حد مفاهیم قضایا

مفهوم حد در نقطه ی $x = x_0$ برای تابع f (x) این طور بیان می شود که هر گاه x به قدر کافی به x_1 نزدیك شد، یعنی $|x - x_0| \simeq 0$ ،

آن گاه f(x) هم به مقدار دلخواه به عددی مثل L نزدیك شود، در این صورت L را حدf(x) در نقطه ی x_0 نامند.

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$$

حدود یك طرفه:

حال اگر x از مقادیری کم تر از x_0 به آن نزدیك شود، آن گاه عددی را f(x) به آن نزدیك می شود را حد چپ تابع و هر گاه x از مقادیر بیش تری از x_0 به آن نزدیك شود، آن گاه عددی را که f(x) به آن نزدیك می شود را حد راست تابع گویند.

حدچپ $\lim_{x \to x_0^-} f(x)$ حد راست $\lim_{x \to x_0^+} f(x)$

نکته:

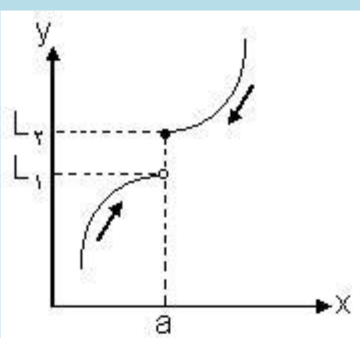
زمانی می گوئیم یك تابع در یك نقطه دارای حد است که در آن نقطه، حد چپ و راست موجود و مقدار آن ها با هم برابر باشد.

برای به دست آوردن حد از روی نمودار به صورت زیر عمل می کنیم.

الف) برای به دست آوردن حد چپ در نقطه ی x_0 ، از سمت چپ x_0 روی منحنی حرکت می کنیم تا به نزدیکی x_0 برسیم، آن گاه مقدار تابع در این همسایگی برابر حد چپ است.

ب) برای به دست آوردن حد راست در نقطه ی x_0 از سمت راست x_0 روی منحنی شروع به حرکت می کنیم، تا به حوالی x_0 برسیم، آن گاه مقدار تابع در این همسایگی برابر حد است.

به شکل رو به رو توجه کنید.



همان طورکه ملاحظه می شود:

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = L_1 \qquad \lim_{x \to a^+} f(x) = L_2$$

تذکر:

۱. حد تابع لزوماً برابر مقدار تابع در آن نقطه نیست.
۲. اگر منحنی یك تابع در یك نقطه مثل a دارای جداشدگی باشد، در آن نقطه حد ندارد.

محاسبه ی حد:

الف) توابع قدرمطلق:

برای محاسبه ی حد این توابع با استفاده از تعریف قدرمطلق، آن را تعیین علامت می کنیم و پس از حذف قدرمطلق، حد را محاسبه می کنیم.

مثال:

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{|x-3|}{x-3}=?$$

جون بهازاي $x<3$ علامت قدر مطلق منفي است داريم :

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{|x-3|}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{-x+3}{x-3}=-1$$

ب) توابع جزء صحیح:

برای محاسبه ی حد این توابع ابتدا، همسایگی مناسب را تعیین می کنیم. سپس مقدر جزء صحیح را در این همسایگی تعیین می کنیم.

مثال:

$$\lim_{x\to 1^+}[-x]=[-(1+\varepsilon)]=[-1-\varepsilon]=-2$$

$$\lim_{x\to \pi}[\mathrm{Cos}x]=\lim_{x\to \pi^-}[\mathrm{Cox}]=\lim_{x\to \pi^+}[\mathrm{Cos}x]=[-1+\varepsilon]=[-1+\varepsilon]=-1$$

در مثال بالا، اگر از مقادیری کم تر و بیش تر به π نزدیك شویم، آن گاه مقدار تابع به -1 نمی رسد.

در توابع چند ضابطه ای برای محاسبه ی حد در نقطه ی $x = a$ ، ابتدا معلوم می کنیم $x = a$ در بازه ی تعریف کدام ضابطه قرار دارد. سپس حد همان ضابطه را در $x = a$ محاسبه می کنیم.

