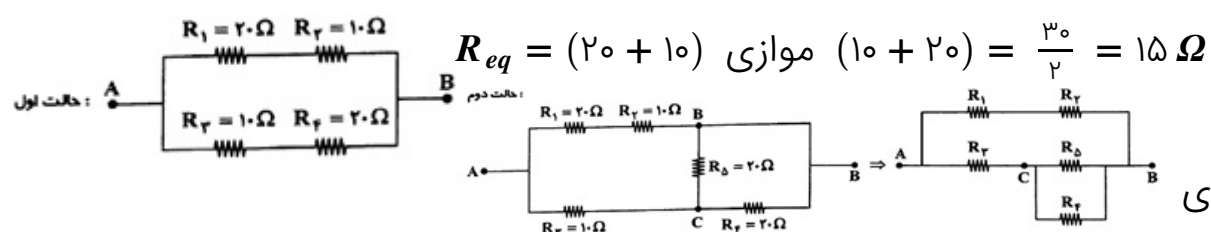
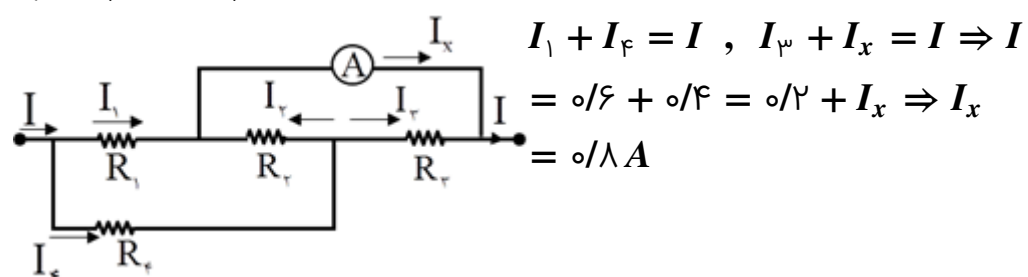
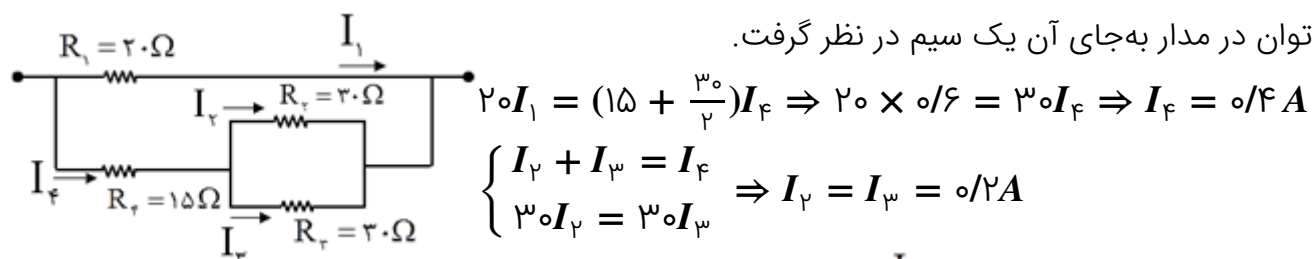
$$W_{\text{کل}} = W_{DA} + W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} = 0 + (-300) + 0 + 500 = +200 \text{ J}$$



با افزایش R_3 مقدار R_t زیاد می‌شود، پس I_t کم می‌شود و I_1 هم برابر I_t است، پس I_1 کاهش می‌یابد ($I_t = \frac{\varepsilon}{r + R_t}$).

$$\varepsilon = (r + R_1)I_1 + R_2 I_2 \xrightarrow{\substack{I_1 \text{ کاهش یافته} \\ I_2 \text{ افزایش می‌یابد}}} \varepsilon \text{ ثابت است}$$

آمپرسنج ایده‌آل مقاومت ندارد و می‌توان در مدار به جای آن یک سیم در نظر گرفت.



$$R'_{eq} = (R_1 + R_2)$$

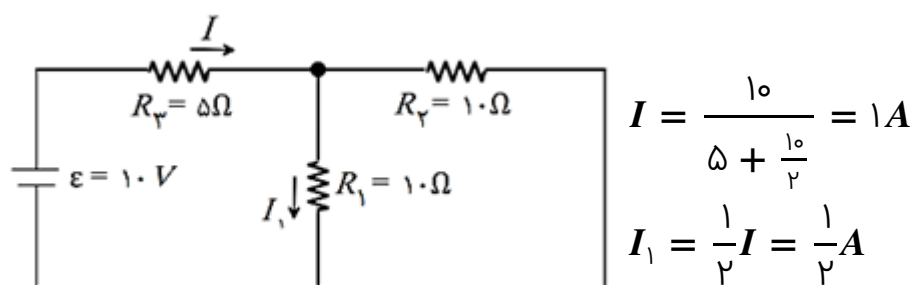
$$\text{موازی } [R_3 + (R_5 \text{ موازی } R_4)]$$

$$= 30 \text{ موازی } 20 = \frac{30 \times 20}{50}$$

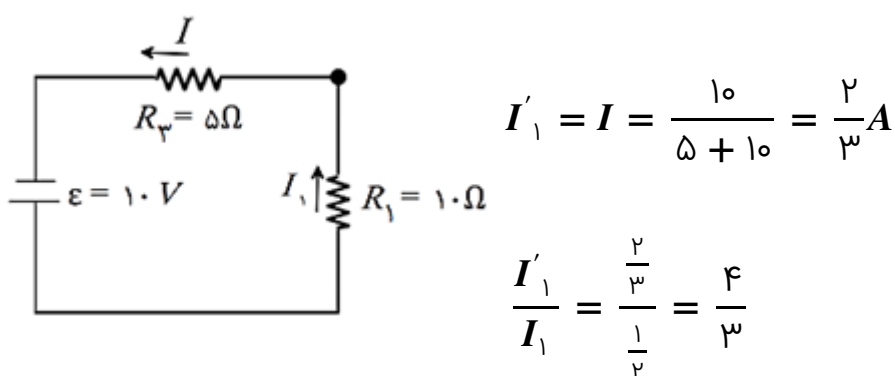
$$= 12 \Omega$$

$$\Rightarrow \frac{R'_{rq}}{R_{eq}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

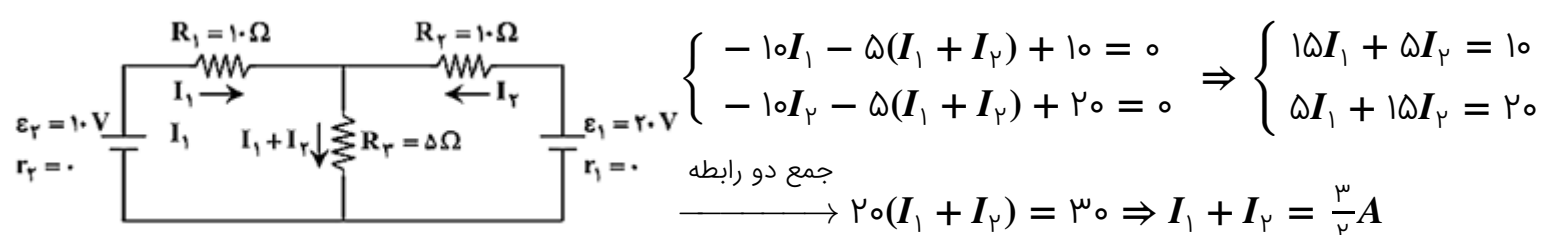
در لحظه t_1 ولتاژ V مثبت است و دیود وصل است؛ بنابراین وضعیت مدار به شکل زیر است:



در لحظه t_2 ولتاژ V منفی است و دیود قطع است؛ بنابراین وضعیت مدار به شکل زیر است:



بنابراین خواهیم داشت:



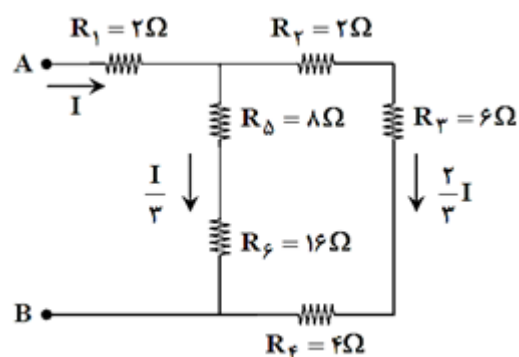
هم فشار

$$\begin{cases} Q = nC_P \Delta T, & C_P = C_V + R = \frac{5}{2}R \\ W = -P\Delta V = -nR\Delta T \end{cases}$$

$$Q = -\frac{5}{2}W \Rightarrow 2000 = -\frac{5}{2}W \Rightarrow W = -800J$$

$$\Delta U = Q + W = +2000 + (-800) = +1200J \Rightarrow \text{انرژی درونی گاز ۱۲۰۰ ژول زیاد می‌شود}$$

توان مصرفی در مقاومت از رابطه $P = RI^2$ حساب می‌شود. پس $P_5 > P_6 > P_2$ و $P_3 > P_4 > P_1$ برای پیدا کردن بیشترین توان مصرفی باید بین R_1 ، R_6 و R_3 مقایسه کنیم.



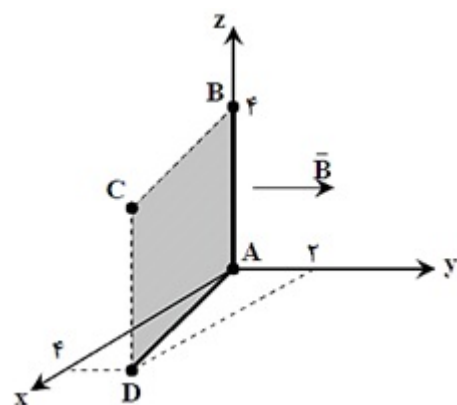
$$R_{5,6} I_{5,6} = R_{2,3,4} I_{2,3,4} \Rightarrow 24 I_{5,6} = 12 I_{2,3,4} \Rightarrow \frac{I_{5,6}}{I_{2,3,4}} = \frac{1}{2}$$

شدت جریان I به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌شود.

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 2I^2 \\ P_6 &= 16 \left(\frac{I}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} I^2 \\ P_3 &= 6 \left(\frac{2}{3}I\right)^2 = \frac{24}{9} I^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_3 \text{ از همه بیشتر است}$$

$$\Rightarrow P_3 = 24 \Rightarrow \frac{24}{9} I^2 = 24 \Rightarrow I = 3A \Rightarrow V_{AB} = R_{eq} I$$

$$= \left(2 + \frac{24 \times 12}{36}\right) \times 3 = 30V$$



مؤلفه‌ای از میدان که عمود بر سطح است

مساحت تصویر سطح موردنظر بر صفحه عمود بر B

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha = \underbrace{(B \cos \alpha)}_{\substack{\uparrow \\ \text{اندازه میدان}}} \times \underbrace{A}_{\substack{\downarrow \\ \text{مساحت سطح}}} = \underbrace{B}_{\substack{\downarrow \\ \text{اندازه میدان}}} \times \underbrace{(A \cos \alpha)}_{\substack{\uparrow \\ \text{مساحت تصویر سطح موردنظر بر صفحه عمود بر B}}}$$

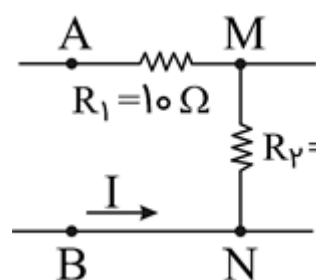
در اینجا صفحه عمود بر B همان صفحه xoz است.

$$\Phi = B \cdot (A \cos \alpha) = 5 \times 10^{-3} \times (4 \times 4) = 8 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

با عبور جریان و نزدیک شدن اندازه بار دو گلوله به هم اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R کاهش و در نتیجه جریان نیز به تدریج کاهش می‌یابد. جهت جریان نیز جهت حرکت بارهای مثبت و از B به A است.

گزینه ۲

۶۳



در مدتی که $V_A - V_B$ مثبت است جریان در مدار از A به B و دیود وصل است. در مدتی که $V_A - V_B$ منفی است. جریان از B به A و دیود قطع است؛ پس در لحظه t_1 دیود قطع است.

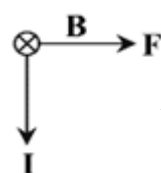
$$V_A - V_B = -12V \Rightarrow V_B - V_A = 12V$$

$$\Rightarrow I = \frac{12}{10+20} = 0.4A \Rightarrow V_N - V_M = 0.4 \times 20 = 8 \Rightarrow V_M - V_N = -8V$$

گزینه ۲

۶۴

جریان عبوری از سیم برابر است با:



$$I = \frac{V}{R} = \frac{10}{2} = 5A$$

در اثر این جریان، نیرویی به سیم به سمت راست وارد می‌شود که مقدار آن برابر است با:

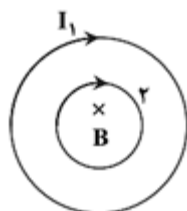
$$F = ILB = 5 \times 0.5 \times 0.2 = 0.5N$$

عکس‌العمل این نیرو به سمت چپ از سیم به آهنربا وارد شده، پس فنر نیروسنج کشیده می‌شود و عدد $0.5N$ را نشان می‌دهد.

گزینه ۲

۶۵

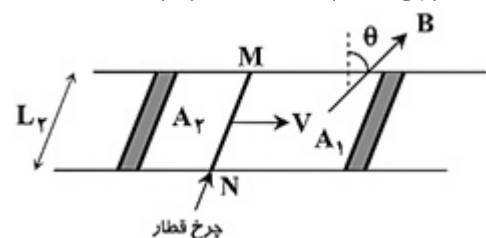
جهت جریان در حلقه ۱ ساعت‌گرد و در حال کاهش است؛ پس میدان در محل حلقه ۲ درون سو و در حال کاهش خواهد بود. طبق قانون لنز، جهت جریان القایی به‌گونه‌ای است که با این کاهش مخالفت کند؛ پس در همان جهت ساعت‌گرد، جریان القا می‌شود تا میدان القایی حاصل از آن با کاهش شار مخالفت کند.



