رابطه یکنوایی و مشتق

یادآوری

ورودی زیاد ↑ خروجی زیاد یا ثابت

تابع صعودی: $x_2 > x_1 \to f(x_2) \geq f(x_1)$

یکنوا

تابع نزولی: $x_2 > x_1 \to f(x_2) \leq f(x_1)$

ورودی زیاد خروجی کم یا ثابت

← تابعی که بخشی از آن صعودی و بخشی از آن نزولی باشد غیریکنوا (نه صعودی، نه نزولی)

نکته: تنها تابعی که هم صعودی است و هم نزولی تابع ثابت است

رابطه مشتق و یکنوایی

← اگر f' موجود و $f' \geq 0$ باشد، f صعودی است

← اگر f' موجود و $f' \leq 0$ باشد، f نزولی است

روش تعیین یکنوایی تابع ← تعیین علامت مشتق است

مثال: یکنوایی توابع زیر را بررسی کنید

$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$

مشتق می‌گیریم و تعیین علامت می‌کنیم

مرحله ۱ $\to y' = 3x^2 - 6x - 9 \to 3(x^2 - 2x - 3) = 0$

$3(x-3)(x+1)$

$x = 3$ $\quad x = -1$

اگر بگوید در کدام بازه نزولی است $[-1, 3]$

صعودی $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y		↗		↘		↗	

→ جدول تغییرات

② $\dfrac{x^2-4}{x^2+1}$

$$y' = \frac{2x(x^2+1) - 2x(x^2-4)}{(x^2+1)^2} \rightarrow \frac{2x^3+2x-2x^3+8x}{(x^2+1)^2}$$

$$= y' = \frac{10x}{(x^2+1)^2}$$

$10x \rightarrow x=0$ ریشه صورت

$(x^2+1)^2 \rightarrow x^2+1=0 \rightarrow x^2=-1$ × ریشه ندارد

همه جا دامنه R است

پس در تعیین علامت دخالت نمی دهیم

	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		↘		↗	

غیریکنوا است در $(-\infty, 0]$ نزولی و در $[0, +\infty)$ صعودی

③ $y = x^2 - 2\ln x$

زیرا ln باید $\bigcirc > 0$ باشد → دامنه این تابع $\mathbb{R}^+$ است

$$y' = 2x - 2\frac{1}{x} \rightarrow y' = \frac{2x^2-2}{x} \rightarrow 2x^2-2=0 \rightarrow 2x^2=2 \rightarrow x=\pm 1$$

$-$ → در دامنه نیست

$x = 0$ → در دامنه نیست

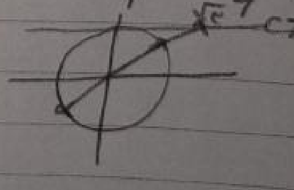
	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		↘		↗	

برای پیدا کردن علامت + و − عدد گذاری است

$$y = \sin x + \sqrt{3}\cos x \qquad x \in [0, 2\pi]$$

$$y' = \cos x - \sqrt{3}\sin x$$

$$y' = 0 \rightarrow \cos x = \sqrt{3}\sin x \xrightarrow[\sin]{\div} \cot x = \sqrt{3} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$$



$\frac{\pi}{2}$ ↑

	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{7\pi}{6}$		2π
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↗	

$$y = \frac{x^2}{x-1}$$

$$y' = \frac{2x(x-1) - 1(x^2)}{(x-1)^2} \rightarrow \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0$ ↗ $x = 0$ ↘ $x = 2$ ریشه های صورت

$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$ ریشه مخرج

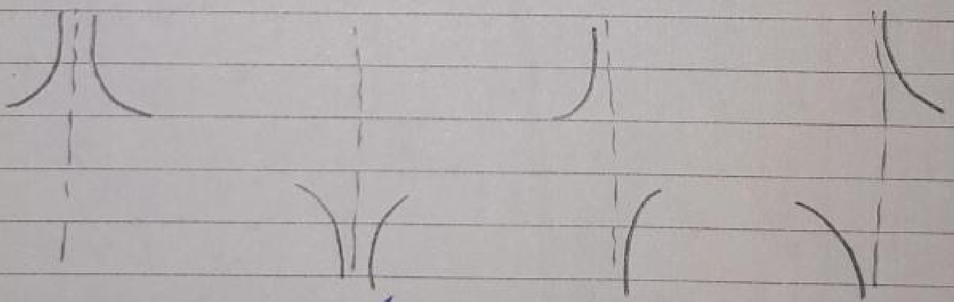
	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	‖	−	0	+	
y		↗		↘	‖	↘		↗	

کتره

تابع در کدام بازه نزولی است؟

وقتی شیب موجود و $f' < 0$ باشد نزولی است $[0,1)$ $(1,2]$ و غیر یکنوا است

یکی از این چهار حالت حوالی مجانب قائم می افتد



← تابعی که مجانب قائم دارد قطعاً در آن نقطه ↓ بازه غیر یکنوا است (هر بازه‌ای که شامل مجانب باشد حتماً غیر یکنوا است)