مثال:

حد تابع y را $x=\sqrt[3]{2}$ به دست آورید.

$$\begin{cases}|x|+[x] & x\ge\sqrt{3}\\ x^2-1 & 0<x<\sqrt{3}\\ \tan^{-1}(-\frac{\pi x}{3}) & x\le 0\end{cases}$$

جون $0<\sqrt[3]{2}<\sqrt{3}$

$$\lim_{x\to\sqrt[3]{2}}x^2-1=\sqrt[3]{x^2}-1$$

قضایای حد:

الف) قضیه ی کران داری توابع حد:

اگر $f(x)$ در همسایگی نقطه ی $x = a$ ، تابعی کران دار باشد، و $\lim_{x\to a}g(x)=0$ **آن گاه:**

$$\lim_{x\to a}g(x)\cdot f(x)=0$$

منظور از کران داری این است که برد تابع محدود به دو عدد حقیقی باشد.

$a < R_f < b$

مثلا **توابع مثلثاتی**، $[u]$ ، $u-[u]$ و $[u]+[-u]$ ، $(-1)^x$ **کران دار هستند.**

نکته:

تابع کران دار، حتماً باید در همسایگی نقطه ی $x = a$ تعریف شده باشد.

ب) قضیه ی فشردگی:

اگر در یك همسایگی نقطه ی a داشته باشیم، $h(x) \le f(x) \le g(x)$ ، **آن گاه اگر:**

$$\lim_{x \to a} h(x) = \lim_{x \to a} g(x) = L \Rightarrow \lim_{x \to a} f(x) = L$$

با استفاده از قضيه فشردگي مي توان ثابت كرد كه :

$$\lim_{x \to 0} u\left[\frac{1}{u}\right] = 1 \qquad \text{و} \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\sin u}{u} = 1$$

نکته:

اگر f و g دو تابع باشند و در نقطه ی $x = a$ دارای حدود L_1 و $L_2 \neq 0$ **باشند، آن گاه ترکیب این توابع یعنی** $f \pm g$ و $f \cdot g$ و f/g **در نقطه ی $x = a$ به ترتیب دارای حدود** $L_1 \pm L_2$ و $L_1 \cdot L_2$ و L_1/L_2 **هستند.**

نکته:

اگر یکی از دو تابع حد نداشته باشد، مجموع و تفاضل آن ها حتماً حد ندارد. ولی در مورد ضرب یا تقسیم آن ها نمی توان نظر داد.

حد در بی نهایت

حد در بی نهایت:

. در بي نهايت يعني يا **x** از هر مقدار بيشتر شود $(x \to +\infty)$ و يا از هر مقدار كمتر گردد $(x \to -\infty)$.

. اين حالت‌ها رفتار **y** ، تعيين حد در بي نهايت تابع است. شايد **y** به عدد خاصي نزديك شود $\left(\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0\right)$ ، شايد خود **y** نيز به $(+\infty)$ يا $(-\infty)$

ل كند $\left(\lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty\right)$ و شايد به هيچ عدد خاصي ميل نكند، (وجود ندارد $\lim_{x \to +\infty} \sin x =$ (

، حد مهم: در تابع $y = \frac{k}{x^n}$ كه **k** عددي غير صفر و **n** يك عدد مثبت است، وقتي **x** به بي نهايت (چه $+\infty$ و چه $-\infty$) ميل كند، حد تابع برابر صفر

ت. زيرا صورت تغيير نمي‌كند ولي مخرج به شدت زياد (يا كم وقتي **x** به $(-\infty)$ ميل كند) خواهد شد.

روش حد گیری از کسرهایی که صورت و مخرج آنها چند جمله‌ای اند:

در صورت و مخرج هر کدام به طور جداگانه بزرگ ترین درجه را درنظر بگیرید.

اگر درجه صورت کمتر از درجه مخرج باشد، حد صفر است. اگر درجه صورت بیشتر از درجه مخرج باشد، حد وجود ندارد و بی نهایت است.

اگر درجه صورت مساوی درجه مخرج باشد، مقدار حد برابر نسبت ضریب بزرگترین درجه هاست.

درجه صورت کمتر از درجه مخرج است پس حد صفر است:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+3x^2+4}{2x^5+x^4-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{2x^5}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{2x^2}=0$$

درجه صورت بیشتر از درجه مخرج است، پس حد بی نهایت است و وجود ندارد.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4+4x^3+2x}{x^3-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^4}{x^3}=\lim_{x\to\infty}x=\infty$$

درجه صورت و مخرج مساوی اند و حد برابر نسبت ضرایب بزرگترین درجه هاست.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-1}{4x^2-2x+1}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2}{4x^2}=\frac{3}{4}$$

زیرا در صورت درجه $2x$ یک است ولی درجه $\sqrt{x-1}$ ، $\frac{1}{2}$ است:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+\sqrt{x-1}}{3x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{3x}=\frac{2}{3}$$