گزینه ۲

۶۶

حرکت قطار روی ریل شبیه حرکت یک میله روی ریلی است که درون میدان قرار دارد. در این صورت اندازه نیروی محرکه القایی برابر است با:



$$|\epsilon| = BLv \cos \theta$$

در نتیجه نیروی محرکه القایی با فاصله بین دو طرف موازی ریل یعنی با L_r متناسب است.

اولاً باید q_3 در جایی قرار بگیرد که برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از q_1 و q_2 صفر شود. باتوجه به اینکه q_1 و q_2 ناهمنام هستند جواب در امتداد AB است و بین A و B نیست.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{45}{20} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$r_1 - r_2 = AB \Rightarrow \frac{3}{2}r_2 - r_2 = 30 \Rightarrow r_2 = 60 \text{ cm} \Rightarrow \text{محل } q_3 \text{ در فاصله } 60 \text{ سانتی‌متر از } B \text{ است (نقطه } C \text{)}$$

میدان حاصل از q_1 و q_3 در محل q_2 باید صفر شود (q_1 و q_3 باید همنام باشند).

$$\frac{q_1}{AB^2} = \frac{q_3}{BC^2} \Rightarrow \frac{45}{30^2} = \frac{q_3}{60^2} \Rightarrow q_3 = 4 \times 45 = 180 \mu\text{C}$$

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{3}{2}q_3 = \frac{3}{2}(q_1 - q_2) \Rightarrow q_1 = \frac{3}{2}q_1 - \frac{3}{2}q_2 \Rightarrow \frac{1}{2}q_1 - \frac{3}{2}q_2 = 0 \\ \Rightarrow q_1 &= 3q_2 \Rightarrow C_1 V_1 = 3C_2 V_2 \Rightarrow 20V_1 = 3 \times 10V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{3}{2}V_2 \\ \Rightarrow V_1 + V_2 &= 30 \Rightarrow V_1 + \frac{2}{3}V_1 = 30 \Rightarrow \frac{5}{3}V_1 = 30 \Rightarrow V_1 = 18 \text{ V} \\ \Rightarrow V_{MN} &= V_1 = 18 \text{ V} \end{aligned}$$

مؤلفه B در امتداد عمود بر سطح $(\varphi = BA \cos \alpha = A \cdot (B \cos \alpha) = A \cdot$

مؤلفه B که بر سطح قاب عمود است همان B_x است $(\varphi = A \cdot B_x)$

$$\varphi = 250 \times 10^{-6} \times 15 \times 10^{-6} \cos 100t = 3/75 \times 10^{-5} \cos 100t$$

$$|\varepsilon| = \left| N \frac{d\varphi}{dt} \right| = 400 \times 100 \times 3/75 \times 10^{-5} |\sin 100t| \Rightarrow \varepsilon_{\max} = 1/5 \text{ V}$$

راه حل اول:

$$F = qE = 40 \times 10^{-9} \times 10^4 = 4 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$F = ma \Rightarrow 4 \times 10^{-5} = 0/2 \times 10^{-3} a \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

برای تغییر جهت حرکت لازم است سرعت ذره یک لحظه صفر شود.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 16 = 2 \times (-2) \Delta x \Rightarrow \Delta x = 4 \text{ m}$$

راه حل دوم:

$$W = \Delta K \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv^2 = W_{\text{میدان}} = qEd \cos \alpha$$

$$-40 \times 10^{-9} \times 10^4 \times d = -\frac{1}{2} \times 0/2 \times 10^{-3} \times 16 \Rightarrow d = \frac{16 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-5}} = 4 \text{ m}$$

گزینه ۲

۷۱

$$q_3 = q_{1,2} \Rightarrow C_3 V_3 = C_{1,2} V_{1,2} \Rightarrow 10 V_3 = 15 V_{1,2} \Rightarrow V_{1,2} = \frac{2}{3} V_3 \Rightarrow V_{1,2,3,4} = V_{1,2,3} = V_3 + V_{1,2} = \frac{5}{3} V_3$$

$$q_5 = q_{1,2,3,4} \Rightarrow C_5 V_5 = C_{1,2,3,4} V_{1,2,3,4} \Rightarrow C_5 V_5 = 12 \times \frac{5}{3} V_3 \xrightarrow{V_5=V_3} C_5 = 12 \times \frac{5}{3} = 20 \mu F$$

گزینه ۳

۷۲

با افزایش ظرفیت خازن C_3 ، ظرفیت معادل مجموعه زیاد می‌شود ($C_{eq} \uparrow$).

$$q_{eq} = C_{eq} \cdot \varepsilon \Rightarrow q_{eq} \xrightarrow{q_1=q_{eq}} q_1 \xrightarrow{q_1=C_1 V_1} V_1 \uparrow$$

$$\xrightarrow{\uparrow V_1+V_2=\varepsilon} V_2 \downarrow \xrightarrow{q_2=C_2 V_2} q_2 \downarrow \xrightarrow{q_2+q_3=q_{eq}} q_3 \uparrow$$

پس گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ نادرست و گزینه ۳ درست است.

گزینه ۱

۷۳

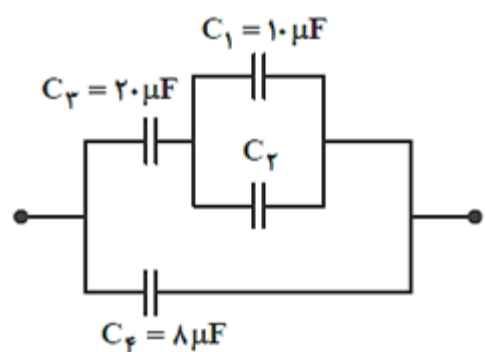
$P = RI^2$ در دو شکل یکسان است R_1 در دو شکل برابر است

$$P_1 = P_2 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{2} I_{eq}, I_{eq} = \frac{\varepsilon}{r + \frac{10}{2}} \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{2r + 10}$$

$$(ب) \text{ شکل: } I_1 = I_{eq} = \frac{\varepsilon}{r + 10 + 10} = \frac{\varepsilon}{r + 20} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{r + 20} = \frac{\varepsilon}{2r + 10} \Rightarrow 2r + 10 = r + 20 \Rightarrow r = 10 \Omega$$