← مجانب قائم یکنوایی را برهم می زند

$y = \sqrt[3]{x} \rightarrow y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ → صورت ریشه ندارد

$\rightarrow x = 0$ ریشه مخرج

	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		+	‖	+	
y		↗	‖	↗	

$x = 0$ مماس قائم می‌باشد زیرا در هنگام مشتق‌گیری این مخرج حاصل شد و در صورت تابع مخرج نداریم که ریشه آن صفر باشد و تابع در R صعودی است

وضعیت تابع $y = \frac{\sin x}{1+\sin x}$ در بازه $(0, 2\pi)$ از نظر یکنوایی چگونه است؟

صعودی - نزولی

نزولی - صعودی

صعودی - نزولی - صعودی ✓

نزولی - صعودی - نزولی

$y' = \frac{\cos x(1+\sin x) - \cos x \sin x}{(1+\sin x)^2}$

$\rightarrow y' = \frac{\cos x + \cancel{\cos x \sin x} - \cancel{\cos x \sin x}}{(1+\sin x)}$

ریشه‌های صورت

$\rightarrow \cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

$\rightarrow 1+\sin x = 0 \rightarrow \sin x = -1 \rightarrow x = \frac{3\pi}{2}$

ریشه مخرج

	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
y'		+	0	−	‖	+	
y'		↗		↘	‖	↗	

مخرج عبارت همیشه (+) است پس در تعیین علامت دخالت نمی‌کند

تابع $y=x^2e^x$ در بازه (a,b) نزولی است حداکثر $b-a$ کدام است؟

وقتی گفته در فلان بازه نزولی است جدول نمی خواهد $f'(x)<0$ قرار می دهیم

۱
۲ ✓
۴
۳

$$y'=2xe^x+x^2e^x$$

$$y'=e^x(x^2+2x) \longrightarrow y'<0$$

$$e^x(x^2+2x)<0 \longrightarrow x^2+2x<0$$

e^x ↓ همواره ⊕

$$x(x+2)<0$$

x ↓ 0 ، $x+2$ → $x=-2$ → $\boxed{-2<x<0}$

چون یک تابع درجه ۲ است پس در نتیجه منفی بودن آن بین ۲ ریشه است که مساوی ۲- و ۰ است

$$b-a$$
$$0-(-2)=2$$

اگر $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-5)^3$ و تابع f در بازه (a,b) نزولی باشد حداکثر $b-a$ کدام است؟

۱
۳
۴ ✓
۵

گفته نزولی است پس $f'(x)<0$

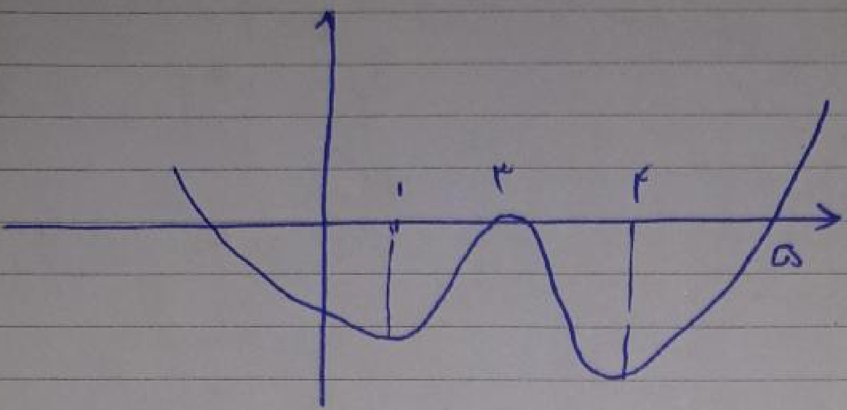
$$f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-5)^3$$

$x=1$ ، $x=2$ ، $x=5$

	$-\infty$	1	2	5	$+\infty$
y'	$+$	$-$	$-$	$+$	
y	↗	↘	↘	↗	

$b-a=5-1=④$

اگر نمودار f′ به شکل روبرو باشد f در کدام بازه نزولی است؟



۱) [۱- ، ۵] ✓

۲) R − (۱- ، ۵)

۳) (∞- ، ۱] ∪ [۳ ، ۴]