تذکر: گاهی اوقات باید صورت و مخرج را ساده کرد و بعد حد گرفت.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(x^2-1\right)^2-x^4+2x^3+1}{x^3-x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^4-2x^2+1-x^4+2x^3+1}{x^3-x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^3}{x^3}=2$$

حد بی نهایت

حد بی نهایت:

وقتی x به a میل می‌کند چنان چه حد صورت يك عدد غیرصفر باشد، به طوری که حد مخرج صفر شود، مقدار حد، بی نهایت خواهد شد. در این حالت اصلا حد نداریم:

$$\frac{\text{عدد غیر صفر}}{0}=\infty$$

به عنوان مثال، تابع $y=\frac{1}{x}$ یا به طور کلی $(k\neq 0)y=\frac{k}{x^n}$ وقتی x به صفر میل کند، مقدار این گونه توابع به بی نهایت میل می‌کند.

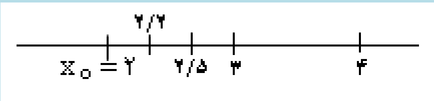
البته علامت بی نهایت بستگی به حد چپ یا حد راست در صفر دارد.

منظور از 0^+ یعنی از مقادیر بیشتر از صفر به آن نزدیك می‌شویم 0^-. یعنی از مقادیر کمتر از صفر به آن نزدیك می‌شویم. اصطلاحا

منظور از علامت صفر همان 0^+ یا 0^- است که ذکر شد.

حد و پیوستگی

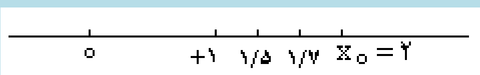
مفهوم میل کردن x به سمت x_0 از راست: اگر محوx ها را درنظر بگیریم و x_0 را نقطه‌ای ثابت بر آن فرض کنیم



و فرض کنیم که $x_0 = ۲$ باشد. وقتی می‌گوییم که x به سمت x_0 میل می‌کند از راست یعنی با مقادیر بیش از ۲ می‌خواهیم به ۲ نزدیك شویم مثلا از ٤ = x حرکت می‌کنیم و به ۳ =x می‌رسیم و بعد به ۲/٥ = x می‌رسیم و سپس به ۲/۲ = x می‌رسیم و همینطور به x_0 نزدیك و نزدیك می‌شویم.

مفهوم این تعریف آن است که وقتی متغیر x به سمت عدد x_0 میل می‌کند، xبه عدد x_0 بسیار نزدیك می‌شود اما با آن برابر نمی‌شود یعنی $x \neq x_0 = ۲$ است.

مفهوم میل کردن x به سمت x_0 از چپ: اگر محورx ها را درنظر بگیریم و x_0 را نقطه‌ای ثابت مثلا x_0 فرض کنیم



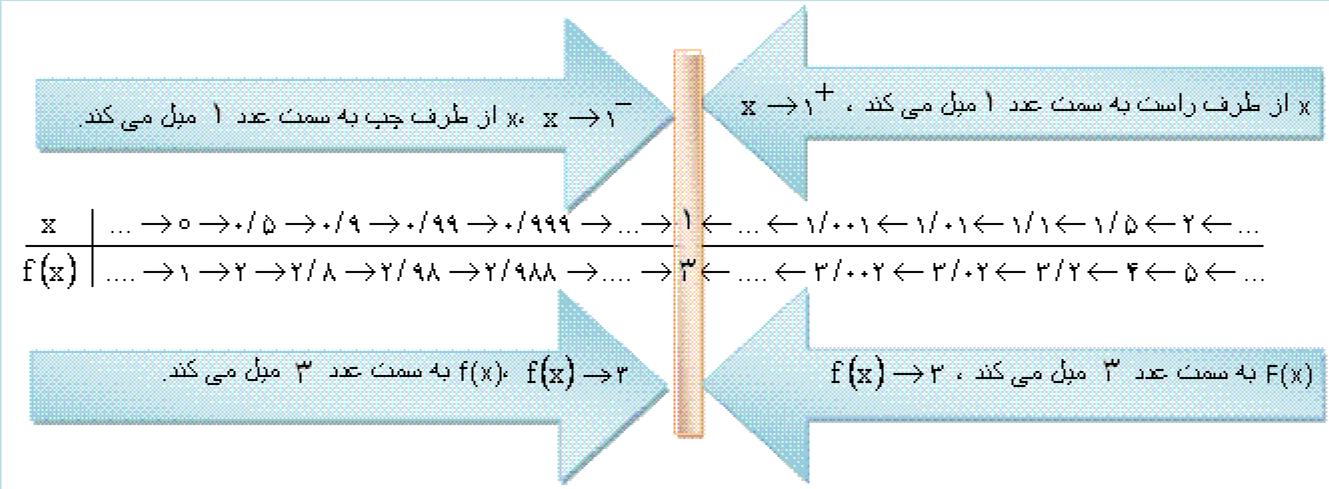
وقتی می‌گوییم x به سمت x_0 از چپ میل می‌کند یعنی با مقادیر کمتر از ۲ می‌خواهیم به ۲ نزدیك شویم، مثلا از ۰ = x حرکت می‌کنیم و سپس به ۱ = x می‌رسیم بعد به ۱/٥ = x می‌رسیم و بعد هم به ۱/۷ x می‌رسیم و از آن هم می‌گذریم گام به گام به عدد ۲ خیلی نزدیك می‌شویم اما به ۲ = x میرسیم . یعنی $x \neq x_0 = ۲$ حالا به مفهوم حد تابع می‌پردازیم:

حد تابع یعنی عددی که تابع f(x) به آن نزدیك می‌شود. در موقعی که متغیر تابع یعنی x به x_0 نزدیك می‌شود حالا اگر x به x_0 از سمت راست میل کند در این صورت می‌نویسیم $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = a$ و اگر هم x به x_0 از سمت چپ میل کند می‌نویسیم:

$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = b$ یعنی وقتی که x به سمت x_0 از سمت راست میل می‌کند تابع f(x) به a میل می‌کند. و وقتی که x به سمت x_0 از چپ میل می‌کند تابع f(x) به b میل می‌کند و ضمنا اگر a=b باشد می‌گوییم تابع f در x_0 حد دارد.

به مثال زیر توجه کنید: در این مثال $x_0 = ۱$ فرض شده است.

تابع f(x)=2x+1 را درنظر می‌گیریم و مقدار این تابع را برای برخی مقادیر x کوچکتر از ۱ که به تدریج به سمت عدد ۱ میل می‌کنند، همچنین مقدار این تابع را برای بعضی مقادیر x بزرگتر از ۱ که به تدریج به عدد ۱ نزدیك می‌شوند، محاسبه می‌کنیم.



خوب که توجه می‌کنیم متوجه می‌شویم که در ردیف f(x) که همان مقادیر تابع است مرتبا هم از راست و هم از چپ به عدد ۳ نزدیك و نزدیك تر می‌شویم و در نتیجه. $\lim_{x \to ۱} f(x) = ۳$

حد و مفاهیم قضایا- رفع ابهام

گاهی اوقات در محاسبه ی حدود به عباراتی همچون $\frac{۰}{۰}$ و $\frac{\infty}{\infty}$ و $\frac{۰}{\infty}$ و … **برمی خوریم، که به آن ها حالات مبهم می گوئیم؛ که در اغلب موارد می توانیم با یك سلسله عملیات این ابهامات را رفع کنیم.**

الف) رفع ابهام از حالت: $\frac{۰}{۰}$

1) یکی از روش های رفع ابهام این مورد این است که، عامل صفر شونده یعنی $x - x_۰$ **را از صورت و مخرج ساده می کنیم. البته باید صورت و مخرج را به عامل** $x - x_۰$ **تجزیه کنیم و سپس از صورت و مخرج ساده می کنیم.**

$$\lim_{x \to ۲} \frac{x^۲ - ۴}{(x - ۲)} = \frac{(x - ۲)(x + ۲)}{(x - ۲)} = ۴$$

استفاده از هم ارزی ها:

در حالت کلی اگر $u \to ۰$ **داریم:**

$1)\sin u \sim \sin^{-1} u \sim u$

$2)1-\cos u \sim \frac{u^2}{2}$

$3)1-\cos^n u \sim \frac{u^2}{2}$

$4)\tan u \sim \tan^{-1} u \sim u$

$5)u-\sin u - \frac{u^3}{6}$

$6)\tan u - u \sim \frac{u^3}{3}$

$7)\tan u - \sin u \sim \frac{u^3}{2}$

$8)\sqrt[n]{1\pm u} \sim 1\pm\frac{u}{n}$

$9)\cos u = 1-\frac{u^2}{2}$

نکته:

در استفاده از هم ارزی های مثلثاتی باید توجه داشته باشیم که حاصل یك عبارت به صورت جمع و یا تفریق جبری صفر نشود.