گزینه ۲

۷۴

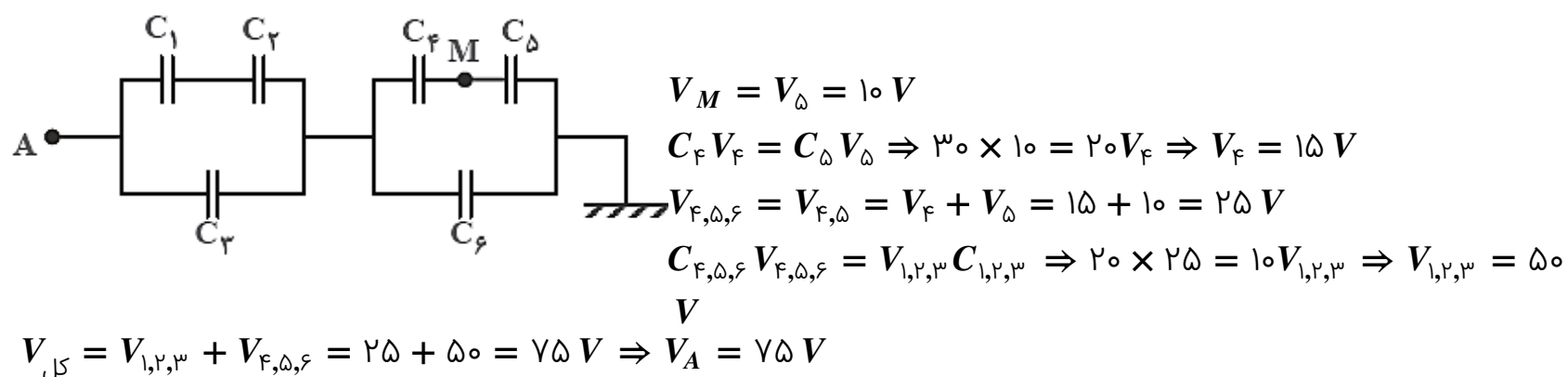


$$V_F = V_{1,2,3} \Rightarrow V_F = V_3 + V_1 \Rightarrow \frac{q_F}{C_F} = \frac{q_1 + q_2}{C_3} + \frac{q_1}{C_1}$$

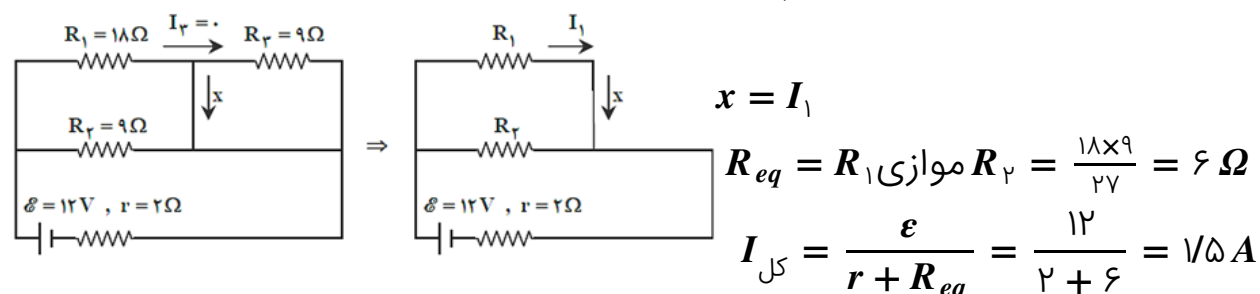
$$\Rightarrow \frac{2q_1}{8} = \frac{q_1 + q_2}{20} + \frac{q_1}{10} \Rightarrow \frac{q_1}{4} = \frac{3q_1 + q_2}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{10} = \frac{q_2}{20} \Rightarrow q_2 = 2q_1$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \Rightarrow C_2 = 2C_1 \Rightarrow C_2 = 20 \mu F$$



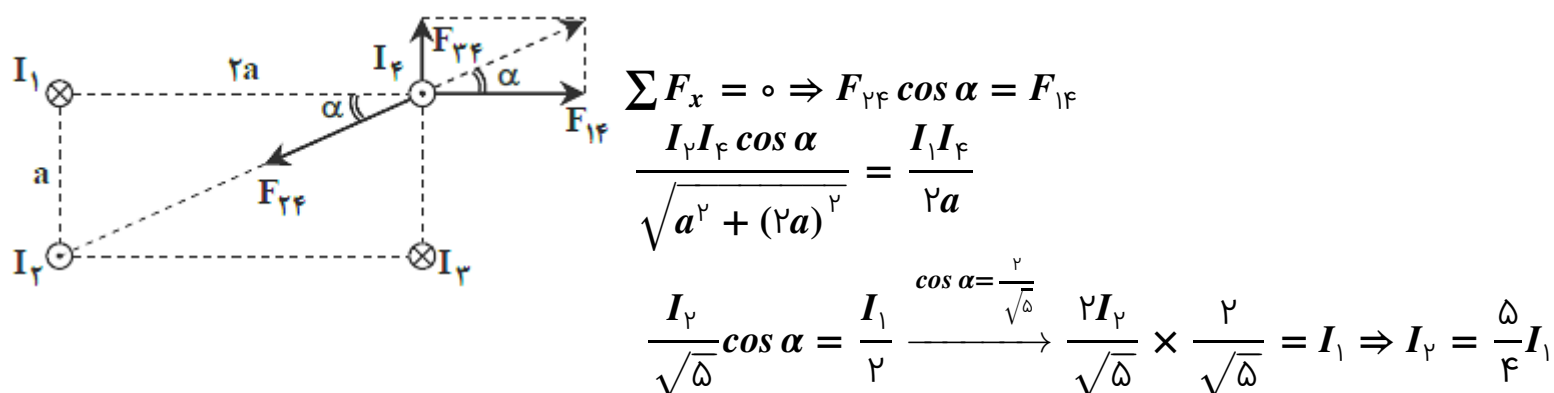
مقاومت درونی آمپرسنج بسیار کم است و در حالت ایده‌آل صفر فرض می‌شود. پس مقاومت R_3 اتصال کوتاه شده و از آن جریانی نمی‌گذرد.



$$R_1 I_1 = R_2 I_2, \quad I_1 + I_2 = I_{\text{کل}} \Rightarrow I_1 = \frac{1}{3} I_{\text{کل}} = 0.5\text{ A}$$

نیروی وارد بر واحد طول هریک از دو سیم موازی ($F = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi d}$) است.