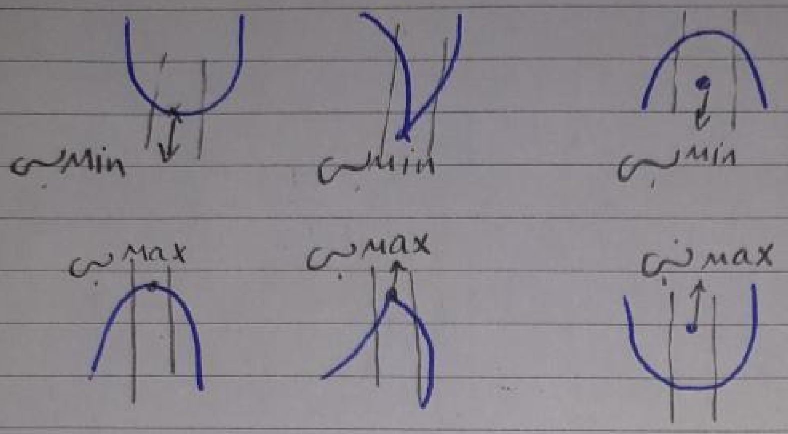
۴) [۱- ، ۳]

f جایی نزولی است که f′ منفی باشد یعنی اینکه زیر محور xها

از ۱- تا ۵ کامل زیر محور xها است

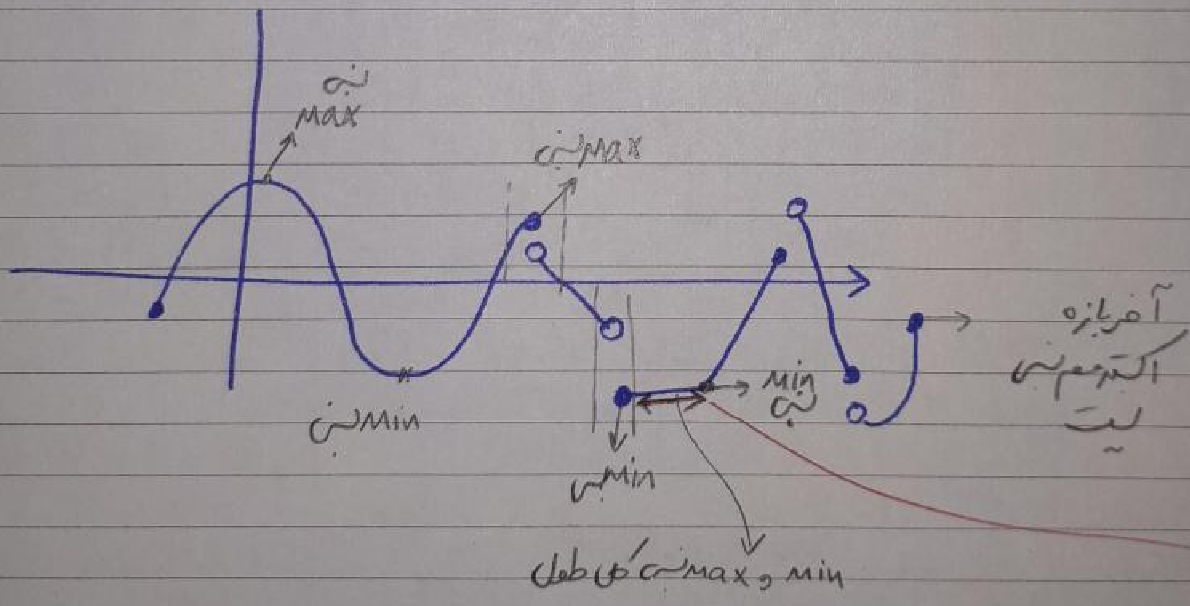
اکسترمم‌های نسبی ، max نسبی: نقطه‌ای که از همسایه‌هایش مقدار بیشتری دارد

min نسبی نقطه‌ای که از همسایه‌هایش مقدار کمتری دارد



نکته مهم: اول و آخر بازه هیچگاه اکسترمم نسبی نمی‌شود

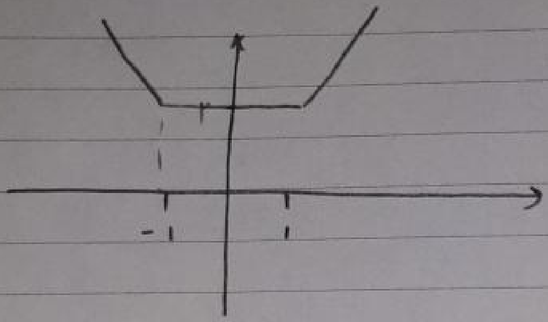
مثال: نقاط اکسترمم نسبی را بیابید



نکته: هر بازه‌ای که روی یک خط افقی قرار بگیرد تمام نقاط آن بازه هم به عنوان max نسبی و هم به عنوان min نسبی است

