

تابع معکوس (وارون)

اگر f زوج مرتب باشد کانیست جای مؤلفه‌های اول و دوم را عوض کنیم.

$$f = \{(3, 7), (2, -5), (4, 1)\}$$

$$f = \{(2, 11), (4, 1), (3, 9), (1, -2)\}$$

شرط معکوس پذیر f آن است که یک به یک باشد.

اگر تابع یک به یک نباشد معکوس آن تابع نیست.

$$\textcircled{T} \text{ اگر } f = \{(7, 6), (2, 4), (2, 3), (4, 1)\} \text{ و } g = \{(3, -2), (5, 1), (7, -1), (4, -7)\}$$

باشد، تابع $f \circ g^{-1}$ کدام است؟

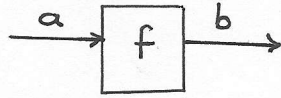
$$1, \{(7, -1), (4, 5)\}$$

$$2, \{(2, -7), (7, -1), (4, 5)\}$$

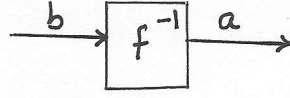
$$3, \{(4, -5), (7, -1), (2, -7)\}$$

$$4, \{(2, -7), (7, -1), (4, 5)\}$$

مقدار تابع معکوس



$$(a, b) \in f$$



$$(b, a) \in f^{-1}$$

۶ اگر $f(x) = \sqrt{3x+1}$ باشد حاصل $f^{-1}(5)$ کدام است؟

۶، ۱

۴، ۲

۸، ۳

۱۰، ۴

۷ اگر f یک به یک باشد و $f(3) = -\frac{1}{4}$ و $g(x) = 1 - 2f(x)$ حاصل $g^{-1}(2)$ کدام است؟

۱، صفر

۱، ۲

۲، ۳

۳، ۴

۸ معکوس تابع $y = x^3 + \sqrt{x}$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

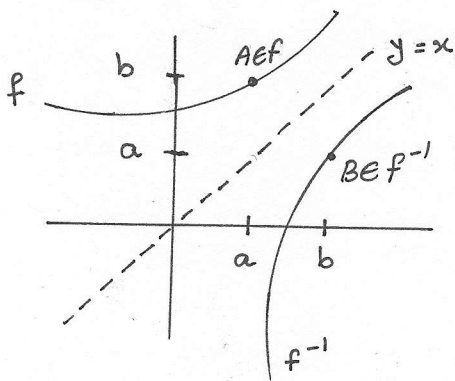
۱، (۴ و ۶۶)

۲، (۳ و ۱)

۳، (۶۶ و ۴)

۴، (۱ و ۲)

(۴۰)



خودار f^{-1} و f

دو نقطه A و B نسبت به $y=x$ (نیم‌ساز ناحیه اول و سوم) متقارن هستند.

هر نقطه‌ای از f یک نقطه‌ی متناظر روی f^{-1} دارد که این دو نقطه نسبت به

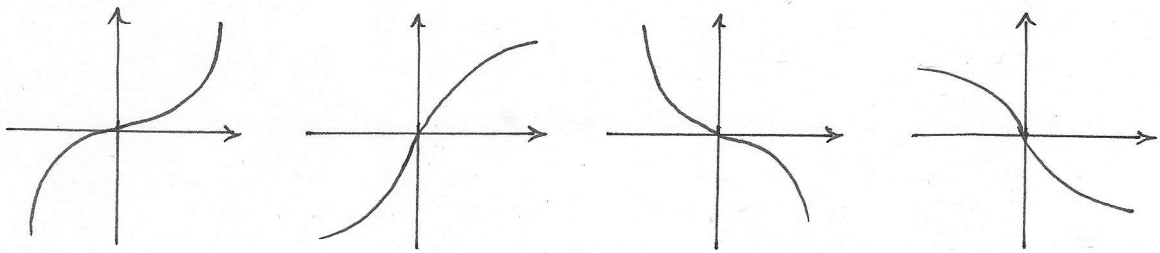
$y=x$ (نیم‌ساز ناحیه اول و سوم) متقارن هستند.

$(a, b) \in f$

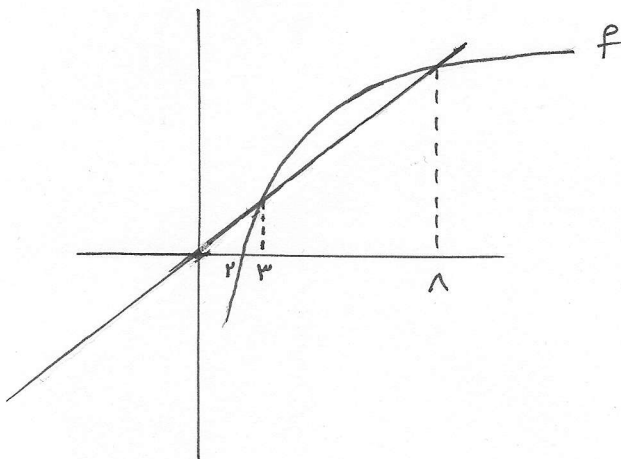
$(b, a) \in f^{-1}$

تکته برای بدست آوردن نمودار تابع معکوس f کافیست f را نسبت به $y=x$ قرینه کنیم.