سیم‌های موازی حامل جریان همسو یکدیگر را جذب و سیم‌های موازی حامل جریان مختلف‌الجهت یکدیگر را دفع می‌کنند. جهت جریان I_4 در نتیجه نهایی تأثیری ندارد. فرض کنید I_4 برون‌سو باشد، پس I_2 باید \odot باشد تا وضعیت نیروها به شکل زیر باشد.



$$A = \pi r^2 = \pi \times (0.1)^2 = \frac{\pi}{100} \text{ m}^2$$

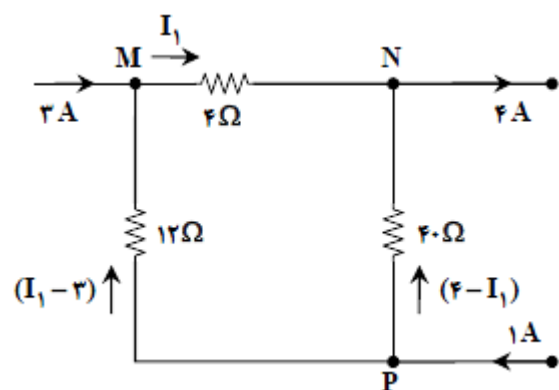
$$\varphi = BA = 2 \times 10^{-4} \pi \sin 10\pi t$$

$$\varepsilon = -N \frac{d\varphi}{dt} = -100 \times 2 \times 10^{-4} \pi \times 10\pi \cos 10\pi t \approx -2 \cos(10\pi t)$$

$$B = 0.01 \text{ T} \Rightarrow 0.02 \sin 10\pi t = 0.01 \Rightarrow \sin 10\pi t = \frac{1}{2} \Rightarrow |\cos 10\pi t| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow |\varepsilon| = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ V}$$

باتوجه به قاعده انشعاب کیرشهف در نقاط M و N وضعیت جریان‌های گذرنده از قسمت‌های مختلف مدار به شکل زیر است.



قانون ولتاژ : $-12(I_1 - 2) - 4I_1 + 40(4 - I_1) = 0 \Rightarrow 196 = 56I_1$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{196}{56} = \frac{49}{14} = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ A}$$

$$V_M - V_N = 4I_1 = 4 \times 3.5 = 14 \text{ V}$$

AB : (T_H) انبساط همدمما $Q_{AB} + W_{AB} = \Delta U_{AB} = 0$

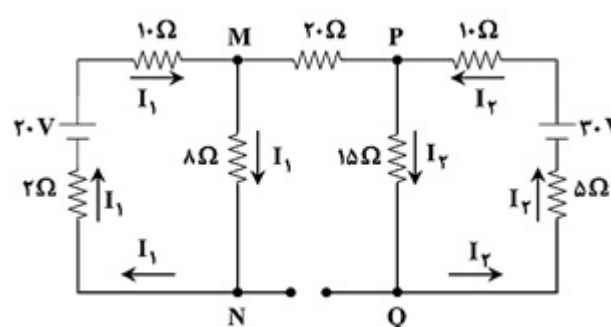
BC : انبساط بی‌دررو $Q_{BC} = 0 \Rightarrow \Delta U_{BC} = W_{BC}$

CD : (T_C) تراکم همدمما $Q_{CD} + W_{CD} = \Delta U_{CD} = 0$

DA : تراکم بی‌دررو $Q_{DA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{DA} = W_{DA}$

$$\Delta U_{\text{کل}} = 0 \Rightarrow 0 + W_{BC} + 0 + W_{DA} = 0 \Rightarrow W_{BC} = -W_{DA} \Rightarrow |W_{DA}| = 600 \text{ J}$$

$$0.6 = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{2000} \Rightarrow |Q_C| = 800 \text{ J} \Rightarrow |W_{CD}| = 800 \text{ J}$$



از یک ولت‌سنج ایده‌آل جریانی عبور نمی‌کند (مقاومت الکتریکی آن بی‌نهایت است).

اگر به قاعده جریان (انشعاب) کیرشهف در نقاط N و Q توجه کنیم معلوم می‌شود که جریان

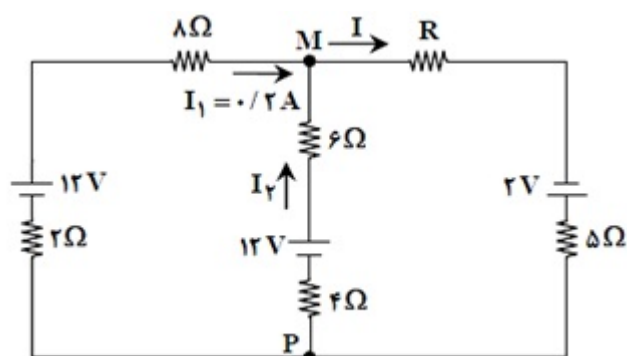
الکتریکی در حلقه سمت چپ I_۱ و در حلقه سمت راست I_۲ است و باتوجه به نقاط M و P

معلوم می‌شود که از مقاومت ۲۰Ω جریانی نمی‌گذرد؛ پس اختلاف پتانسیل میان نقاط M و P

صفر است.

$$I_1 = \frac{20}{10+15+2} = 1 \text{ A} , \quad I_2 = \frac{30}{10+15+5} = 1 \text{ A}$$

$$V_N + (1 \times 1) + (20 \times 0) - (15 \times 1) = V_Q \Rightarrow V_N - 7 = V_Q \Rightarrow V_N - V_Q = 7 \text{ V}$$



$$\begin{aligned}
 V_P - 2 \times 0.2 + 12 - 8 \times 0.2 &= V_M \Rightarrow V_M - V_P = 10 \text{ V} \\
 V_M + 6I_P - 12 + 4I_P &= V_P \Rightarrow V_M - V_P = 12 - 10I_P \Rightarrow I_P \\
 &= 0.2 \text{ A} \\
 I &= I_1 + I_P = 0.4 \text{ A} \Rightarrow V_M - 0.4R + 2 - 0.4 \times 5 = V_P \\
 \Rightarrow V_M - V_P &= 0.4(R + 5) - 2 \Rightarrow 10 = 0.4(R + 5) - 2 \\
 \Rightarrow 12 &= 0.4(R + 5) \Rightarrow R = 25 \Omega \\
 \Rightarrow P &= RI^2 = 25 \times 0.4 \times 0.4 = 4 \text{ W}
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \vec{B}_1 + \vec{B}_2 &= \vec{B} \\
 \vec{B}_1 + 3\vec{B}_2 &= -\vec{B}
 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} 2\vec{B}_1 + 4\vec{B}_2 = 0 \Rightarrow \vec{B}_1 = -2\vec{B}_2$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, |\vec{B}_1| = 2|\vec{B}_2|, r_1 = 2r_2 \Rightarrow |I_1| = 4|I_2|$$

ضمناً چون در بین دو سیم، B_1 و B_2 در خلاف جهت یکدیگر هستند، I_1 و I_2 همسو خواهند بود.