اکسترمم نسبی با رسم

$y = |x-1| + |x+1|$



$[-1,1] \longrightarrow$ Min نسبی

$(-1,1) \rightarrow$ Max نسبی

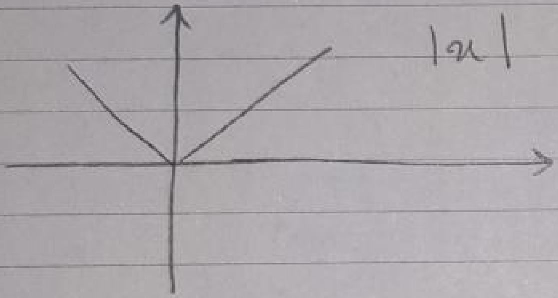
تابع $y = ||x-۲|-۱|$ چند اکسترمم نسبی دارد

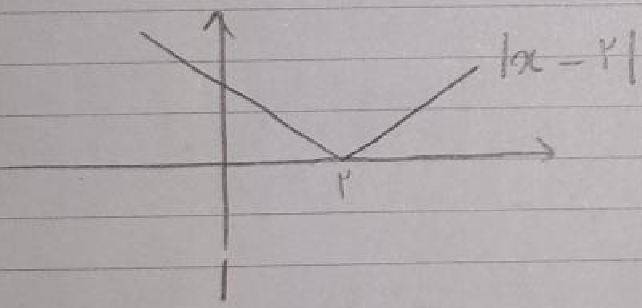
۱

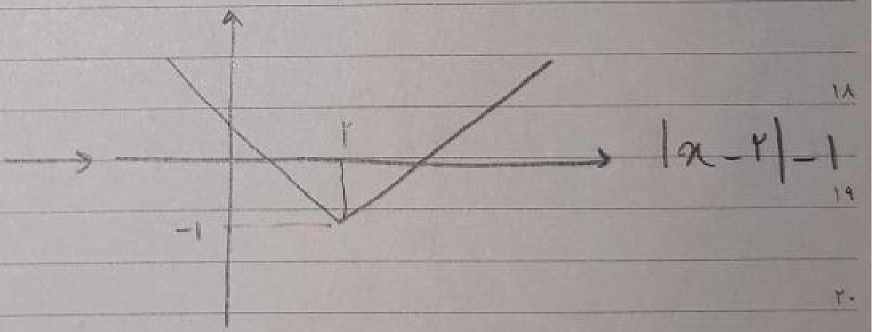
[✓ ۲]