اگر $x \to 0$

$x = \text{Arc}\tan x \neq x - x = 0$

نکته:

در عبارات چند جمله ای که فاقد عدد ثابت هستند، هرگاه $x \to 0$ این عبارت هم ارز هستند با جمله ای که در آن x دارای کم ترین توان است.

$x^5 + x^3 + x^2 \sim x^2$

3) استفاده از قاعده ی هوپیتال:

دراین روش از صورت و مخرج به طور جداگانه مشتق می گیریم و سپس در نقطه ی مورد نظر حد می گیریم.

تذکر:

در استفاده از قاعده ی هوپیتال، می توان به جای عوامل غیر صفر شونده، مقدار داد.

تذکر:

با برقراری شرایط می توان بیش از یك بار این قاعده استفاده کرد.

ب) رفع ابهام از حالات: $\frac{\infty}{\infty}$، $0\times\infty$، $\infty-\infty$

1) استفاده از هم ارزی:

اگر $x \to \infty$

$$1)\sqrt{x^2+a} \sim 1\times 1$$

$$2)\sqrt{x^2+ax+b} \sim \left|x+\frac{a}{2}\right|$$

در حالت کلی اگر $P(x)=a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1}+\dots+a_0$ **آن گاه داریم:**

$$(\text{فرد}\quad n)\sqrt[n]{P(x)} \sim \sqrt[n]{a}\left(x+\frac{a_{n-1}}{na_n}\right)$$

$$(\text{زوج}\quad n)\sqrt[n]{P(x)} \sim \sqrt[n]{a}\left|x+\frac{a_{n-1}}{na_n}\right|$$

$$P(x)\sim a_n x^n$$

2) در عبارات چند جمله ای اگر $x\to\infty$ **این عبارات هم ارزند با جمله ای که توان x در آن بیش تر است.**

3) در حالات ، تابع را به فرم $0\times\infty$ **نوشته و مانند حالت** $\dfrac{\text{عامل صفر شونده}}{\dfrac{1}{\text{عامل}\infty}}$ **عمل می کنیم.**

نکته:

در حالت $\dfrac{\infty}{\infty}$ **می توان تابع را به فرم** $\dfrac{\dfrac{1}{\text{عامل}\infty\text{مخرج}}}{\dfrac{1}{\text{صورت}\infty\text{صورت}}}$ **نوشت و مانند حالت** $\dfrac{0}{0}$ **عمل کرد.**

نکته:

در حالت $\dfrac{\infty}{\infty}$ **اگر** $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$ **موجود و برابر عدد متناهی L و یا** $\pm\infty$ **شد، می توان از قاعده ی هوپیتال استفاده کرد.**

4) در حالت $\infty-\infty$ **اگر** $x\to a$ **با مخرج مشترك گیری ابهام مسئله به فرم** $\dfrac{0}{0}$ **درمی آید. ولی اگر** $x\to\pm\infty$ **، باید از هم ارزی رادیکالی و یا گویا کردن استفاده کرد.**

تذکر:

در محاسبه ی حد به حالات زیر توجه کنید.

$$1)\frac{\text{عدد}}{\infty}=0$$

$$2)(\text{صفر مطلق})\times\infty=0$$

$$3)(\text{صفر مطلق})^{\infty}=0$$

$$4)\frac{\text{صفر حدی یا مطلق}}{\infty}=0$$

رفع ابهام

رفع ابهام از حالت: $\frac{0}{0}$

برای رفع ابهام از حالت $\frac{0}{0}$ سه حالت در نظر می گیریم.

1)حذف عامل صفر شونده:

در این حالت وقتی , $x \to x_0$ عامل صفر شونده $x - x_0$ را از صورت و مخرج حذف می کنیم ، به عنوان مثال در محاسبه‌ی $\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ صورت و مخرج را در $\sqrt{x}+1$ ضرب می کنیم.

$$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}=\lim_{x\to1}\frac{1}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{2}$$

2)هم ارزی های مثلثاتی و جبری:

1-هم ارزی های مثلثاتی:

اگر $u \to 0$ آن گاه:

$۱)\sin u \cong \tan u \cong u$ $\qquad$ $۲)۱-\cos u \cong \frac{u^۲}{۲}$

$۳)۱-\cos^m u \cong \frac{mu^۲}{۲}$ $\qquad$ $۴)Arc\sin u \cong Arc\tan u \cong u$