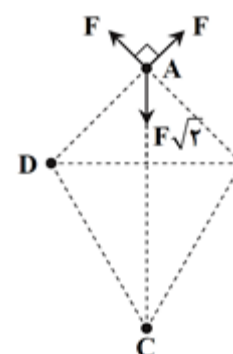
$$\Delta x = v \cdot \Delta t \Rightarrow 5 = 2\Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = 2.5 \text{ s}$$

$$25 = 2\Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 12.5 \text{ s}$$

در مدت $t = 0$ تا $t = 2.5 \text{ s}$ قاب وارد میدان می‌شود (و شار عبوری از آن زیاد می‌شود)، در مدت $t = 2.5 \text{ s}$ تا $t = 15 \text{ s}$ داخل محدوده میدان حرکت می‌کند (شار ثابت است) و در مدت $t = 15 \text{ s}$ تا $t = 17.5 \text{ s}$ از محدوده میدان خارج می‌شود. بنا به قانون لنز جهت جریان القایی طوری است که میدان درون سو (\otimes) تولید کند (ساعت‌گرد) در قسمت دوم ولتاژ و جریان القایی صفر است و در قسمت سوم جهت جریان القایی پادساعت‌گرد است.

$$17.5 \text{ s} \geq t \geq 15 \text{ s} \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{Bvl}{R} = \frac{0.5 \times 0.2 \times 0.5}{0.2} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ A} = 2.5 \text{ mA}$$

باید وضعیت نیروهای وارد بر q_A به ترتیب زیر باشد.



$$\begin{aligned}
 F_1 = F_{DA} = F_{BA} &= \frac{k|q_1 q_1|}{(a\sqrt{2})^2} \\
 F_{CA} &= \frac{k|q_1 q_C|}{(a+a\sqrt{3})^2} \Rightarrow \frac{|q_1 q_C|}{(a+a\sqrt{3})^2} = \frac{|q_1 q_1|}{(a\sqrt{2})^2} \sqrt{2} \\
 \Rightarrow |q_C| &= \frac{q_1(1+\sqrt{3})^2}{\sqrt{2}} = \frac{q_1(4+2\sqrt{3})}{\sqrt{2}} = q_1(\sqrt{6} + \sqrt{3})
 \end{aligned}$$

ضمناً $q_C = -q_1(\sqrt{6} + \sqrt{3})$ بنابراین $q_C = -q_1(\sqrt{6} + \sqrt{3})$ است.

وقتی بار منفی در جهت خطوط میدان حرکت کند، کار میدان منفی است و انرژی پتانسیل الکتریکی زیاد می‌شود.

قضیه کار و انرژی : $W_{\text{میدان}} = \Delta K$

$$|W| = Fd \cos \alpha = |q|Ed \cos \theta = |q|E \times BM = 5 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^4 \times 4 \times 10^{-1}$$

$$\Rightarrow |W| = 60 \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-2} \text{ J} \Rightarrow W = -6 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$-6 \times 10^{-2} = K_2 - K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -6 \times 10^{-2} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.2 \times (v_2^2 - 1) = -6 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow v_2^2 - 1 = -0.6 \Rightarrow v_2^2 = 0.4 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{4}{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5} \text{ m/s}$$

حالت اول : $C_{eq} = C_1 \text{ سری} [(C_2 \text{ سری} C_3) \text{ موازی} C_4] = C_1 \text{ سری} [\frac{C_1}{2} + C_1]$

$$\Rightarrow C_{eq} = C_1 \text{ سری} \frac{3}{2} C_1 = \frac{\frac{3}{2} \times 1}{\frac{3}{2} + 1} C_1 = \frac{3}{5} C_1$$

$$q_{eq} = C_{eq} \cdot E = \frac{3}{5} C_1 \times 30 = 18 C_1$$

با قطع S_1 ، مقدار بار الکتریکی مجموعه ($q_{\text{کل}}$) ثابت می‌ماند و q_1 هم که برابر با $q_{\text{کل}}$ است، ثابت می‌ماند.

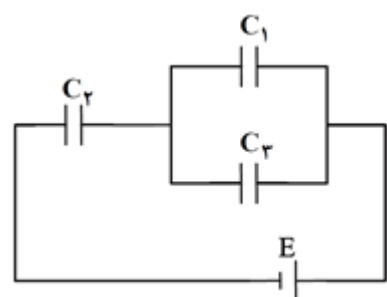
در حالت دوم C_3 اتصال کوتاه می‌شود و $q_{\text{کل}}$ بین C_2 و C_4 تقسیم می‌شود (هرکدام نصف $q_{\text{کل}}$).

$$q_2 = \frac{1}{2} q_{\text{کل}} = 9 C_1$$

$$V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{9 C_1}{C_1} = 9 \text{ V}$$

حالت اول : $C_1 = 10 \mu F \Rightarrow C_{3,1} = 10 + 20 = 30 \mu F$

$C_1, 3$ با C_2 متوالی است.



$$q_{3,1} = q_2 \Rightarrow C_{3,1} V_{3,1} = C_2 V_2 \Rightarrow 30 V_{3,1} = 20 V_2 \xrightarrow{V_2 + V_{3,1} = E} V_{3,1} = \frac{2}{5} E$$

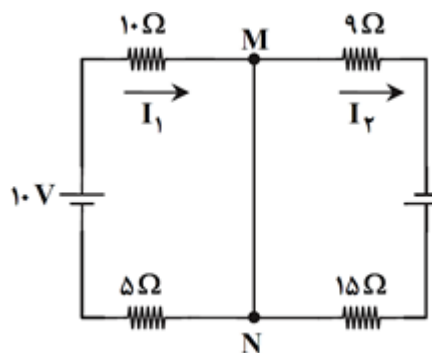
$$\text{حالت دوم : } C'_1 = 2C_1 = 20 \mu F \Rightarrow C'_{3,1} = 20 + 20 = 40 \mu F$$

$$q_{3,1} = q_2 \Rightarrow 40 V'_{3,1} = 20 V_2 \Rightarrow V'_{3,1} = \frac{1}{2} V_2 \Rightarrow V'_{3,1} = \frac{1}{3} E$$

باتوجه به اینکه ظرفیت C_3 تغییر نکرده است، بار آن متناسب با ولتاژ آن تغییر می‌کند.

$$\frac{\text{جدید } q_3}{\text{اولیه } q_3} = \frac{\text{جدید } V_3}{\text{حالت اول } V_3} = \frac{\frac{1}{3} E}{\frac{2}{5} E} = \frac{5}{6}$$

مقاومت درونی آمپرسنج ناچیز است؛ یعنی نقاط M و N همپتانسیل هستند.

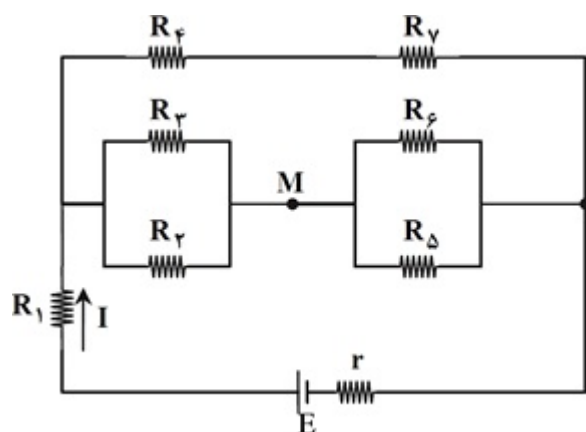


$$V_N - 5I_1 + 10 - 10I_1 = V_M \Rightarrow -15I_1 + 10 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{2}{3} A$$

$$V_N + 15I_2 - 12 + 9I_2 = V_M \Rightarrow 24I_2 = 12 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2} A$$

مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد، $I = I_1 - I_2$ است.