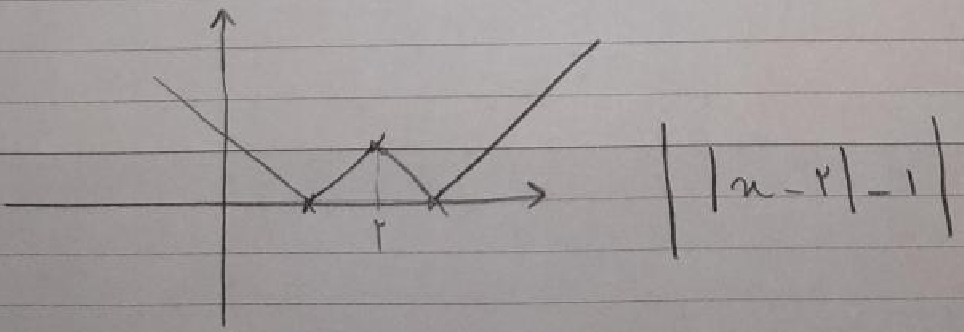
۳

۴

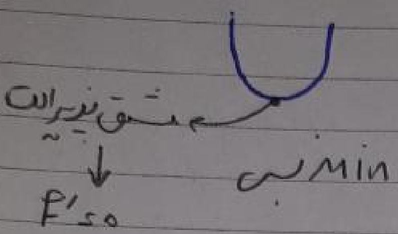


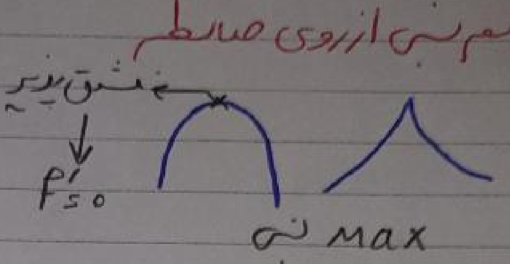






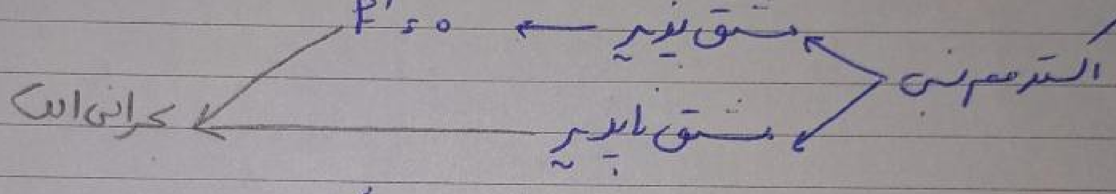
پیدا کردن اکسترمم نسبی از روی ضابطه



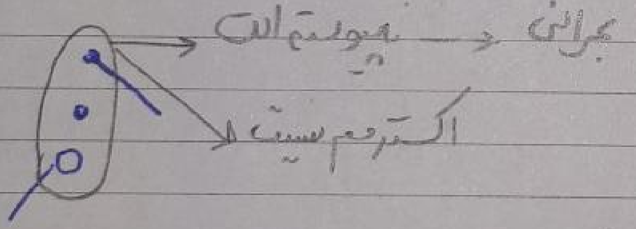


نکته ۱: اگر نقطه اکسترمم نسبی مشتق پذیر باشد دارای مشتق صفر است

نکته ۲: هر نقطه اکسترمم نسبی بحرانی است



هر اکسترمم نسبی بحرانی است ولی هر نقطه بحرانی اکسترمم نسبی نیست



max نسبی: نقطه ای که تابع قبل از آن صعودی و بعد از آن نزولی است

min نسبی: نقطه ای که تابع قبل از آن نزولی و بعد از آن صعودی است

پس نقطه max نسبی نقطه بحرانی است که تابع از حالت صعودی به حالت نزولی دربیاید

نقطه min نسبی نقطه بحرانی است که تابع از حالت نزولی به حالت صعودی دربیاید

ما هم این هفته برون رفت و به چشمم سالیست　حال هجران تو چه دانی که چه مشکل حالیست
مردم دیده ز لطف رخ او در رخ او　عکس خود دید گمان برد که مشکین خالیست

شهادت آیت‌ا... دکتر محمد مفتح (۱۳۵۸ ه‌ش) - روز وحدت حوزه و دانشگاه

روش پیدا کردن اکسترمم نسبی

۱ـ نقاط بحرانی را می یابیم

۲ـ جدول تغییرات را رسم می کنیم

۳ـ $+ \to -$ max نسبی $- \to +$ min نسبی

مثال اکسترمم نسبی توابع زیر را بیابید

$y = 2x^3 - 3x^2 + 1$

$y' = 6x^2 - 6x \to y' = 6x(x-1) = 0$

$\boxed{x=0}$ $\boxed{x=1}$ ← بحرانی ← چک می کنیم در دامنه باشند

	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	$+$	
y	↗	↘	↗	

max نسبی ($x=0$)   min نسبی

max: $x=0$, $y=1$ → $(0,1)$

min نسبی: $x=1$, $y=0$ → $(1,0)$

با دادن x ها به تابع اصلی مقدار y بدست می آید و مختصات نقطه اکسترمم حاصل می شود

$y = x^2(x-1)^3 \to y' = 2x(x-1)^3 + x^2 \times 3(x-1)^2$

$\to x(x-1)^2(2x-2+3x) \to y' = x(x-1)^2(5x-2)$

$x=0$ $x=1$ $x=\frac{2}{5}$

ادامه ←

x	$-\infty$		0		$\frac{2}{5}$		1		$+\infty$
y'		$+$		$-$		$+$		$+$	
y		↗		↘		↗		↗	
			max نسبی		min نسبی				

max نسبی → $x = 0$, $y = 0$ $(0, 0)$

min نسبی → $x = \frac{2}{5}$, $y =$

$y = \sin^2 x - \sin x \qquad x \in [0, 2\pi]$

$y' = 2\sin x(\cos x) - \cos x \rightarrow y' = \cos x(2\sin x - 1)$

$\cos x = 0 \longrightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}}$

$2\sin x - 1 = 0 \rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$

$\boxed{x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}}$

۹۰° مثال می‌زنیم

x	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{6}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
y'		$-$		$+$		$-$		$+$		$-$	
y		↘		↗		↘		↗		↘	
			Min		Max		Min		Max		

یکی مثال زدیم بعد یکی در میان عوض می‌شود

تست) طول نقاط ماکسیمم نسبی تابع $y=3x^5-25x^3+60x+12$ کدام است

$y' = 15x^4-75x^2+60 \rightarrow y' = 15(x^4-5x^2+4)$

$\rightarrow y' = 15(x^2-1)(x^2-4)$

-۲ و -۱

-۲ و ۱ ✓

-۱ و ۲

۲ و ۱

نقاط بحرانی جایی است که یا $f'=0$ است یا مشتق موجود نمی باشد که

چون مخرج نداریم مشتق موجود نمی باشد نداریم

$x^2-1=0 \longrightarrow x=\pm 1$

$x^2-4=0 \longrightarrow x=\pm 2$

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	0	+	
y		↗		↘		↗		↘		↗	
			max		min		max		min		

مقدار max نسبی تابع $y=\cos^2x-\cos x$ در بازه $(0, 2\pi)$

کدام است (زمانی که مقدار max نسبی را می خواهد عرض آن را خواسته)