اگر $f(x) = |x|$ باشد، نمودار تابع f^{-1} کدام است؟



شکل روبرو نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در نیم‌ساز ناحیه اول و سوم است. دایره تابع $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$ کدام است؟



۱ [۰, ۲]

۲ [۲, ۳]

۳ [۲, ۸]

۴ [۳, ۸]

(۴۱)

۳ اگر $f(x) = 3 - e^x$ باشد، دامنه تعریف تابع $g(x) = \sqrt{x f^{-1}(x)}$ کدام است؟

۱، [۰ و ۲]

۲، (۰ و ۳]

۳، [۲ و ۳]

۴، (۱ و ۳]

ضابطه تابع معکوس

جای x و y را عوض می‌کنیم.

مثال ضابطه تابع معکوس توابع زیر را بیابید.

$$y = x^3$$

$$y = \sqrt[3]{x}$$

$$y = \frac{2x-3}{x-2}$$

نکته تابع همگرافیک = $\frac{\text{خط}}{\text{خط}}$ یا درجه یک به روی درجه یک. شکل کلی آن $\frac{ax+b}{cx+d}$ می‌باشد.

اگر $f = f^{-1} \Leftrightarrow a+d=0$

این اتفاق فقط در تابع همگرافیک می‌افتد.

$$y = \frac{2^x - 3}{2^x + 5}$$

$$y = x^3 + 3x^2 + 3x + 5$$

(۴۲)

$$f = \{ (4, -2), (-3, 1), (5, 9) \}$$

$$f^{-1} = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$D_f =$$

$$R_f =$$

$$D_{f^{-1}} =$$

$$R_{f^{-1}} =$$

بردار تابع معکوس = دامنه تابع اصلی

دامنه تابع معکوس = بردار تابع اصلی

$$D_f = R_{f^{-1}}$$

$$R_f = D_{f^{-1}}$$

نتیجه

۶) تابع معکوس $y = \sqrt{3x-1}$ چقدر گرام است؟

$$1) \frac{x^2+1}{3}, x \geq 0$$

$$2) \frac{x^2+1}{3}, x \leq 0$$

$$3) \frac{x^2-1}{3}, x \geq 0$$

$$4) \frac{x^2-1}{3}, x \leq 0$$

۷) معکوس تابع $y = x^2 - 4x$ با شرط $x < 2$ کدام است؟

$$1) f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x+4}$$

$$2) f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+4}$$

$$3) f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x-4}$$

$$4) f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x-4}$$

۳) تابع معکوس تابع $y = x|x|$ کدام است؟

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & x \geq 0 \\ \sqrt{x} & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} & x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & x < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$(a, b) \in f$$

ترکیب $f^{-1} \circ f$

$$(b, a) \in f^{-1}$$

$$f^{-1} \circ f(a) = f^{-1}(f(a)) = a$$

$$f \circ f^{-1}(b) = f(f^{-1}(b)) = b$$

$$\begin{aligned} f^{-1} \circ f(x) &= x \\ f \circ f^{-1}(x) &= x \end{aligned}$$



نتیجه
اول و دوم

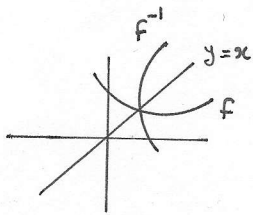
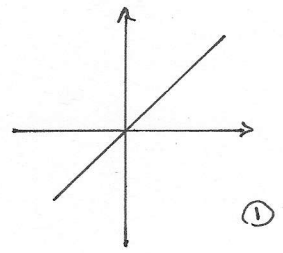
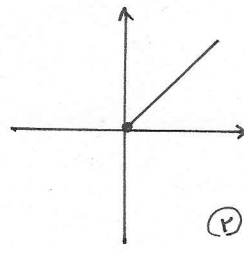
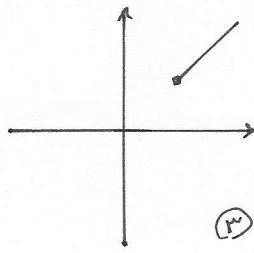
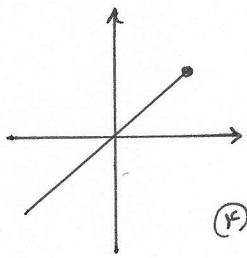
نتیجه

$$D_{f^{-1} \circ f} = D_f$$

دامنه

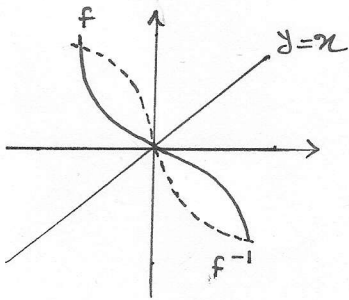
$$D_{f \circ f^{-1}} = D_{f^{-1}} = R_f$$

اگر $f(x) = \sqrt{2x-6}$ باشد نمودار تابع $f \circ f^{-1}(x)$ کدام است؟



نکته اگر f ، $y=x$ را قطع کند در آن نقطه معکوسش را هم قطع می‌کند.

نکته اگر f ، معکوسش را قطع کند الزاماً روی $y=x$ نیست.



نکته اگر f اکیداً صعودی باشد معکوسش را روی $y=x$ قطع می‌کند.

۳ تابع $y = -x^3$ با معکوسش چند نقطه تقاطع دارد؟

۱، صفر

۱، ۲

۲، ۳

۳، ۴