$$I = I_1 - I_2 = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} A$$



$$R_{F,Y} = 15 + 15 = 30 \Omega$$

$$R_{Y,Z} = R_{5,6} = \frac{30}{2} = 15 \Omega$$

$$R_{Y,Z,5,6} = 15 + 15 = 30 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{Y,Z,5,6,Y,F} = 15 + \frac{30}{2} = 30 \Omega$$

$$I = \frac{E}{r + R_{eq}} = \frac{12}{6 + 30} = \frac{1}{3} A$$

$$R_{Y \rightarrow 6} = R_{F,Y} \Rightarrow I_{Y \rightarrow 6} = I_{F,Y} = \frac{1}{2} I = \frac{1}{6} A$$

$$V_M - V_N = R_{5,6} \times \frac{I}{2} = 15 \times \frac{1}{6} = 2.5 V$$

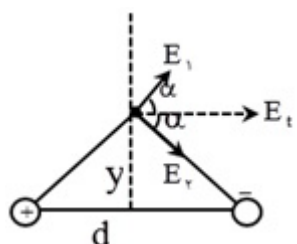
$$\text{حالت ۱: } R_{eq} = [(R_1 \text{ موازی } R_4) \text{ سری } R_3] \text{ موازی } R_2 = \left[\frac{30 \times 60}{90} + 60 \right] \text{ موازی } 60 = 80 \text{ موازی } 60 = \frac{80 \times 60}{140} = \frac{240}{7} \Omega$$

$$\text{حالت ۲: } R_{eq} = (R_1 \text{ سری } R_3) \text{ موازی } R_4 \text{ موازی } R_2 = 90 \text{ موازی } 60 \text{ موازی } 60 = 90 \text{ موازی } 30 = \frac{90 \times 30}{120} = \frac{45}{2} \Omega$$

$$V \text{ ثابت است} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{240}{7}}{\frac{45}{2}} = \frac{2 \times 240}{45 \times 7} = \frac{32}{21}$$

$$\frac{I_2}{21} = \frac{32}{21} \Rightarrow I_2 = 32 mA$$

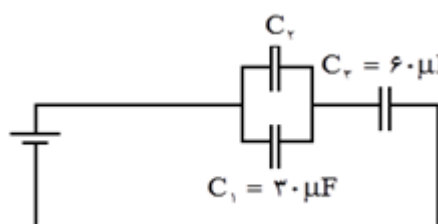
مسیر حرکت ذره بر \vec{E}_t عمود است، پس میدان روی ذره کار انجام نمی‌دهد ($W = 0$) و انرژی پتانسیل الکتریکی ذره تغییر نمی‌کند.



$$E_1 = E_2 = \frac{kq}{d^2 + y^2}$$

$$E_t = 2E_1 \cos \alpha = \frac{2kq}{d^2 + y^2} \cdot \frac{d}{\sqrt{d^2 + y^2}}$$

با حرکت از O به طرف بالا، y زیاد می‌شود و اندازه میدان کاهش می‌یابد. پس اندازه نیرو هم، کم می‌شود ($F = Eq$).

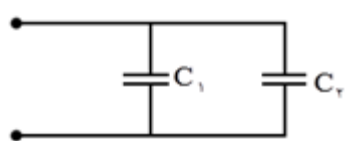


$$q_3 = q_1 + q_2 = 2q_2 \Rightarrow q_1 = 2q_2 \Rightarrow \frac{q_3}{q_1} = \frac{2q_2}{2q_2} = \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{C_3 V_3}{C_1 V_1} = \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{60 V_3}{30 V_1} = \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{V_3}{V_1} = \frac{2}{2}$$

$$\xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{V_3}{V_2} = \frac{2}{2}$$

حالت اول: $q_1 = q_2 = q_t = C_t V_t = \frac{30 \times 20}{30 + 20} \times 15 = 12 \times 15 = 180 \mu C$

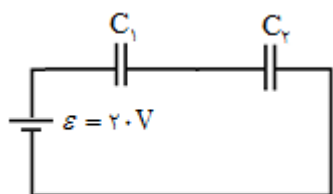


حالت دوم: $q_t = 180 + 180 = 360 \mu C$

$$V_t = \frac{q_t}{C_t} = \frac{360}{20 + 30} = \frac{360}{50} = 7.2 V$$

$$q_1 = C_1 V_1 = 30 \times 7.2 = 216 \mu C$$

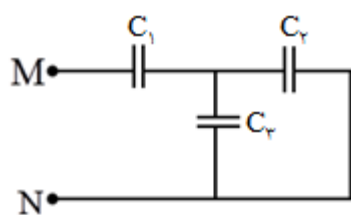
در حالت اول مدار به شکل زیر است:



$$C_t = \frac{C_1}{2}$$

$$q_t = C_t V_t = 20 \frac{C_1}{2} = 10 C_1$$

با قطع S_1 مقدار q_t ثابت می‌ماند و با بستن کلید S_2 مدار به شکل زیر می‌شود:



$$C_t = C_1 \text{ سری } 2C_1 = \frac{2C_1 \times C_1}{C_1 + 2C_1} = \frac{2}{3} C_1$$

$$V_t = \frac{q_t}{C_t} = \frac{10 C_1}{\frac{2}{3} C_1} = 15V$$

برای آنکه هیچ‌یک از خازن‌ها آسیب نبینند می‌بایست ولتاژ هیچ‌کدام از ۱۲ ولت بیشتر نشود. پس ولتاژ خازنی که بیشترین ولتاژ به آن می‌رسد، برابر ۱۲ ولت قرار می‌دهیم.

$$q_1 = q_{2,3} \Rightarrow C_1 V_1 = C_{2,3} V_{2,3} \Rightarrow 30 V_1 = (10 + 5) \cdot V_{2,3} \Rightarrow V_{2,3} = 2V_1 \Rightarrow V_2 = V_3 = 2V_1$$

$$V_2 = 12V, V_3 = 12V, V_1 = 6V$$

$$V_t = V_1 + V_{2,3} = 12 + 6 = 18V$$

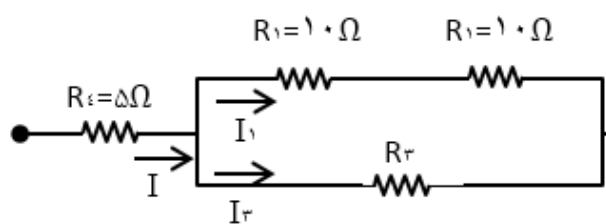
چون دو سیم هم‌جنس هستند، نسبت جرم‌های آن‌ها همان نسبت حجم‌های آن‌ها است.