صفر

۱

$\frac{5}{4}$

۲ ✓

$y' = -2\cos x\sin x+\sin x \rightarrow y' = \sin x(-2\cos x+1)$

$\sin x=0 \rightarrow x=\pi$

$\cos x=\frac{1}{2} \rightarrow x=\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

۶۰ درجه در مشتق

x	0		$\frac{\pi}{3}$		π		$\frac{5\pi}{3}$		2π
y'		−	0	+	0	−	0	+	
y		↘		↗		↘		↗	
			min		max		min		

max $\rightarrow x=\pi$

$\rightarrow y=(-1)^2-(-1)=2$ از تابع اصلی

نرگس طلبد شیوه چشم تو زهی چشم — مسکین خبرش از سر و در دیده حیا نیست — از بهر خدا زلف مپیرای که ما را — شب نیست که صد عربده با باد صبا نیست

تابع $y=(x-1)\sqrt[3]{x^2}$ چند Max و Min نسبی دارد

$y'=\sqrt[3]{x^2}+(x-1)\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

۰ ـ ۱

۱ ـ ۰

۱ ـ ۱ ✓

۲ ـ ۱

$y'=\frac{3x+2x-2}{3\sqrt[3]{x}} \longrightarrow y'=\frac{5x-2}{3\sqrt[3]{x}}$

$f'=0 \longrightarrow 5x-2=0 \longrightarrow x=\frac{2}{5}$

f' ناموجود $\longrightarrow 3\sqrt[3]{x}=0 \longrightarrow x=0$

x		0		$\frac{2}{5}$	
y'	$+$	‖	$-$	0	$+$
y	↗		↘		↗
		Max		Min	

طول پاره خطی که نقاط اکسترمم نسبی تابع $y=-x^3+3x^2$ را به هم وصل می کند کدام است

$2\sqrt{5}$ ✓

۵

$3\sqrt{2}$

$\sqrt{10}$

$y'=-3x^2+6x \longrightarrow y'=-3x(x-2)=0$

$3x=0 \to x=0$

$x-2=0 \to x=2$

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
y'	$+$		$+$		$-$
y	↘		↗		↘
		Min		Max	

Min: $x=0$, $y=0$

Max: $x=2$, $y=4$

فاصله $\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=\boxed{2\sqrt{5}}$

دی می شد و گفتم صنما عهد بجای آر
گفتا غلطی خواجه در این عهد وفا نیست
گر پیر مغان مرشد من شد چه تفاوت
در هیچ سری نیست که سری ز خدا نیست

هجرت حضرت رسول اکرم صلی الله علیه و آله از مکه به مدینه

تست :

نقطه بحرانی تابع $f_x = \frac{x}{e^x}$ به عرض ــــــــ و از نوع ــــــــ است

min و $\frac{1}{e}$

max و $\frac{1}{e}$ ✓

min و $-\cancel{e}$

max و $-\cancel{e}$

$f'_x = \frac{(1)e^x - e^x \times x}{e^{2x}} \rightarrow f'(x) = \frac{e^x(1-x)}{e^{2x}} = \frac{1-x}{e^x}$

$f'(x) = 0 \longrightarrow \underset{\uparrow}{e^x}(1-x) = 0 \longrightarrow x = 1 \rightarrow \boxed{f(1) = \frac{1}{e}}$

صفر نمی شود

$f'(x)$ موجود $\rightarrow e^{2x} \neq 0$

برای تعیین max و min جدول می کشیم

x		1	
y'	$+$	0	$-$
y	↗		↘
		max	

طول max نسبی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 5x^2}$ کدام است

-5

0

2

$-\frac{10}{3}$ ✓

$f'(x) = 3x^2 + 10x \times \frac{1}{3\sqrt[3]{(x^3+5x^2)^2}}$

$= \frac{3x^2 + 10x}{3\sqrt[3]{(x^3+5x^2)^2}}$

$f' = 0 \rightarrow 3x^2 + 10x = 0 \rightarrow x(3x+10) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{10}{3} \end{cases}$

$x^3 + 5x^2 = 0 \rightarrow x^2(x+5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -5 \end{cases}$

مخرج همیشه + است و کاری نداریم

x	$-\infty$	-5		$-\frac{10}{3}$		0	
y'	$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$
y	↗	‖	↗		↘	‖	↗
				max			

چون عبارت درجه ۲ است بین ۲ ریشه مخالف علامت a است و بیرون موافق

در تابع با ضابطه $f(x) = a\cos ۲x + b\sin x$ نقطه min آن $(\frac{\pi}{۶}, -۳)$ است
a کدام است

اولین اطلاعات این است که نقطه‌ی min روی تابع است اگر $x = \frac{\pi}{۶}$ بدهیم $y = -۳$
است