$۵)u-\sin u \cong \frac{u^۳}{۶}$ $\qquad$ $۶)\tan u - u \cong \frac{u^۳}{۳}$

$۷)\tan u - \sin u \cong \frac{u^۳}{۲}$ $\qquad$ $۸)u-\sin u \cong \frac{u^۳}{۶}$

2-هم ارزی جبری:

1-هر کثیرالجمله از x , فاقد عدد ثابت وقتی $x \to 0$ هم ارز است با جلمه ای که توان x در آن کوچکتر باشد.

$$1)\, x^3 \underset{x\to0}{+} x^2 \cong x^2$$

$$2)\, \sqrt{x \underset{x\to0^+}{+} \sqrt{x}} \cong \sqrt{\sqrt{x}} = \sqrt[4]{x}$$

3)قاعده هوپیتال:

قضیه : اگر تابع f , g روی بازه $I=(a,b)$ مشتق پذیر و g' در هر همسایگی a مخالف صفر باشد و $\lim_{x\to a^+} f(x)=\lim_{x\to a^+} g(x)=۰$, $\lim_{x\to a^+}\frac{f'(x)}{g'(x)}=L$ آن گاه $\lim_{x\to a^+}\frac{f(x)}{g(x)}=L$ به بیان ساده تر در استفاده از قاعده هوپیتال ، به طور جداگانه از صورت و مخرج مشتق می گیریم و این عمل را تا جایی ادامه می دهیم که از حالت $\frac{0}{0}$ تذکر ۱: در استفاده از قاعده هوپیتال می توانید به جای عامل های غیر صفر شونده مقدار قرار دهید.

مثال : در محاسبه حد $\lim_{x\to 2}\frac{(x-\sqrt{x+2})(x+3)}{(x-2)(x^2+10)}$ عامل های $x^2+10, x+3$ غیر صفر شونده اند قبل از هوپیتال گیری به جای آن ها مقدار قرار دهید.

تذکر ۲ : بهتر است از قاعده هوپیتال در توابع جبری و آرکی بیشتر استفاده کنید.

رفع ابهام بی نهایت

برای رفع ابهام از حالت ، $0\times\infty$ عامل بی نهایت را به مخرج منتقل کرده و در حالت $\frac{0}{0}$ از هم ارزی های متداول یا قاعده هوپیتال استفاده می کنیم.

رفع ابهام توابع مثلثاتی

رفع ابهام توابع مثلثاتی:

دررفع ابهام مثلثاتی از حد بسیار معروف $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ استفاده می کنیم. همچنین از يك روش فوق العاده موثر به نام هم ارزی استفاده می کنیم.

تعریف هم ارزی: از حد f و حد g هر دو در x=a صفر باشند و نیز $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=1$ باشد، آنگاه گوییم f با g در x=a هم ارز است و از نماد $f(x)\underset{x\to 0}{\sim}g(x)$ استفاده می کنیم.

مورد استفاده هم ارزی: اگر f(x)با $\alpha(x)$ و g(x) با $\beta(x)$ در x=a هم ارز باشند برای یافتن حد کسر $\frac{f(x)}{g(x)}$ وقتی x به سمت a میل می کند، کافی است $\lim_{x\to a}\frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$ را بیابید یعنی به راحتی به جای f ، α و به جای g ، β بگذارید.

انواع هم ارزی های مهم در صفر:

1)می دانیم $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ بنابراین sinx با x در صفر هم ارز است.

به طور کلی اگر u عبارت دلخواهی بر حسب x باشد که به صفر میل کند حد $\frac{\sin u}{u}$ وقتی u به صفر میل می کند برابر ۱ می شود.

بنابراین $\sin u \underset{u\to 0}{\sim} u$ مثلا sinkx با kx در صفر هم ارز است.

$\sin x \underset{x\to 0}{\sim} kx$

2)تمام این مطالب برای تانژانت نیزصحیح است.

۳) $\sin x^{n} \underset{x\to 0}{\sim} x^{n} \ , \ \sin u^{u} \underset{u\to 0}{\sim} u^{n}$

۴) $\tan x^{n} \underset{x\to 0}{\sim} x^{n} \ , \ \tan u^{u} \underset{u\to 0}{\sim} u^{n}$

۵) $1-\cos x$ در صفر با $\frac{x^{2}}{2}$ هم ارز است.

۶) هم ارزي تيلر $\sin x$ و $\cos x$:

$$\sin x = x - \frac{x^{3}}{3!} + \frac{x^{5}}{5!} - \frac{x^{7}}{7!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^{2}}{2!} + \frac{x^{4}}{4!} - \frac{x^{6}}{6!} - \dots$$