(مساحت سطح مقطع \times طول = حجم، $\frac{\text{جرم}}{\text{چگالی}} = \text{حجم}$)

$$m_A = \frac{1}{2} m_B \Rightarrow \ell_A \cdot A_A = \frac{1}{2} \ell_B \cdot A_B \xrightarrow{\ell_A = 3\ell_B} A_A = \frac{1}{6} A_B$$

$$R = \frac{\rho \ell}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\ell_A}{\ell_B} \cdot \frac{A_B}{A_A} \cdot \frac{\rho_A}{\rho_B} = 3 \times 6 \times 1 = 18$$

$$P = RI^2, I_A = I_B, R_A = 18R_B \Rightarrow P_A = 18P_B$$



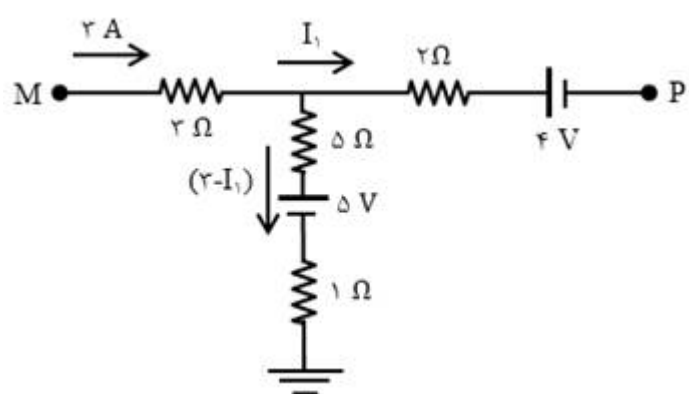
$$I_1 = I_2 + I_3 = 3I_3 \Rightarrow I_1 = 2I_3$$

$$R_{1,2} \cdot I_1 = R_3 I_3 \Rightarrow 20 I_1 = R_3 I_3$$

$$I_1 = 2I_3$$

$$\rightarrow R_3 = 40 \Omega$$

$$\left. \begin{array}{l} P_3 = 40 I_3^2 \\ P_2 = 10 I_2^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} I_1 = 2I_3 \\ \rightarrow P_3 = P_2 \end{array}$$



$$V_P + 4 + 2I_1 - 5 \times (3 - I_1) - 5 - 1 \times (3 - I_1) = 0$$

$$\Rightarrow 11 + 4 + 2I_1 - 15 + 5I_1 - 5 - 3 + I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 1A$$

$$V_M - 3 \times 3 - 2 \times 1 - 4 = V_P$$

$$\Rightarrow V_M - 9 - 2 - 4 = 11 \Rightarrow V_M = 26V$$

$$60 I_1 = 30 I_2 \Rightarrow I_2 = 2 I_1 \Rightarrow I = 3 I_1$$

$$P_1 = 60 I_1^2$$

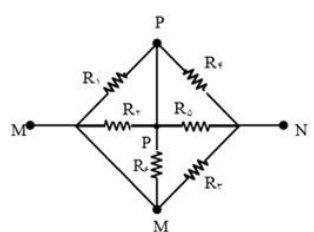
$$P_2 = 30 I_2^2 = 120 I_1^2$$

$$P_3 = 5 (3 I_1)^2 = 45 I_1^2$$

بیشترین توان مصرفی در مقاومت ۳۰ اهمی است. اگر این مقدار برابر ۴۰ وات باشد، می‌توان اطمینان داشت که توان هیچ‌یک از مقاومت‌ها بیشتر از ۴۰ وات نیست.

$$120 I_1^2 = 40 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} A \Rightarrow I = 3 I_1 = 3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} A$$

$$V = I R_t = \sqrt{3} \times 25 = 25 \sqrt{3} V$$



$$R_t = R_3 \text{ موازی } [(R_2 \text{ موازی } R_1 \text{ موازی } R_6) \text{ سری } (R_4 \text{ موازی } R_5)]$$

$$\Rightarrow R_t = 30 \text{ موازی } \left(\frac{30}{3} + \frac{30}{2} \right) = 30 \text{ موازی } 25 = \frac{30 \times 25}{55}$$

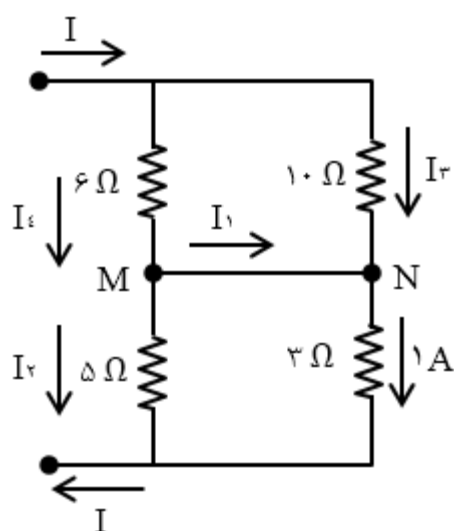
$$= \frac{150}{11} \Omega$$

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \epsilon = \frac{12^2}{R_A}, \omega = \frac{12^2}{R_B} \Rightarrow R_B = 2R_A = 48\Omega \Rightarrow R_A = 24\Omega, R_B = 48\Omega$$

$$\begin{cases} I = \frac{\epsilon}{R_t + r} = \frac{18}{48 + 24} = \frac{1}{4} A \\ P_A = R_A I^2 = 24 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1.5 W \end{cases}$$

مقاومت‌های ۳ اهم و ۵ اهم موازی هستند.

مقاومت‌های ۱۰ اهم و ۶ اهم موازی هستند.



$$3 \times 1 = 5 I_3 \Rightarrow I_3 = 0.6 A$$

$$I = 1 + 0.6 = 1.6 A$$

بار الکتریکی قطره بزرگ‌تر، ۶۴ برابر بار هر قطره است و حجم قطره بزرگ‌تر نیز ۶۴ برابر حجم هریک از قطره‌ها است. اگر شعاع هر قطره را ۲ و شعاع قطره بزرگ‌تر را R فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{\text{حجم قطره بزرگ}}{\text{حجم قطره کوچک}} = \left(\frac{R}{r}\right)^3 \Rightarrow 64 = \left(\frac{R}{r}\right)^3 \Rightarrow \frac{R}{r} = 4 \Rightarrow R = 4r$$

اگر مساحت قطره‌های بزرگ و کوچک را به ترتیب A و a بنامیم و بار الکتریکی آن‌ها را هم به ترتیب Q و q فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{\text{چگالی سطحی قطره بزرگ}}{\text{چگالی سطحی قطره کوچک}} = \frac{\frac{Q}{A}}{\frac{q}{a}} = \frac{Q=64q}{A=16a} \rightarrow \frac{\frac{64q}{16a}}{\frac{q}{a}} = \frac{64}{16} = 4$$

بین این دو صفحه میدان الکتریکی یکنواخت تشکیل می‌شود که جهت میدان در جهت کاهش پتانسیل الکتریکی است. بین این دو صفحه از صفحه مثبت تا صفحه منفی، پتانسیل از ۶۰ ولت تا صفر کاهش می‌یابد. با توجه به فاصله بین دو صفحه و اختلاف پتانسیل بین دو صفحه، $\frac{60}{13} V/cm = 5 V/cm$ پس به ازای ۴ سانتی‌متر، پتانسیل ۲۰ ولت کاهش می‌یابد. بنابراین پتانسیل نقطه A برابر با $40V = (60 - 20)V$ خواهد شد.