۴-

$$\begin{cases} f(\frac{\pi}{۶}) = -۳ \\ f'(\frac{\pi}{۶}) = ۰ \end{cases}$$

۲- ✓

min یک اکسترمم است و نقطه‌ای بحرانی که یا
مشتق آن صفر است و یا ناموجود و با توجه به نوع تابع
که مخرج ندارد ناموجود نمی‌باشد پس حتما صفر است

۱-

۱

نکته مهم: در اکسترمم نسبی اگر تابع مشتق‌پذیر باشد ← مشتق صفر است

$$f(\frac{\pi}{۶}) = -۳ \longrightarrow a \times \cos ۲(\frac{\pi}{۶}) + b\sin\frac{\pi}{۶} \longrightarrow \frac{a}{۲} + b(\frac{۱}{۲}) = -۳$$

$$\longrightarrow \boxed{a + b = -۶}$$

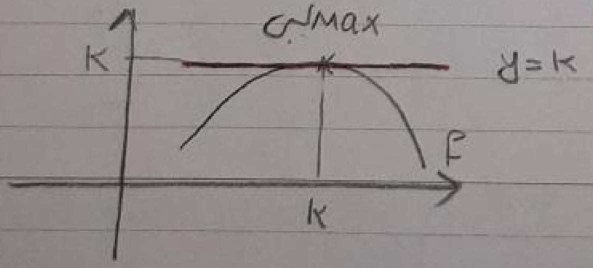
$$f'(\frac{\pi}{۶}) = ۰ \longrightarrow -۲a\sin ۲x + b\cos x \Big|_{x = \frac{\pi}{۶}} = -a\cancel{\sqrt{۳}} + \frac{\cancel{\sqrt{۳}}}{۲}b = ۰$$

$$\longrightarrow \boxed{b = ۲a}$$

$$a + b = -۶$$

$$a + ۲a = -۶ \longrightarrow ۳a = -۶ \longrightarrow \boxed{a = -۲}$$

روش پیدا کردن عرض اکسترمم نسبی به شکل مستقیم



نکته: اگر توابع f و g بر هم مماس باشند و معادله حاصل از
تساوی f و g درجه ۲ باشد باید $\Delta = ۰$ باشد

$$\begin{matrix} y = k \\ y = f(x) \end{matrix} \longrightarrow f(x) = k \longrightarrow \Delta = ۰$$

مجموع ~~مقادیر~~ عرض max و min تابع $y=\frac{x^2-x}{x^2+1}$ کدام است

صفر

[✓ ۱]

۲

۳

فرض می‌کنیم عرض اکسترمم نسبی تابع k است ← معادله تابع را مساوی k می‌گذاریم

$$\frac{x^2-x}{x^2+1}=k \to x^2-x=kx^2+k$$

$$\to x^2(k-1)+x+k=0$$

$$\to \Delta=0 \to 1-4(k-1)k=0 \to 1-4k^2+4k=0$$

$$\to 4k^2-4k-1=0 \to S=\frac{-b}{a}=\frac{-(-4)}{4}=①$$

اگر حاصل جمع عرض‌های اکسترمم های تابع $y=\frac{x+a}{x^2+1}$ برابر ۵ باشد a کدام است

[✓ ۵]

-۵

۱۰

-۱۰

فرض می‌کنیم عرض اکسترمم k باشد.

$$\frac{x+a}{x^2+1}=k \to x+a=kx^2+k$$

$$kx^2-x+k-a=0$$

$$\to \Delta=0 \to 1-4k(k-a)=0 \to 1-4k^2+4ak=0$$

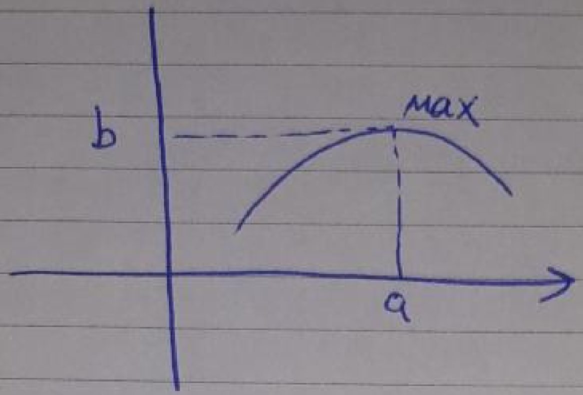
$$\to 4k^2-4ak-1=0$$

جمع ریشه ها ۵ است

$$S=\frac{-b}{a}=5$$

$$\frac{4a}{4}=5 \to \boxed{a=5}$$

نکته: مختصات اکسترمم نسبی در توابع کسری علاوه بر تابع در هوپیتال آن هم صدق می‌کند



$$y=\frac{f(x)}{g(x)}$$

$$b=\frac{f(a)}{g(a)}=\frac{f'(a)}{g'(a)}$$

اگر نقطه A (۲, ۳) نقطه min تابع $y=\frac{x^۳+a}{(x+b)^۲}$ باشد

مقدار a + b کدام است

۴ ✓

صفر

۸

-۸

$$y=\frac{x^۳+a}{(x+b)^۲}\longrightarrow\frac{۸+a}{(۲+b)^۲}=۳$$

$$\left.\frac{۳x^۲}{۲(x+b)}\right|_{x=۲}\longrightarrow\frac{۱۲}{۲(۲+b)}=۳\longrightarrow\frac{۲}{۲+b}=۱\longrightarrow b=۰$$

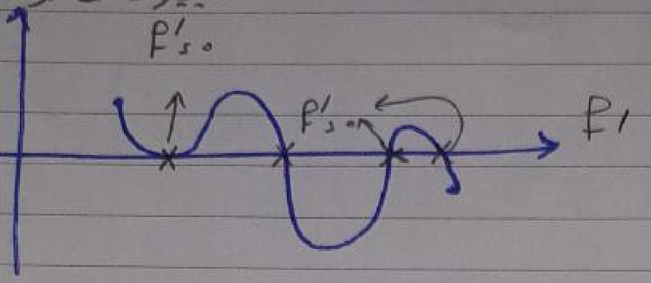
$$\frac{۸+a}{۴}=۳\longrightarrow a=۴ \qquad a+b=۴$$

$$b=۰$$

اگر نمودار f' به شکل مقابل باشد f دارای چند اکسترمم نسبی است

دقت شود نمودار f' است

تغییر علامت نداره پس اکسترمم نیست نقطه بحرانی است



اکسترمم نسبی جایی است که $f'=0$ یا ناموجود باشد

در این بازه ناموجود نداریم

۱) max ۲ _ min ۲

۲) max ۳ - min ۱

۳) max ۲ - min ۱ ✓

۴) max ۲ - min ۱

$+ \longrightarrow -$ max

$- \longrightarrow +$ min

۴ نقطه بحرانی ولی ۳ تا اکسترمم داریم

به ازای چند مقدار صحیح k تابع $y=(x^2+kx+1)e^x$ فاقد اکسترمم نسبی است؟

روند پیدا کردن اکسترمم نسبی پیدا کردن نقاط بحرانی است

۱) صفر

۲) ۱ ✓

۳) ۳

۴) a

$y'=(2x+k)e^x+(x^2+kx+1)e^x$

$y'=e^x(x^2+(k+2)x+k+1)$

صفر نمی‌شود

چون خواسته سوال نداشتن اکسترمم نسبی است پس در واقع تابع مشتق (y') باید فاقد ۲ ریشه حقیقی باشد و به عبارتی $\Delta\le 0$ باشد

$x^2+(k+2)x+k+1 \to \Delta\le 0$

$(k+2)^2-4(k+1)(1)\le 0 \to k^2+\cancel{4k}+\cancel{4}-\cancel{4k}-\cancel{4}\le 0$

$k^2\le 0 \to \boxed{k=0}$ یک مقدار

توضیح: چون مقدار k^2 همواره ⊕ است فقط در مقدار $k=0 \leftarrow \Delta=0$ است

اگر تابع $y=\frac{x^2-2x}{x+a}$ اکسترمم نسبی نداشته باشد حدود a کدام است

۱) $a<-2$ یا $a>0$

۲) $-2\le a<0$

۳) $0<a<2$

۴) $-2\le a\le 0$ ✓

$$y'=\frac{(2x-2)(x+a)-(1)(x^2-2x)}{(x+a)^2}$$

$$y'=\frac{2x^2+2ax-\cancel{2x}-2a-x^2+\cancel{2x}}{(x+a)^2}$$

$$y'=\frac{x^2+2ax-2a}{(x+a)^2}$$

نقاط بحرانی $f'=0$ یا f' ناموجود

چون ریشه مخرج مشتق همان ریشه مخرج تابع اصلی است پس این ریشه جزء دامنه نیست و نمی‌توان در محاسبه اکسترمم از آن استفاده کرد

باید $\Delta\le 0$ $\quad 4a^2-4(1)(-2a)\rightarrow 4a^2+8a\le 0$

$4a(a+2)\le 0$

$a=0 \quad a=-2$

پس ۲ ریشه جدا است $\quad -2\le a\le 0$

تابع $y=e^{\frac{x^3}{3}-2x^2+7}$ چند اکسترمم نسبی دارد؟

صفر

۱

۲ ✓

۳

$$y'=(x^2-4x)\underbrace{e^{\frac{x^3}{3}-2x^2+7}}_{\text{عبارت همواره +}}$$

$f'=0\rightarrow x^2-4x=0\rightarrow x(x-4)$

$x=0 \quad x=4$

f' ناموجود $\rightarrow\propto$

		۰		۴	
y'	+		−		+
y	↗	max	↘	min	↗